

ANALISIS MULTICRITERIO EN LA TOMA DE DECISIONES.

En la primera parte del Curso se presentaron los principios y la técnica de resolución del modelo de Programación Lineal herramienta de apoyo a la toma de decisión en administración. En la aplicación de los mismos se asume la existencia de una función objetivo única (por ejemplo, maximizar las ganancias, minimizar el costo total esperado,...). Adicionalmente el modelo de PL requiere que toda la información sea cuantificable.

En estas notas se presentan métodos que permiten considerar problemas de decisión con múltiples objetivos y con información cuantitativa y cualitativa. Por ejemplo, consideremos el caso de una empresa interesada en seleccionar el mejor sitio para la instalación de su planta de producción. El costo del terreno y de la construcción puede variar de un sitio a otro, por lo que un criterio para la selección del mejor sitio podría ser minimizar el costo total de la construcción y la adquisición del terreno. Sin embargo, la empresa podría estar interesada en considerar otros criterios adicionalmente como la disponibilidad de infraestructura y servicios para el transporte, la facilidad para la contratación de personal, el costo de la energía y las cargas impositivas locales. Este caso, ilustra la complejidad de ciertos problemas de decisión, en los cuales una alternativa puede ser considerada como la mejor en función de un objetivo y la peor en función de otro.

En casos similares al anterior, los problemas de decisión tienen que ver con 2 o más criterios, los cuales están en conflicto entre sí en el momento que el decisor busca identificar la mejor alternativa. Esto hace que para alcanzar la meta de seleccionar la alternativa prioritaria es necesario un trueque entre los múltiples criterios.

En esta clase se introducen dos métodos multicriterios de apoyo a la decisión gerencial: (1) el método del Scoring y (2) el método de Análisis Multicriterio conocido como el Proceso de Análisis Jerárquico AHP).

Ambos métodos, parten de la base que el decisor debe establecer la importancia relativa de cada uno de los objetivos para luego definir una estructura de preferencias entre las alternativas identificadas. El resultado final resulta en una clasificación de las alternativas, indicando la preferencia general asociada a cada una de ellas, lo que permite identificar la mejor alternativa a recomendar.

Referencias bibliográficas:

-Anderson, Sweeney y Williams "Métodos Cuantitativos para los Negocios"(7º Ed. -1998) pag748-760

-Saaty, Thomas "The Analytical Hierarchy Process". McGraw Hill, 1988

A. Método del SCORING

El método del Scoring es una manera rápida y sencilla para identificar la alternativa preferible en un problema de decisión multicriterio.

Las etapas del método son las siguientes :

- (1) Identificar la Meta General del Problema
- (2) Identificar las Alternativas
- (3) Listar los Criterios a emplear en la toma de decisión
- (4) asignar una ponderación para cada uno de los Criterios
- (5) Establecer en cuanto satisface cada Alternativa a nivel de cada uno de los Criterios
- (6) Calcular el Score para cada una de las Alternativas
- (7) Ordenar las Alternativas en función del Score. La Alternativa con el Score más alto representa la Alternativa a recomendar.

Modelo para Calcular el Score :
$$S_j = \sum_i w_i r_{ij}$$

Donde : r_{ij} = rating de la Alternativa j en función del Criterio i
 w_i = ponderación para cada Criterio i
 S_j = Score para la Alternativa j

EJEMPLO.

Un graduado de una Escuela de Negocios con especialización en Finanzas y Contabilidad ha recibido las siguientes ofertas de empleo : (a) de analista financiero en un Estudio Financiero en Chicago, (b) de contable en una empresa industrial en Denver, (c) de auditor en una firma de auditorías en Houston.

El recién graduado maneja múltiples criterios para tomar una decisión al respecto entre los cuales: el puesto de analista financiero es la mejor oportunidad para el avance profesional a largo plazo; prefiere vivir en Denver; considera que la firma en Houston presenta el mejor estilo y filosofía administrativa

Pasos :

- (1) Seleccionar la mejor Oferta de Empleo
- (2) Alternativas : Analista Financiero en Chicago, Contable en Denver, Auditor en Houston.
- (3) Criterios : Avance de la Carrera, Localización, Estilo administrativo, Remuneración, Prestigio, Seguridad en el empleo, Calidad en el trabajo .
- (4) Asignación de una ponderación para cada Criterios mediante el empleo de una escala de 5 puntos :
 - 1 = muy poco importante
 - 2 = poco importante
 - 3 = importancia media
 - 4 = algo importante
 - 5 = muy importante

Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

<i>CRITERIOS</i>		Ponderación w_i
1	Avance de la Carrera	5
2	Localización	3
3	Estilo administrativo	4
4	Remuneración	3
5	Prestigio	2
6	Seguridad en el empleo	4
7	Calidad en el trabajo	5

- (5) Establecer el rating de satisfacción para cada Alternativa empleando una escala de 9 puntos.
1= extra bajo; 2= muy bajo; 3= bajo; 4=poco bajo; 5= medio
6= poco alto; 7=alto; 8=muy alto; 9=extra alto

<i>CRITERIOS</i>		Analista Fin.	Contable	Auditor
		Chicago	Denver	Houston
		r_{i1}	r_{i2}	r_{i3}
1	Avance de la Carrera	8	6	4
2	Localización	3	8	7
3	Estilo administrativo	5	6	9
4	Remuneración	6	7	5
5	Prestigio	7	5	4
6	Seguridad en el empleo	4	7	6
7	Calidad en el trabajo	8	6	5

- (6) Calcular la Ponderación para cada Alternativa

<i>CRITERIOS</i>		Ponderación	Analista Fin.	Contable	Auditor
		w_i	Chicago	Denver	Houston
			r_{i1}	r_{i2}	r_{i3}
1	Avance de la Carrera	5	8	6	4
2	Localización	3	3	8	7
3	Estilo administrativo	4	5	6	9
4	Remuneración	3	6	7	5
5	Prestigio	2	7	5	4
6	Seguridad en el empleo	4	4	7	6
7	Calidad en el trabajo	5	8	6	5
<i>SCORE</i> S_j			157	167	149

- (7) La Oferta de "Contable en Denver" obtiene la Ponderación más alto de $S(j)=167$, y por lo tanto representa la mejor Alternativa a recomendar.

**B. ANALISIS MULTICRITERIO : Modelo Proceso Analítico Jerárquico
(AHP, Thomas Saaty - www.expertchoice.com)**

El método AHP es un procedimiento diseñado para cuantificar juicios u opiniones gerenciales sobre la importancia relativa de cada uno de los criterios en conflicto empleados en el proceso de toma de decisión.

Las 8 etapas del método AHP son las siguientes :

- (1) **Descomponer el Problema de Decisión en una jerarquía de elementos interrelacionados**, identificando : (a) la Meta General, (b) los Criterios ($i=1,2,\dots,m$) y (c) las Alternativas posibles ($j=1,2,\dots,n$).

Para Cada uno de los "m" Criterios repetir las Etapas (2) a (5) :

- (2) Desarrollar la **Matriz de Comparación por Pares (MCP)** de Alternativas para cada uno de los criterios estableciendo el rating de importancia relativa entre ambas Alternativas consideradas. El Rating se establece a partir de la escala siguiente :
1=igualmente preferida
3=moderadamente preferida
5=fuertemente preferida
7=muy fuertemente preferida
9=extremadamente preferida

Pueden asignarse los valores intermedios 2,4,6,8. Un rating recíproco (ej. 1/9, 1/7, 1/5, 1/3,...) se aplica cuando la segunda alternativa es preferida a la primera. El valor 1 es siempre asignado a la comparación de una alternativa con si misma.

- (3) Desarrollar la **Matriz normalizada (MCN)** dividiendo cada número de una columna de la Matriz de Comparación por pares por la suma total de la columna.
- (4) Desarrollar el **Vector de Prioridad para el Criterio** calculando el promedio de cada fila de la Matriz Normalizada. Este promedio por fila representa el Vector de Prioridad de la Alternativa con respecto al criterio considerado.
- (5) **La Consistencia** de las opiniones utilizadas en la Matriz de Comparación por pares puede ser determinada a través del **coeficiente de consistencia (RC)**. Un CR inferior a 0.10 es considerado aceptable. Para aquellos casos en que $CR > 0.10$, las opiniones y juicios deberán ser reconsiderados.
- (6) Luego de que la secuencia (2)-(3)-(4)-(5) ha sido ejecutada para todos los criterios, los resultados obtenidos en (4) son resumidos en una **Matriz de Prioridad (MP)**, listando las Alternativas por fila y los Criterios por Columna.
- (7) Desarrollar una **Matriz de Comparación de Criterios** por pares de manera similar a lo que se hizo para las Alternativas en (2)-(3)-(4)
- (8) Desarrollar un **Vector de Prioridad Global** multiplicando el vector de prioridad de los Criterios (7) por la Matriz de prioridad de las Alternativas (6).

Determinación del Cociente de Consistencia.

1. Para cada Línea de la Matriz de Comparación por pares, determinar una suma ponderada en base a la suma del producto de cada celda por la prioridad de cada alternativa correspondiente.
2. para cada Línea, dividir su suma ponderada por la prioridad de su Alternativa correspondiente.
3. Determinar la media λ_{\max} del resultado de la etapa (2.)
4. Calcular el índice de consistencia para cada Alternativa $CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$
5. Determinar el índice RI de la Tabla Siguiente :

Total de Alternativas (n)	Índice Aleatorio (RI)
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41

6. Determinar el Cociente Consistencia (CR) : $CR = CI/RI$

Ejercicio AHP.1

Un inversor está considerando determinar invertir en una opción entre dos alternativas posibles A y B. El criterio de mayor importancia relativa es el rendimiento de cada opción en Bolsa, y en menor medida el riesgo asociado con dicha inversión. Las matrices de comparación por pares de este problema han sido estimadas de la manera siguiente :

(1) Matriz Criterios

	Rendimiento	Riesgo
Rendimiento	1	2
Riesgo	1/2	1

(2) Matriz Alternativas/Criterios

a. Rendimiento

	Alt. A	Alt. B
Alt. A	1	3
Alt. B	1/3	1

b. Riesgo

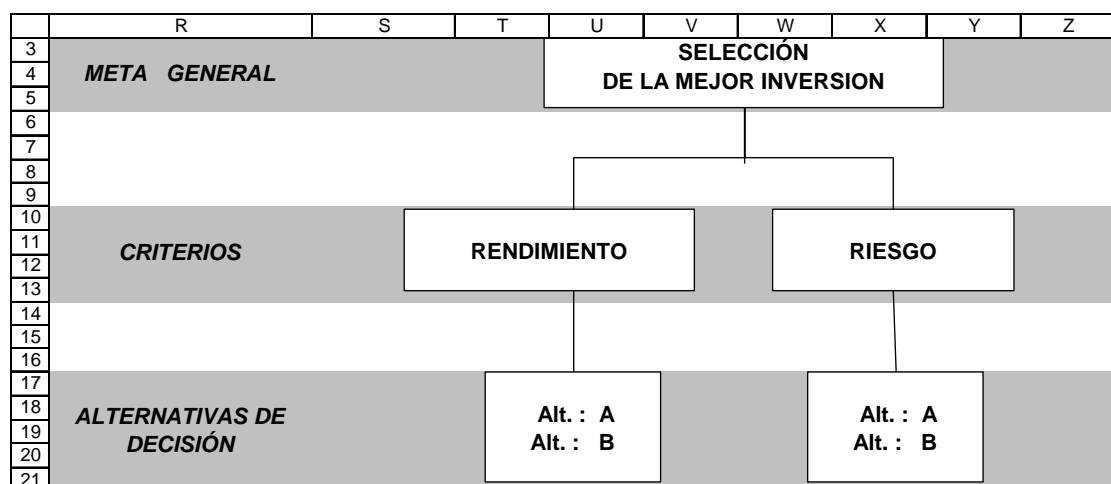
	Alt. A	Alt. B
Alt. A	1	1/2
Alt. B	2	1

SE PIDE :

- (a) Identificar el Diagrama de Jerarquías de este problema de decisión.
- (b) Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares.
- (c) Determinar la prioridad global de cada una de las 2 inversiones.

PAUTA DE SOLUCION

(a)



Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
 Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

(b)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
4	(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS					(3.1)		(4.1) Vector		
5	<i>CRITERIO : Rendimiento</i>					Matriz Normalizada		Prioridad		
6		A	B							
7	A	1	3			0.7500	0.7500		0.7500	
8	B	1/3	1			0.2500	0.2500		0.2500	
9										
10										
11	(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS					(3.2)		(4.2) Vector		
12	<i>CRITERIO : Riesgo</i>					Matriz Normalizada		Prioridad		
13		A	B							
14	A	1	1/2			0.3333	0.3333		0.3333	
15	B	2	1			0.6667	0.6667		0.6667	
16										
17										
18										
19	(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS					(7.b) Matriz Normalizada		(7.c) Vector		
20		Rendimiento	Riesgo							
21	Rendimiento	1	2			0.6667	0.6667		0.6667	
22	Riesgo	1/2	1			0.3333	0.3333		0.3333	
23										

(c) La prioridad global de cada una de las 2 inversiones.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
25									
26	Determinación de la Mejor Alternativa								
27	(6) Matriz de Prioridades					(8) Vector Prioridad Global			
28	<i>Alternativas / Criterios</i>					<i>Alternativas</i>			
29		Rendimiento	Riesgo						
30	A	0.7500	0.333			A	0.6111		← Alternativa A obtiene la Prioridad mayor
31	B	0.2500	0.667			B	0.3889		
32									
33									
34		Rendimiento	Riesgo						
35	(7) Vector Prioridad		0.667	0.333					
36									

Ejercicio AHP.2

El Vice-Presidente ejecutivo de una empresa de distribución de bebidas necesita seleccionar un nuevo gerente de marketing. Hay dos candidatos potenciales cuyas iniciales son A y B. Se han identificado las siguientes matrices de comparación por pares:

- Matriz Comparación entre Criterios

	Liderazgo	Habilidad Personal	Habilidad Gestión
Liderazgo	1	1/3	1/4
Habilidad Personal	3	1	2
Habilidad Gestión	4	1/2	1

- Matriz Comparación entre Alternativas según Criterio

a. Liderazgo

	Alt. A	Alt. B
Alt. A	1	4
Alt. B	1/4	1

b. Habilidad Personal

	Alt. A	Alt. B
Alt. A	1	3
Alt. B	1/3	1

c. Habilidad Gestión

	Alt. A	Alt. B
Alt. A	1	2
Alt. B	1/2	1

Se Pide :

- Identificar el Diagrama de Jerarquías de este problema de decisión.
- Calcular las prioridades de cada matriz de comparaciones por pares.
- Determinar la prioridad global de cada candidato.

PAUTA DE SOLUCION

(a) Diagrama de Jerarquías de este problema de decision.

Realizar Diagrama de Jerarquía

(b) Prioridades de cada Matriz de Comparaciones por pares.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
9											
10	(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS						(3.1) Matriz Normalizada		(4.1) Vector		
11	CRITERIO : Liderazgo								Prioridad		
12		A	B								
13	A	1	4			0.8000	0.8000			0.8000	
14	B	1/4	1			0.2000	0.2000			0.2000	
15											
16											
17	(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS						(3.2) Matriz Normalizada		(4.2) Vector		
18	CRITERIO : Personal								Prioridad		
19		A	B								
20	A	1	1/3			0.2500	0.2500			0.2500	
21	B	3	1			0.7500	0.7500			0.7500	
22											
23	(2.3) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS						(3.3) Matriz Normalizada		(4.3) Vector		
24	CRITERIO : Gestión								Prioridad		
25		A	B								
26	A	1	2			0.6667	0.6667			0.6667	
27	B	1/2	1			0.3333	0.3333			0.3333	
28											
29											
30	(7.a) Matriz de Comparación por Pares - CRITERIOS			(7.b) Matriz Normalizada			(7.c) Vector				
31		Liderazgo	Personal	Gestión						Prioridad	
32	Liderazgo	1	1/3	1/4	0.1250	0.1818	0.0769			0.1279	
33	Personal	3	1	2	0.3750	0.5455	0.6154			0.5119	
34	Gestión	4	1/2	1	0.5000	0.2727	0.3077			0.3601	
35											

(c) Prioridad global de cada candidato.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
36	Determinación de la Mejor Alternativa										
37	(6) Matriz de Prioridades Alternativas / Criterios						(8) Vector Prioridad Global Alternativas				
38			Liderazgo	Personal	Gestión						
39											
40											
41	A		0.8000	0.250	0.667		A	0.4704	Alternativa B obtiene la Prioridad mayor		
42	B		0.2000	0.750	0.333		B	0.5296			
43											
44											
45			Liderazgo	Personal	Gestión						
46	(7) Vector Prioridad		0.128	0.512	0.360						
47											

Ejercicio AHP.3

Una empresa de Diseño debe seleccionar la mejor oferta entre 3 Alternativas de proveedores : "A", "B" y "C". La Gerencia de la empresa maneja tres criterios (1) los costos, (2) la confiabilidad de los productos y (3) Plazos de entrega.

El centro decisor fue consultado sobre sus preferencias en relación con cada uno de los proveedores. Se identificaron las siguientes Matrices de comparación "por parejas" entre los proveedores según cada uno de los 3 Criterios:

CRITERIO : Costo

	A	B	C
A	1	1/3	6
B	3	1	18
C	1/6	1/18	1

CRITERIO : Confiabilidad

	A	B	C
A	1	6	2
B	1/6	1	1/3
C	1/2	3	1

CRITERIO : Plazo Entrega

	A	B	C
A	1	8	1
B	1/8	1	1/8
C	1	8	1

También fue consultado sobre sus prioridades en relación con los 3 Criterios manejados, lo que permite identificar la siguiente Tabla :

	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega
Costo	1	7	9
Confiabilidad	1/7	1	3
Plazo Entrega	1/9	1/3	1

Se Pide :

- (a) Identificar el Diagrama de Jerarquías de este problema de decision.
- (b) Calcular las ponderaciones asociadas a cada Criterio manejado.
- (c) Calcular las ponderaciones de las 3 Alternativas en función de cada Criterio
- (d) Verificar la Consistencia de las Preferencias del Centro Decisor
- (e) Determinar la prioridad global de cada proveedor.

PAUTAS DE SOLUCION.

(a) Realizar el Diagrama de Jerarquía

(b)

	Matriz Normalizada			Ponderación
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega	
Costo	0,7975	0,8400	0,6923	0,7766
Confiabilidad	0,1139	0,1200	0,2308	0,1549
Plazo Entrega	0,0886	0,0400	0,0769	0,0685

(c)

(2.1) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS

CRITERIO : Costo

	A	B	C
A	1	1/3	6
B	3	1	18
C	1/6	1/18	1

(3.1) Matriz Normalizada

0,2400	0,2400	0,2400
0,7200	0,7200	0,7200
0,0400	0,0400	0,0400

(4.1) Vector

Ponderaciones
0,2400
0,7200
0,0400

(2.2) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS

CRITERIO : Confiabilidad

	A	B	C
A	1	6	2
B	1/6	1	1/3
C	1/2	3	1

(3.2) Matriz Normalizada

0,6000	0,6000	0,6000
0,1000	0,1000	0,1000
0,3000	0,3000	0,3000

(4.2) Vector

0,6000
0,1000
0,3000

(2.3) Matriz de Comparación por Pares - ALTERNATIVAS

CRITERIO : Plazo Entrega

	A	B	C
A	1	8	1
B	1/8	1	1/8
C	1	8	1

(3.3) Matriz Normalizada

0,4706	0,4706	0,4706
0,0588	0,0588	0,0588
0,4706	0,4706	0,4706

(4.3) Vector

0,4706
0,0588
0,4706

(d) El Ratio de Consistencia para todas las Matrices de Alternativas es igual a 0, verificando la consistencia de las preferencias subjetivas del centro decidor de la empresa. El Ratio de Consistencia asociado a la Matriz de Criterios es igual $CR=0.07 < 10\%$, indicando una consistencia aceptable de acuerdo al criterio de Saaty.

Alternativas	Criterios			Ponderadores Globales
	Costo	Confiabilidad	Plazo Entrega	
A	0,2400	0,600	0,471	0,3116
B	0,7200	0,100	0,059	0,5787
C	0,0400	0,300	0,471	0,1098
Ponderaciones	0,7766	0,1549	0,0685	

Ej AHP.4 : Diseño de una Autopista

El problema decisional consiste en elegir el trazado de un tramo de autopista. Existen tres trazados posibles (las elecciones o Alternativas, que denominaremos A, B y C), que se evalúan en base a tres criterios relevantes: Costos de ejecución, Impacto ambiental y Tiempo de ejecución. Se trata de un método multicriterio discreto 3 X 3 (3 alternativas y 3 criterios).

La estructura jerárquica del problema dentro del enfoque de Saaty queda representada en la Figura 1. El primer nivel o jerarquía de la estructura corresponde al **propósito** del problema, el segundo a los **criterios** y el tercero a las **alternativas** o elecciones posibles

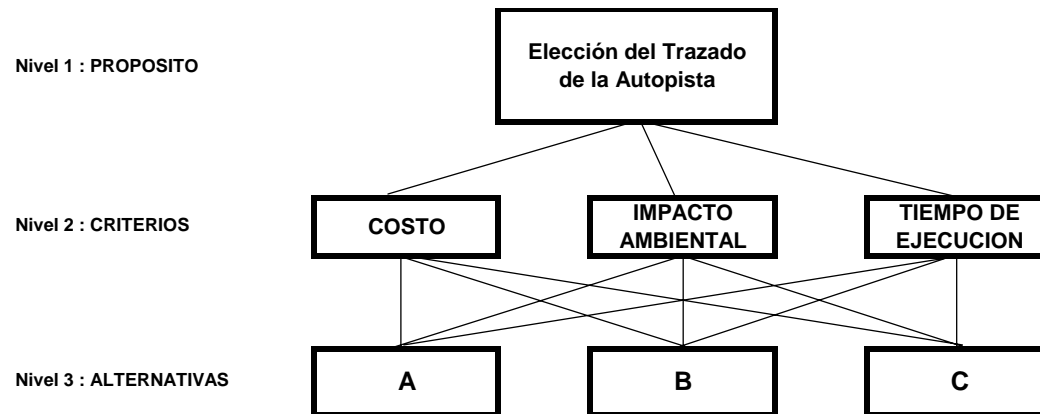


Figura 1 : Diagrama de Jerarquías

Una vez conceptualizada la estructura jerárquica del problema, se establece una fuerte interacción con el centro decisor para que emita sus juicios de valor o preferencias en cada uno de los niveles jerárquicos establecidos. Esta tarea consiste en una comparación de valores subjetivos «por parejas»; es decir, el centro decisor tiene que emitir $n(n-1)/2$ juicios de valor ($3(3-1)/2 = 3$ en nuestro caso) sobre la importancia relativa de criterios y alternativas.

Para el segundo nivel jerárquico, los valores subjetivos que suponemos ha emitido el centro decisor para los datos de nuestro ejemplo quedan reflejados en la matriz de la Tabla 1.

	Costo	Impacto Ambiental	Tiempo de Ejecucion
Costo	1	2	5
Impacto Ambiental	1/2	1	3
Tiempo de Ejecucion	1/5	1/3	1

Tabla 1 Matriz de Preferencias sobre los Criterios

Es interesante observar que para aplicar el método AHP no hace falta información cuantitativa acerca del resultado que alcanza cada alternativa en cada uno de los criterios considerados, sino tan solo los juicios de valor del centro decisor.

Matriz de Criterios

El paso siguiente es la aplicación del método AHP consiste en obtener un sistema de pesos que resulte consistente con las preferencias subjetivas mostradas por el centro decisor y recogidas en la matriz de comparación «por parejas» de la Tabla 2.

	w_i	CR
Costo	0,58126	
Impacto Ambiental	0,30915	0,0032
Tiempo de Ejecución	0,10959	

Tabla 2 Matriz de Ponderadores sobre los Criterios y Ratio de Consistencia

El vector $[W_1 = 0,58126 \ W_2 = 0,30915 \ W_3 = 0,10959]$ representa la estimación de ponderadores obtenida y el valor en el óptimo de la función objetivo (i.e. 0,0032) el ratio de consistencia mostrado por el centro decisor al manifestar sus preferencias.

Matriz de Alternativas

Una vez determinados los ponderadores para el nivel jerárquico 2, el paso siguiente en la aplicación del método AHP consiste en interaccionar nuevamente con el centro decisor, pero ahora en el nivel jerárquico 3. Para ello, el centro decisor tiene que mostrar sus juicios de valor cuando se confronta cada alternativa (trazado de la autopista) con cada criterio. Las tres matrices de comparación para el 3º nivel jerárquico Tabla 3.

CRITERIO : COSTO

	A	B	C	CR
A	1	6	3	0,0000
B	1/6	1	1/2	
C	1/3	2	1	

CRITERIO : IMPACTO AMBIENTAL

	A	B	C	CR
A	1	1/9	1/5	0,0011
B	9	1	2	
C	5	1/2	1	

CRITERIO : TIEMPO DE EJECUCION

	A	B	C	CR
A	1	1/2	1/4	0,0000
B	2	1	1/2	
C	4	2	1	

Tabla 3 Matriz de Preferencias sobre Alternativas para cada uno de los 3 Criterios

Nuevamente la interpretación de los elementos de las matrices de comparación es obvia. Así, para la primera matriz de comparación (p.ej. la que se refiere al Costo) tenemos que, para el centro decisor, el trazado A es seis veces preferido al B y tres veces preferido al C en términos del criterio Costo, etc. Las tres matrices de comparación están ampliadas con una columna en la que figuran recogidas las estimaciones de los ponderadores que resultan consistentes con las preferencias mostradas por el centro decisor.

El paso siguiente es la aplicación del método AHP consiste en obtener un sistema de ponderadores para cada una de las alternativas según cada criterio, que resulte consistente con las preferencias

Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

subjetivas mostradas por el centro decisor y recogidas en la matriz de comparación «por parejas» de las Tablas anteriores.

Alternativas	Criterios		
	Costo	Impacto Ambiental	Tiempo de Ejecución
A	0,66667	0,06604	0,14286
B	0,11111	0,61523	0,28571
C	0,22222	0,31873	0,57143
Ponderaciones de cada Criterio	0,58126	0,30915	0,10959

Tabla 4 Resumen sobre los Ponderadores de Criterios y Alternativas

Los ponderadores que resultan para cada Alternativa según el Criterio son representados en la Tabla 4.

Una vez obtenidos los estimadores de los ponderadores para los niveles jerárquicos 2 y 3, el paso siguiente -y último- del método AHP consiste en obtener unos ponderadores globales para ambos niveles jerárquicos. Esta tarea se aborda por medio de una agregación multiplicativa entre niveles jerárquicos. Así, para el trazado A el peso global es: $0,667 \times 0,581 + 0,066 \times 0,309 + 0,143 \times 0,110 = 0,424$. En la Tabla 4 figuran recogidos tanto los ponderadores obtenidos en los niveles jerárquicos 2 y 3. En la Tabla 5 se presentan los ponderadores globales.

Alternativas	Ponderadores Globales
A	0,42358
B	0,28609
C	0,29032

Tabla 5 Ponderadores Globales para cada una de las 3 Alternativas

En conclusión, la instrumentalización de las preferencias del centro decisor por medio del método AHP conduce a considerar el trazado A del tramo de autopista como la mejor solución.

Ej AHP.5 SELECCIÓN DE GERENTE COMERCIAL

Supongamos que una empresa de plaza está buscando un gerente comercial y publica el siguiente aviso en el diario.

Em p r e s a d e M a r k e t i n g

Selección:

GERENTE COMERCIAL

Cargo:
Implica la participación en el diseño de la estrategia comercial de la empresa y su ejecución con dedicación fulltime

Postulantes:
Educación a nivel terciario.
Deberán acreditar experiencia en actividades comerciales, en particular en comercialización de artículos de consumo masivo (excluyente).
Se valoraran estudios vinculados al área de ventas y marketing.
Proactivos, dinámicos y habituados a desempeñarse en función del estricto cumplimiento de las metas previstas.
Disponibilidad de asumir en forma inmediata.

Empresa:
Es una organización en franco desarrollo que ofrece una interesante participación en los resultados de la gestión.

Enviar curriculum vitae con antecedentes a:
mcaa@ccee.edu.uy

Se realiza una preselección en base a los curriculums recibidos y se eliminan los candidatos que no son factibles. Algunas de las razones de eliminación fueron:

- No haber cursado ningún estudio de nivel terciario
- No tener ningún tipo de experiencia en comercialización de productos masivos.

Una vez efectuada la preselección quedan tres candidatos probables de los cuales se efectuará la selección final: Sr. José Gonzalez, Sra. Graciela Pérez y el Sr. Ricardo Fernández. Los aspectos relevantes a tener en cuenta en la definición son Experiencia Laboral, Educación (educación formal y cursos de capacitación realizados), y Características Personales (desempeño en la entrevista y resultado de la prueba psicológica)

A usted como gerente de Recursos Humanos se le solicita que elija a uno de los candidatos y que fundamente su decisión frente al directorio de la empresa, quien deberá refrendar la decisión tomada.

Estructuración del Modelo Jerárquico.

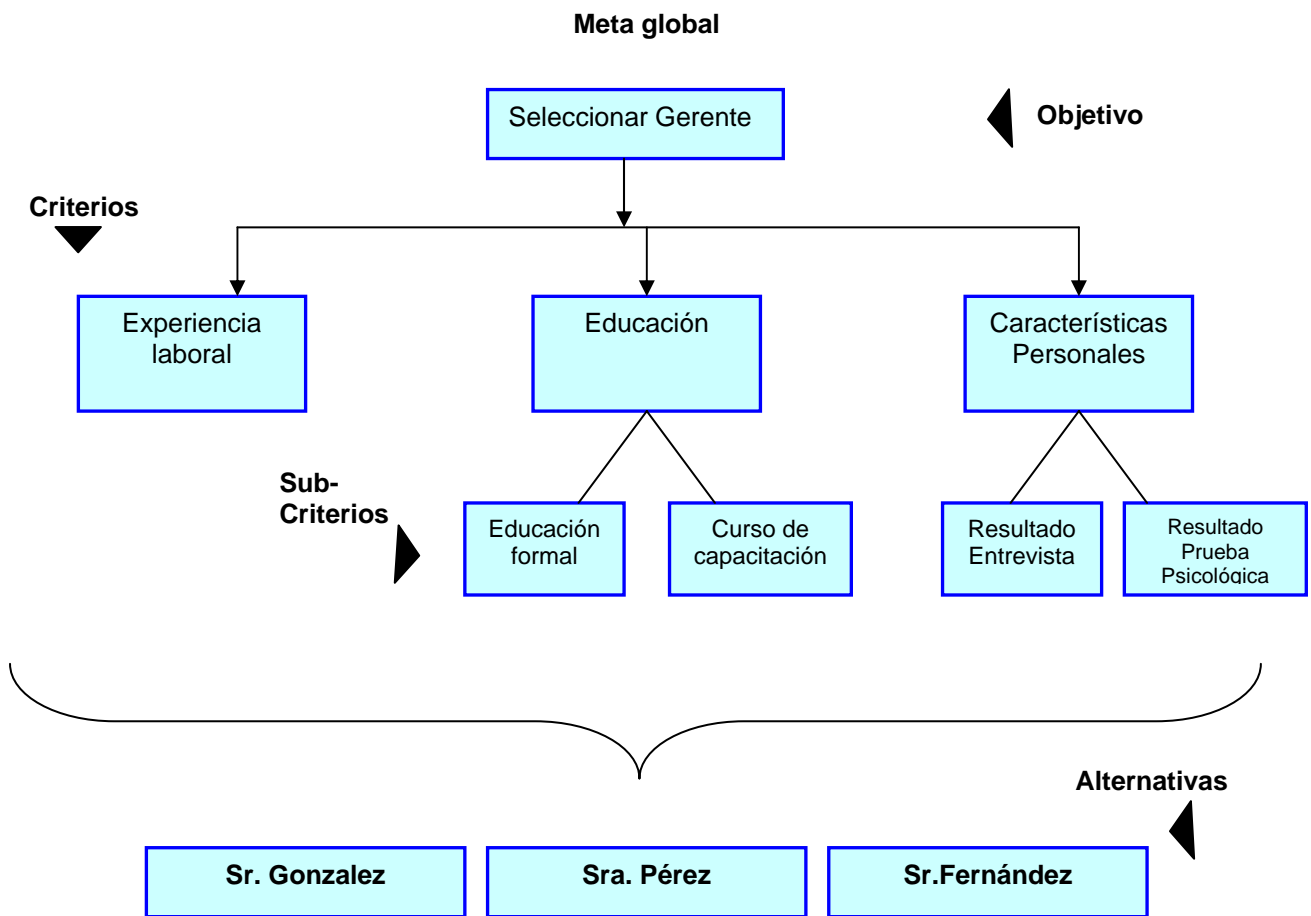
En esta etapa el centro decisor involucrado debe desglosar el problema en sus componentes relevantes. En una jerarquía funcional, los sistemas complejos se descomponen en sus partes constituyentes, de acuerdo con sus relaciones esenciales. Cuando se construye una jerarquía se deben incluir suficientes detalles relevantes para describir el problema de la forma más completa posible. Para lograr esto se debe realizar un análisis de los elementos constituyentes del problema así como de sus relaciones causales.

Los pasos a seguir para la estructuración del modelo jerárquico son:

1. Identificación del Problema:
2. Definición del Objetivo
3. Identificación de Criterios y sub-criterios

4. Identificación de Alternativas factibles

En este caso el modelo jerárquico quedaría estructurado de la siguiente forma:



Emisión de los Juicios y las Evaluaciones

En esta etapa se evalúan las alternativas por medio de comparaciones binarias (de a pares) para cada uno de los criterios establecidos. El decisor expresa su preferencia asignando un valor numérico a cada comparación. El AHP dispone de una escala creada por el propio Saaty que mide los juicios emitidos por el centro decisor.

Los juicios pueden ser emitidos, por ejemplo, por especialistas en el área involucrada. También pueden reflejar la opinión de un grupo de personas. En este caso, se debe realizar un promedio geométrico de todas las opiniones emitidas por los miembros del grupo.

En base a las evaluaciones binarias hechas por el decisor se construye una Matriz de Comparación por Pares para cada criterio o subcriterio establecido.

Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

ESCALA NUMERICA	ESCALA VERBAL	EXPLICACION
1.0	Ambos elementos son de igual importancia.	Ambos elemento contribuyen con la propiedad en igual forma.
3.0	Moderada importancia de un elemento sobre otro.	La experiencia y el juicio favorece a un elemento sobre el otro.
5.0	Fuerte importancia de un elemento sobre otro.	Un elemento es fuertemente favorecido.
7.0	Muy fuerte importancia de un elemento sobre otro.	Un elemento es muy fuertemente dominante.
9.0	Extrema importancia de un elemento sobre otro.	Un elemento es favorecido, por lo menos con un orden de magnitud de diferencia.
2.0, 4.0, 6.0, 8.0	Valores intermedios entre dos juicios adyacentes.	Usados como valores de consenso entre dos juicios.
Incrementos de 0.1	Valores intermedios en la graduación más fina de 0.1	Usados para graduaciones más finas de los juicios.

Cuadro N°1: Escala de Saaty

En lo que respecta al ejemplo planteado, el psicólogo nos informa que, según las pruebas psicológicas efectuadas: el Sr. José González ha obtenido un puntaje de 96, la Sra. Graciela Pérez un puntaje de 84 y el Sr. Ricardo Fernández un puntaje de 60. Consultado sobre el significado de dichos resultados, nos dice que González se ha desempeñado mucho mejor que Fernández; que Pérez se ha desempeñado bastante mejor que Fernández y que González se ha desempeñado bastante mejor que Pérez.

En base a los juicios emitidos por el psicólogo, elaboramos la Matriz de Comparación de Pares.

Criterio: Resultado de la Prueba Psicológica

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>
<i>Sr. González</i>	1	3	6
<i>Sra. Pérez</i>	1/3	1	3
<i>Sr. Fernández</i>	1/6	1/3	1

Relación de consistencia: 0,0176

Una vez construida la Matriz se procede a normalizar la misma. Uno de los procedimientos de normalización más usados consiste en dividir cada número de una columna de la Matriz de Comparación de Pares por la suma total de la columna. Así obtenemos la Matriz Normalizada.

Criterio: Resultado de la Prueba Psicológica

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>
<i>Sr. González</i>	2/3	9/13	3/5
<i>Sra. Pérez</i>	2/9	3/13	3/10
<i>Sr. Fernández</i>	1/9	1/13	1/10

Luego realizamos un promedio aritmético de cada línea de la matriz normalizada y obtenemos un vector de prioridad para cada criterio.

Criterio: Resultado de la Prueba Psicológica

<i>Sr. González</i>	65,30%
<i>Sra. Pérez</i>	25,10%
<i>Sr. Fernández</i>	9,60%

Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

A continuación detallaremos la matriz de comparación de pares obtenida para cada criterio y/o subcriterio con su correspondiente vector de prioridades:

Criterio: Experiencia Laboral

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>	Vector de Prioridad
<i>Sr. González</i>	1	3	1/3	24,31%
<i>Sra. Pérez</i>	1/3	1	1/7	8,82%
<i>Sr. Fernández</i>	3	7	1	66,87%

Relación de consistencia: 0,0068

Subcriterio: Educación Formal

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>	Vector de Prioridad
<i>Sr. González</i>	1	1/5	1/3	10,62%
<i>Sra. Pérez</i>	5	1	3	63,33%
<i>Sr. Fernández</i>	3	1/3	1	26,05%

Relación de consistencia: 0,0372

Subcriterio: Cursos de capacitación realizados

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>	Vector de Prioridad
<i>Sr. González</i>	1	5	3	64,79%
<i>Sra. Pérez</i>	1/5	1	1/2	12,22%
<i>Sr. Fernández</i>	1/3	2	1	22,99%

Relación de consistencia: 0,0036

Subcriterio: Desempeño en la entrevista

	<i>Sr. González</i>	<i>Sra. Pérez</i>	<i>Sr. Fernández</i>	Vector de Prioridad
<i>Sr. González</i>	1	3	1	42,86%
<i>Sra. Pérez</i>	1/3	1	1/3	14,29%
<i>Sr. Fernández</i>	1	3	1	42,86%

Relación de consistencia: 0,0000

Analizar consistencia de las opiniones vertidas.

La inconsistencia surge cuando algunos juicios de la Matriz de Comparación de Pares se contradicen con otros. Al emitir juicios uno hace comparaciones redundantes para mejorar la validez de la respuesta. Dado que los que responden pueden estar poco seguros o hacen malas apreciaciones al comparar algunos de los elementos, los juicios de una matriz puede que no sean consistentes. La consistencia es importante, debido a que una baja consistencia puede ser un síntoma de la aleatoriedad de los juicios. Por otra parte, el mundo no es perfectamente consistente, la inconsistencia es parte de la realidad. Igualmente podemos concluir que es deseable que nuestros juicios posean un nivel de inconsistencia bajo. A través de una serie de cálculos se puede hallar una relación de consistencia para cada matriz de comparación de pares:

- i) Para cada línea de la matriz de comparación de pares, determinar una suma ponderada en base a la suma del producto de cada valor de la misma por la prioridad de la alternativa correspondiente (que surge del vector de prioridad).

Criterio: Resultado de la Prueba Psicológica

	Sr. González	Sra. Pérez	Sr. Fernández
Sr. González	1	3	6
Sra. Pérez	1/3	1	3
Sr. Fernández	1/6	1/3	1

Criterio: Resultado de la Prueba Psicológica

Sr. González	65,30%
Sra. Pérez	25,10%
Sr. Fernández	9,60%

(1 x 0,6530) + (3 x 0,2510) + (6 x 0,0960) =	1,982051
(1/3 x 0,6530) + (1 x 0,2510) + (3 x 0,0960) =	0,756695
(1/6 x 0,6530) + (1/3 x 0,2510) + (1 x 0,0960) =	0,288509

- ii) A la suma ponderada obtenida para cada línea dividirla por la prioridad de la alternativa correspondiente.

1,982051 / 0,6530 =	3,03534
0,756695 / 0,2510 =	3,01476
0,288509 / 0,0960 =	3,00495

- iii) Haciendo un promedio de los resultados de cada línea obtenemos λ_{max} .

En el caso que estamos viendo λ_{max} sería: $(3,03534 + 3,01476 + 3,00495) / 3 = 3,01835$

Una vez que obtenemos λ_{max} mediante una simple operación podemos calcular un Índice de Consistencia (IC). $IC = (\lambda_{max} - n) / (n-1) = (3,01835 - 3) / (2) = 0,009175$

Este índice ya es una medida de consistencia. Nosotros no la usamos porque de acuerdo al AHP un determinado valor de este índice es tolerable en una matriz de determinada dimensión, pero no es tolerable en una con una dimensión diferente. Debido a esto Saaty desarrolla una medida de consistencia uniforme para todas las matrices sin importar qué cantidad de columnas y de filas tenga.

A estos efectos se divide al índice de consistencia entre la Inconsistencia Aleatoria Media (IAM), una constante cuyo valor va a depender de la dimensión de la matriz que estamos analizando, y obtenemos la Relación de Consistencia (RC).

Dimensión de la matriz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inconsistencia aleatoria media	0,00	0,00	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

$$RC = IC / IAM = 0,009175 / 0,52 = 0,0176$$

Desde el punto de vista del AHP, es deseable que la Relación de Consistencia de cualquier matriz de comparación de pares sea menor o igual a 0,10.

Si uno no puede llegar a un nivel aceptable de consistencia, debería recoger más información o reexaminar el marco de la jerarquía, salvo que la inconsistencia surja de un hecho que es inconsistente en su esencia y fue incluido en la matriz de forma conciente.

Establecimiento de las prioridades

En esta etapa se procura establecer la importancia relativa de cada criterio de decisión. El procedimiento es idéntico al desarrollado en el punto 2. En este caso se harán comparaciones binarias entre los distintos criterios establecidos en función de su importancia a la hora de alcanzar el objetivo final. En base a dichas comparaciones se construirá una matriz de comparación de criterios. Al igual que en el caso de la matriz de comparación de pares se deberá analizar la consistencia de la misma.

La importancia de los criterios se pueden extraer, por ejemplo, de las políticas de la empresa, de las opiniones de los asesores o conjugando las opiniones de un directorio mediante la realización de promedios geométricos. Según la especificación del puesto de gerente comercial surge la siguiente matriz de comparación de criterios.

Matriz de Comparación de criterios

	<i>Experiencia Laboral</i>	<i>Educación</i>	<i>Característica Personales</i>
Experiencia Laboral	1	3	1
Educación	1/3	1	1/3
Características Personales	1	3	1

Relación de consistencia: 0,0000

Matriz de Comparación de criterios normalizada

	<i>Experiencia Laboral</i>	<i>Educación</i>	<i>Característica Personales</i>
Experiencia Laboral	6/11	4/7	1/2
Educación	3/11	2/7	1/3
Características Personales	2/11	1/7	1/6

Vector de ponderación de criterios

Experiencia Laboral	53,90%
Educación	29,73%
Características Personales	16,38%

En caso de existir subcriterios se realizará el mismo procedimiento. Se realizarán comparaciones de a pares entre los subcriterios en función de su influencia en el criterio que determinan.

En el caso expuesto existen dos criterios (Educación y Características Personales) que se forman en base a dos subcriterios.

Criterio: Educación

	<i>Educación Formal</i>	<i>Cursos de Capacitación</i>	Vector de Prioridad
Educación Formal	1	3	88,89%
Cursos de Capacitación	1/3	1	11,11%

Relación de consistencia: 0,0000

Criterio: Características Personales

	<i>Desempeño en la Entrevista</i>	<i>Prueba Psicológica</i>	Vector de Prioridad
Desempeño en la Entrevista	1	2	66,67%
Prueba Psicológica	1/2	1	33,33%

Relación de consistencia: 0,0000

Desarrollo del Vector de Prioridad Global

En el caso de la selección del gerente comercial definimos un vector de prioridad para cada subcriterio y/o criterio (paso 2), luego definimos un vector de ponderaciones de subcriterios para cada criterio y un vector de ponderación de criterios (paso 4). En función de los datos obtenidos en las etapas anteriores podemos resumir en la siguiente figura la importancia de cada criterio y de cada subcriterio.

En este paso se realiza una síntesis de todos los datos obtenidos previamente y se elabora un ranking de las alternativas evaluadas. Para ello debemos asignar un puntaje a cada alternativa en base a los juicios obtenidos en las matrices de comparación de pares de cada criterio y/o subcriterio, ponderado por la importancia del mismo.

El Puntaje obtenido por cada aspirante los debemos calcular de la siguiente manera:

Sr. Gonzalez:

$$(0,2431 \times 0,5390) + \{[(0,1062 \times 0,8889) + (0,6479 \times 0,1111)] \times (0,2973)\} + \{[(0,4286 \times 0,6667) + (0,6530 \times 0,3333)] \times (0,1638)\} = \mathbf{26,30 \%}$$

Sra. Pérez:

$$(0,0882 \times 0,5390) + \{[(0,6333 \times 0,8889) + (0,1222 \times 0,1111)] \times (0,2973)\} + \{[(0,1429 \times 0,6667) + (0,2510 \times 0,3333)] \times (0,1638)\} = \mathbf{24,82 \%}$$

Sr. Fernández:

$$(0,6687 \times 0,5390) + \{[(0,2605 \times 0,8889) + (0,2299 \times 0,1111)] \times (0,2973)\} + \{[(0,4286 \times 0,6667) + (0,0960 \times 0,3333)] \times (0,1638)\} = \mathbf{48,89 \%}$$

En función de la metodología adoptada, **el Sr. Fernández** hubiese sido elegido como Gerente Comercial.

Ej AHP. 6 Mercados de Exportación

Debido al reciente aumento en la competitividad, producto de la devaluación del año pasado, una empresa textil uruguaya está decidida a salir a conquistar mercados para su producto estrella: buzos hechos a mano. De diversas reuniones con cámaras de comercio, organismos gubernamentales y organizaciones industriales surgen tres alternativas que a priori cuentan con el apoyo de al menos uno de los dos hermanos (Rodrigo y Horacio) dueños de la empresa: exportar a Argentina, a Noruega, o a China.

Luego de largas discusiones los mismos deciden establecer los aspectos relevantes a tener en cuenta a la hora de tomar la decisión: competencia establecida, demanda potencial del mercado, canales de venta disponibles y posibilidad de exportar productos conexos en el futuro. A su vez le dicen a usted que tome la decisión porque ellos no se pueden poner de acuerdo. Usted decide utilizar la metodología del AHP y le entrega un cartoncito a cada hermano dónde deben establecer la importancia relativa de cada criterio sobre otro, según la escala de Saaty. Los resultados fueron los siguientes:

Rodrigo:

CRITERIO		CRITERIO
Competencia establecida	1/6	Demanda potencial del mercado
Competencia establecida	1/2	Canales de venta disponibles
Competencia establecida	1	Exportación productos conexos en el futuro
Demanda potencial del mercado	3	Canales de venta disponibles
Demanda potencial del mercado	5	Exportación productos conexos en el futuro
Canales de venta disponibles	2	Exportación productos conexos en el futuro

Horacio:

CRITERIO		CRITERIO
Competencia establecida	1/9	Demanda potencial del mercado
Competencia establecida	1/3	Canales de venta disponibles
Competencia establecida	3	Exportación productos conexos en el futuro
Demanda potencial del mercado	1	Canales de venta disponibles
Demanda potencial del mercado	5	Exportación productos conexos en el futuro
Canales de venta disponibles	5	Exportación productos conexos en el futuro

1. Elaborar la matriz de prioridades según la opinión de cada hermano.

Horacio	Ponderadores	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI
Competencia	0,11724	4,3654	0,1218	0,1369
Demanda	0,46489			
Venta	0,35239			
Conexos	0,06548			

Rodrigo	Ponderadores	$\lambda(\max)$	CI	CR=CI/RI
Competencia	0,09809	4,0036	0,0012	0,0013
Demanda	0,61126			
Venta	0,19618			
Conexos	0,09447			

Métodos Cuantitativos Aplicados a la Administración
Material de Apoyo ANALISIS MULTICRITERIO

2. Usted decide descartar la opinión de uno de los hermanos, quien no informó correctamente porque desconfianza.. De quién era la opinión descartada. Justificar.

Luego de establecidos los criterios a ser utilizados usted recurre a distintas opiniones calificadas que le emiten juicios acerca de cómo cada mercado se desempeña en función de cada criterio establecido.

Competencia establecida:

CRITERIO		CRITERIO
Argentina	5	Noruega
Argentina	3	China
Noruega	1/2	China

Demanda potencial del mercado

CRITERIO		CRITERIO
Argentina	1/2	Noruega
Argentina	3	China
Noruega	5	China

Canales de venta disponibles:

CRITERIO		CRITERIO
Argentina	2	Noruega
Argentina	1/2	China
Noruega	1/4	China

Exportación productos conexos en el futuro:

CRITERIO		CRITERIO
Argentina	3	Noruega
Argentina	7	China
Noruega	4	China

- 1) Elaborar las matrices de comparación de pares para cada criterio establecido.

CRITERIO : COMPETENCIA

	A	N	C
A	1	5	3
N	1/5	1	1/2
C	1/3	2	1

CRITERIO : VENTA

	A	N	C
A	1	2	1/2
N	1/2	1	1/4
C	2	4	1

CRITERIO : DEMANDA

	A	N	C
A	1	1/2	3
N	2	1	5
C	1/3	1/5	1

CRITERIO : CONEXOS

	A	N	C
A	1	3	7
N	1/3	1	4
C	1/7	1/4	1

- 2) Sabiendo que las opiniones vertidas tienen un nivel de consistencia aceptable, elaborar el vector de prioridad global. ¿A qué mercado va a recomendar usted exportar?

Alternativas	Criterios				Ponderadores Globales
	Competencia	Demanda	Venta	Conexos	
Argentina	0,6479	0,309	0,333	0,656	0,3798
Noruega	0,1222	0,581	0,167	0,265	0,4250
China	0,2299	0,110	0,667	0,080	0,2278
Ponderaciones	0,0981	0,6113	0,1962	0,0945	