

Señales Aleatorias y Modulación

Práctico 9 Ruido Pasabanda

Cada ejercicio comienza con un símbolo el cuál indica su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: \blacklozenge básica, \star media, \ast avanzada, y \spadesuit difícil. Además puede tener un número que referencia un ejercicio de uno de los libros del curso, como 3.1-4 [Car] que indica el número de ejercicio del libro, *Communication Systems, 5th. edition*. Bruce A. Carlson. o 1.2 [Hay] del libro *Introduction to Analog and Digital Communications, 2nd Edition*, S. Haykin, M. Moher. Wiley, 2008

\blacklozenge Ejercicio 1

Un ruido blanco de densidad espectral de potencia $\eta/2$ pasa por un filtro cuya respuesta se muestra en la Figura 1. Dibujar $S_{\eta_i}(f)$ y $S_{\eta_q}(f)$, las densidades espectrales de potencia de las componentes en fase y en cuadratura.

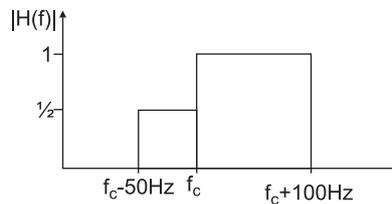


Figura 1: Respuesta del filtro. (Ejercicio 1)

\blacklozenge Ejercicio 2

Un sistema de AM con detector de envolvente tiene $SNR_D = 30dB$ con modulación de 100% y la modulante es un tono puro de frecuencia 8 kHz. Si se aumenta el ancho de banda manteniendo fijos los demás parámetros, ¿cuándo alcanza el umbral?

\star Ejercicio 3

Un sistema de modulación en fase tiene $SNR_D = 30dB$. Se cambia a modulación en frecuencia manteniendo el ancho de banda de la señal transmitida y se agregan filtros de preénfasis y deénfasis

$$H_{pre}(f) = \left(1 + j \frac{f}{B_{de}}\right) \quad H_{de}(f) = \left(1 + j \frac{f}{B_{de}}\right)^{-1} \quad \text{con } W = 10B_{de}.$$

Hallar la nueva SNR_D .

★ Ejercicio 4

Una onda modulada en AM, $x_c(t) = A_c(1 + \mu \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_c t)$ es interferida por una senoide $A_I \cos((\omega_c + \omega_I)t + \Phi)$ de amplitud débil. Hallar una expresión aproximada de la envolvente.

★ Ejercicio 5

Una señal $x_c(t)$ modulada en banda lateral doble llega a un demodulador sincrónico con ruido aditivo $n(t)$ (ver Figura 2). El oscilador local tiene error de fase θ . Hallar la SNR a la salida, y comparar con el caso ideal.

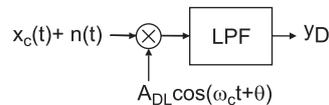


Figura 2: Demodulador sincrónico. (Ejercicio 5)

★ Ejercicio 6

Se desea transmitir una señal utilizando un sistema de modulación FM con las siguientes características:

- $SNR_D \geq 50dB$,
- $P_x = \frac{1}{2}$,
- $W = 10kHz$,
- $\eta = 10^{-8}W/Hz$,

- (a) Calcular la mínima potencia de transmisión P_T necesaria para cumplir con las mencionadas características.
- (b) Repetir el cálculo si se realiza deénfasis, con $B_{de} = 2kHz$. (Se supone que el preénfasis-deénfasis no aumenta el ancho de banda.)

★ Ejercicio 7

Un mensaje con $P_x = \frac{1}{2}$ se modula en AM con $\mu = 1$ y $SNR_D = 13dB$. Si se modula en FM sin deénfasis, aumentando el ancho de banda y transmitiendo con los demás parámetros fijos, hallar el mayor valor posible de D y la relación SNR_D para ese valor.

* Ejercicio 8

Se procesa ruido pasabanda por medio de un dispositivo cuya salida $y(t)$ es el cuadrado de la envolvente de la entrada. Hallar la densidad de probabilidad de $y(t)$, su valor esperado y su valor cuadrático medio.

*Ejercicio 9

Se considera el transmisor y el receptor de la Figura 3, donde N mensajes $x_i(t)$ independientes, de ancho de banda $W = 5kHz$ y de potencia media $P_{x_i} = \frac{1}{2}$ se transmiten multiplexados en frecuencia. Se modulan en USSB (con $A_c = 1$) sobre subportadoras $f_{c_i} = (i - 1)W$ y la banda base así generada se modula en frecuencia con portadora f_c . El canal tiene una atenuación $L = 20dB$ y ruido

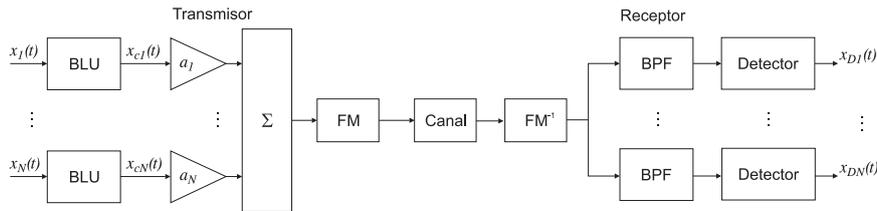


Figura 3: Transmisor y receptor. (Ejercicio 9)

blanco de potencia $10^{-9}W/Hz$ referido a la entrada del receptor. Los a_i se eligen tales que $P_x = 1$, donde x es la señal antes del modulador FM.

- Elegir la constante de desviación de frecuencia (f_Δ) para maximizar el número N de canales que se pueden transmitir si la potencia del transmisor es $1W$ y se requiere una relación señal a ruido a la salida del discriminador de por lo menos $50dB$. Hallar N y el ancho de banda utilizado en la transmisión.
- Hallar los coeficientes a_i para que la relación señal a ruido en cada canal sea la misma. Hallarla.
- Rehacer la parte (a) si se instala un amplificador repetidor ideal en el centro del canal. La ganancia se ajusta para compensar la atenuación de un tramo.

*Ejercicio 10

Sea $n(t)$ ruido gaussiano pasabanda cuyo valor cuadrático medio N se detecta por medio de un detector cuadrático de envolvente. Ver la figura 4.

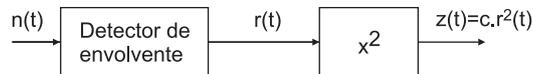


Figura 4: Detector. (Ejercicio 10)

- Calcular los valores máximos que se obtendrían al medir la salida del detector con:
 - un medidor de tensión DC de gran constante de tiempo frente a las variaciones de la señal,
 - un medidor de RMS de gran constante de tiempo,
 - un medidor igual a este último, precedido de un capacitor de bloqueo.

Verificar que en todos los casos se detecta N a menos de una constante.

- (b) Se aplica al detector ruido pasabanda $n(t)$, con densidad espectral

$$S_n(f) = \begin{cases} \eta/2 & f_0 - B < |f| < f_0 + B \\ 0 & \text{si no.} \end{cases}$$

Encuentre la densidad espectral de potencia de ruido a la salida $z(t)$ y la función de correlación $R_z(\tau)$.

Nota: Para dos V.A. (X, Y) gaussianas, de medio nula y varianzas cualesquiera, vale la siguiente igualdad:

$$E(X^2Y^2) = E(X^2)E(Y^2) + 2E^2(XY)$$

- (c) Repetir la parte (b) para el sistema de la Figura 5.

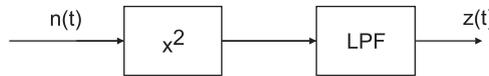
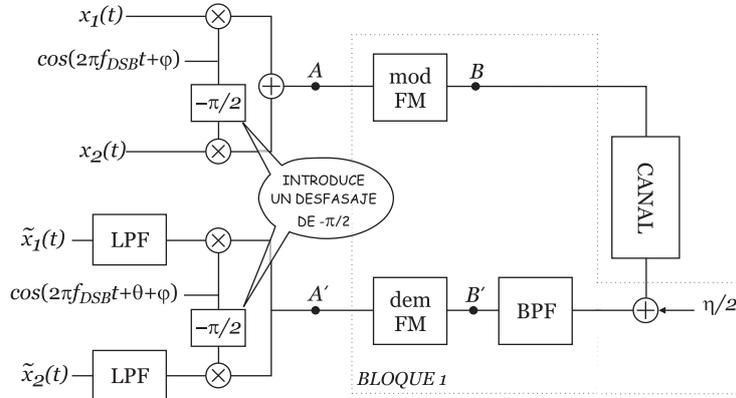


Figura 5: Sistema del ejercicio 10.

*Ejercicio 11

El sistema de la figura permite transmitir dos señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ modulándolas primero en DSB en cuadratura, y luego FM.



Para la parte a se considera el sistema *sin* los componentes del BLOQUE 1. A partir de la parte b, se *agrega* el BLOQUE 1.

Las señales x_1 y x_2 se modelan como procesos estocásticos independientes, estacionarios, de media nula, ancho de banda W Hz y potencias P_{x_1} y P_{x_2} , respectivamente. Además, φ es una variable aleatoria con distribución uniforme en 0 a 2π , independiente de x_1 y x_2 . El canal tiene atenuación $L = 1$. Sabemos que $f_{DSB} > W$ y que $f_{FM} \gg f_{DSB}$.

- (a) Hallar el espectro en el punto A. Considerando que las componentes de señal en los puntos A y A' son iguales y que no hay ruido presente, hallar las salidas \tilde{x}_1 y \tilde{x}_2 , y verificar que para $\theta = 0$ se pueden recuperar las señales x_1 y x_2 .

A partir de esta parte se agrega el BLOQUE 1 al sistema; es decir, se considera la modulación FM y el canal introduce un ruido aditivo blanco y gaussiano de densidad espectral de potencia $\eta/2$. El modulador de FM toma como parámetros f_{Δ} y f_{FM} ($f_{\Delta} \gg f_{DSB}$).

- (b) Hallar el espectro y la potencia del ruido en B' .
- (c) Hallar el espectro y la potencia del ruido en A' .
- (d) Con $\theta = 0$, hallar SNR_{D_1} y SNR_{D_2} , relaciones señal a ruido a las salidas del sistema. ¿En qué puntos del esquema introduciría filtros de pre-énfasis y de-énfasis para mejorar la relación señal a ruido?