

# Transitorios Hidráulicos en Tuberías a Presión

Curso posgrado y educación permanente  
**2023**

Docentes: Dr. Ing. Rodolfo Pienika [rpienika@fing.edu.uy](mailto:rpienika@fing.edu.uy)  
MSc. Ing. Laura Rovira [lrovira@ose.com.uy](mailto:lrovira@ose.com.uy)

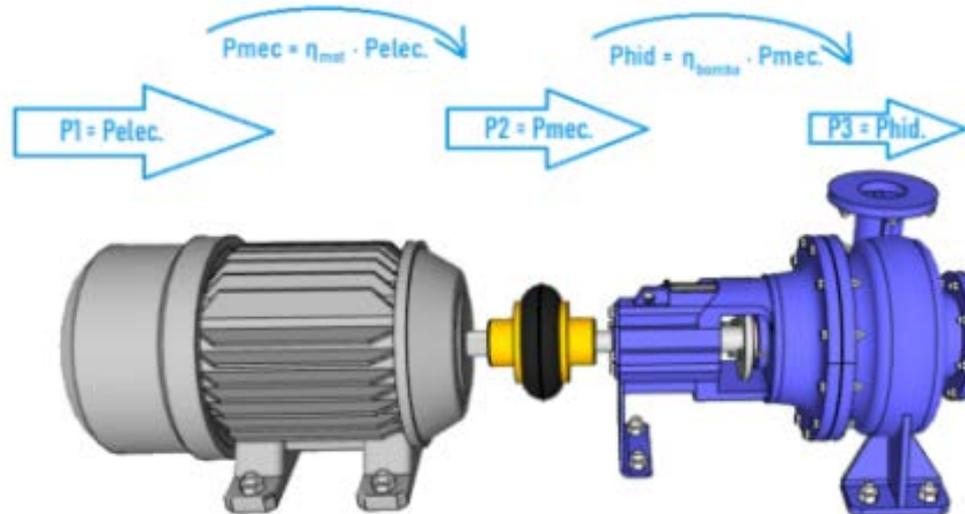
# TRANSITORIO HIDRÁULICO ORIGINADO POR UNA PLANTA DE BOMBEO

Transitorios Hidráulicos en Tuberías a Presión 2023

# Paro de la bomba

## Origen del transitorio hidráulico:

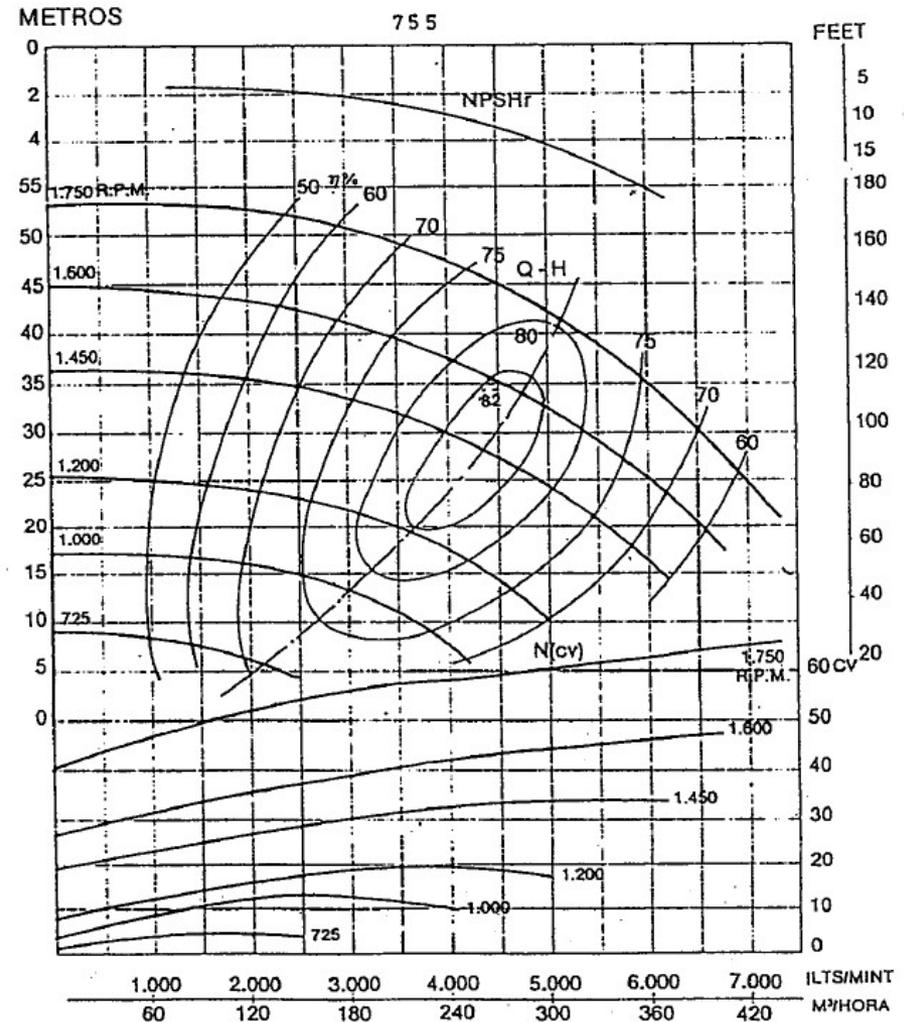
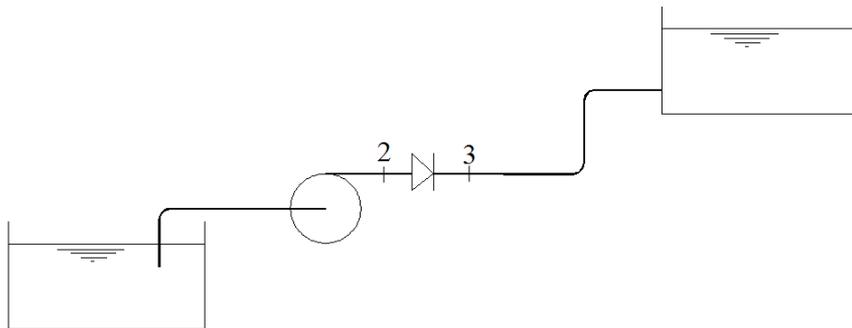
**Corte en el suministro eléctrico al motor que acciona la bomba.**



# Paro de la bomba

Funcionamiento con válvula de retención ideal:

$$Q > 0$$
$$N < N_0$$



# Operación de bomba: Análisis dimensional

$$H.g = f_1(Q, \omega, D, \varepsilon, \mu, \rho) \quad M = f_2(Q, \omega, D, \varepsilon, \mu, \rho)$$

**Variables básicas :  $\rho, D, \omega$**

$\pi_\mu = \mu / (\rho D^2 \omega)$       **Inversa del N° de Reynolds**

$\pi_Q = Q / (\omega D^3)$       **Coefficiente de caudal**

$\pi_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{D}$       **Rugosidad relativa**

$\pi_H = Hg / (\omega^2 D^2)$       **Coefficiente de carga**

$\pi_M = M / (\rho D^5 \omega^2)$       **Coefficiente de par**

# Operación de bomba: Análisis dimensional

## Ecuaciones adimensionadas

$$\pi_H = g_1(\text{Re}, \pi_Q, \pi_\varepsilon)$$

$$\pi_M = g_2(\text{Re}, \pi_Q, \pi_\varepsilon)$$

**También:**  $\pi_Q \pi_H = Q \rho H g / (\rho \omega^3 D^5)$

**(coeficiente de potencia)**

# Operación de bomba: Análisis dimensional

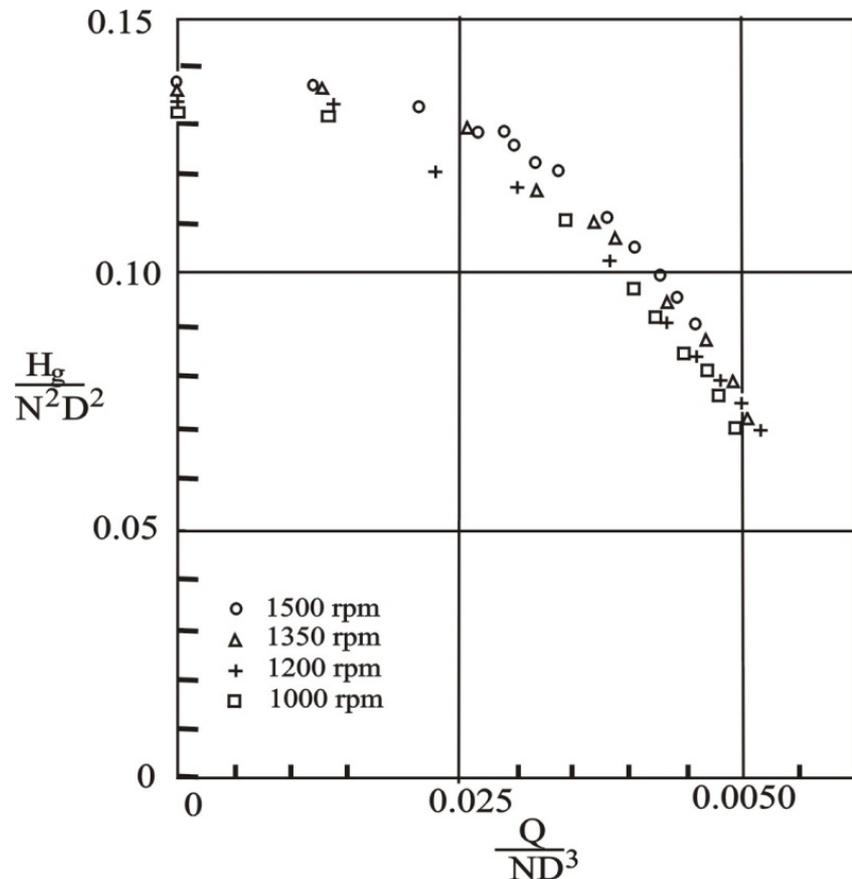
Independencia de Re y obviando la referencia a  $\varepsilon/D$  (misma rugosidad):

$$\pi_H = g_1(\pi_Q)$$

$$\pi_M = g_2(\pi_Q)$$

*Curva característica adimensionada carga-caudal de una bomba*

*(experimental)*



# Operación de bomba: Análisis dimensional

## Operación de bomba a distintas velocidades de giro

**Problema:** conocer la relación:  $H = F(Q)$

para la velocidad de giro  $\omega_2$ , conociéndola a  $\omega_1$ .

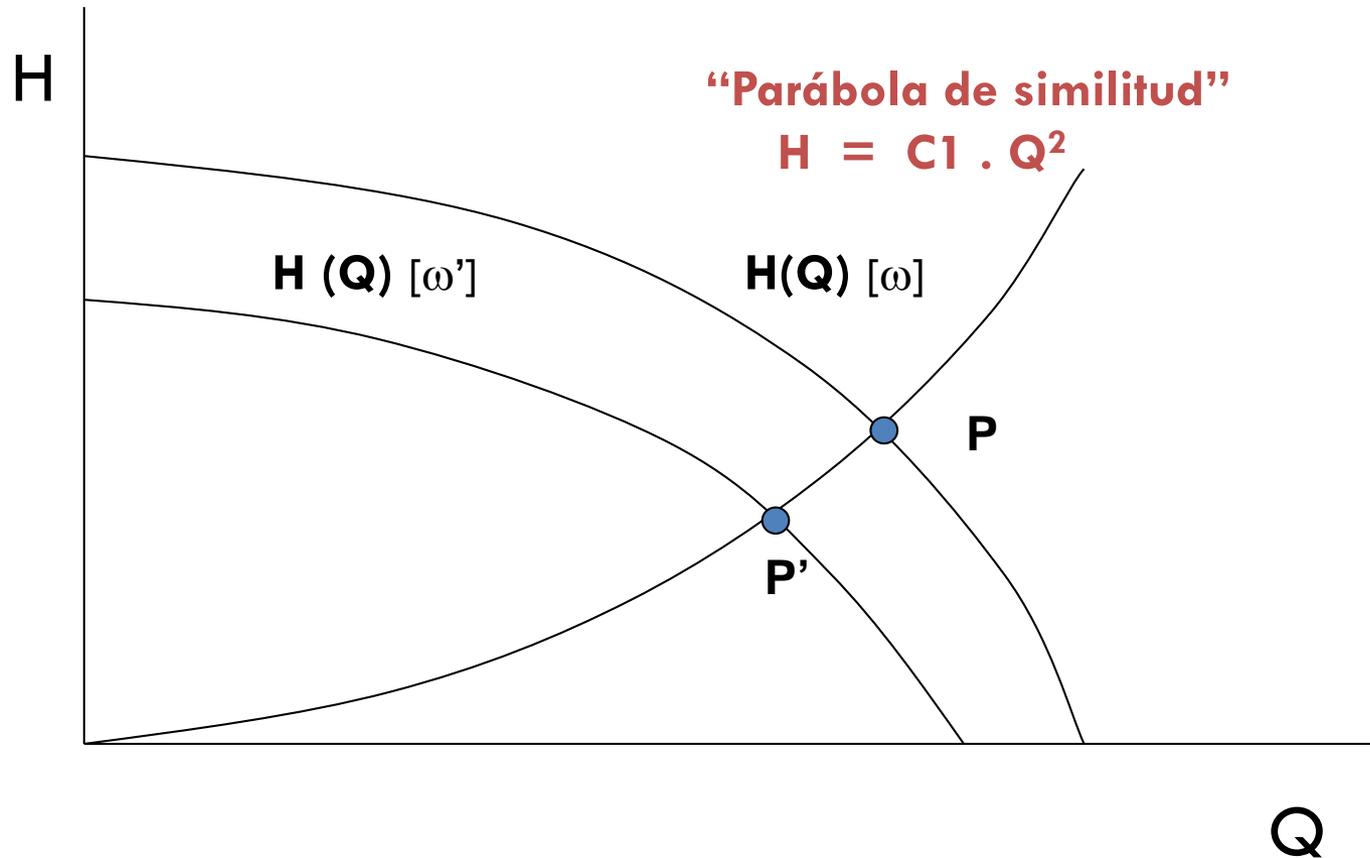
Se puede definir un nuevo número adimensional independiente de  $\omega$ :

$$\frac{\pi_Q^2}{\pi_H} = \frac{Q^2}{H g D^4}$$

⇒ Para puntos homólogos, y fijada una relación de diámetros (suponiendo independencia del Re) :

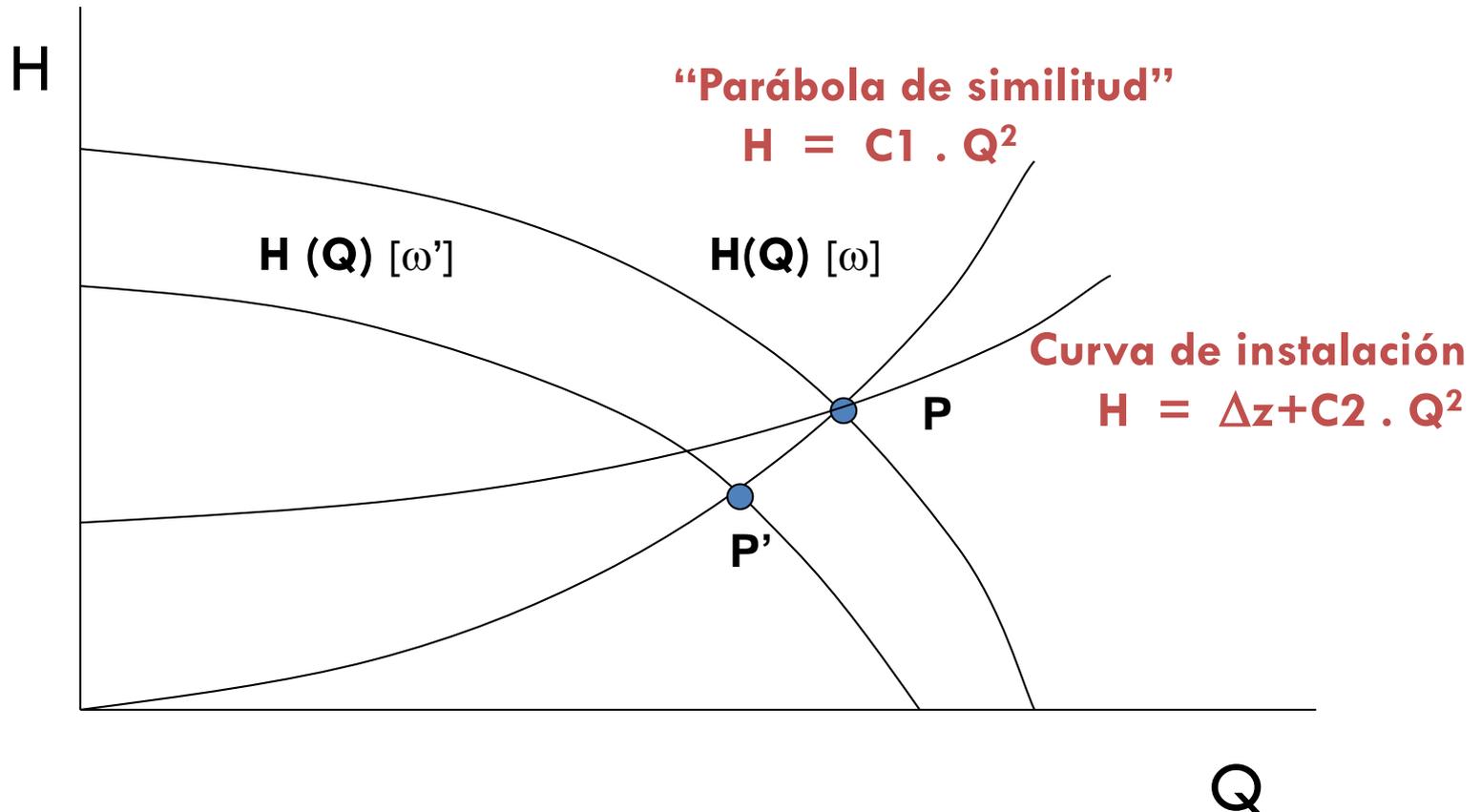
$$H = \text{Cte} \cdot Q^2$$

# Operación de bomba: Análisis dimensional



$P$  y  $P'$  homólogos (iguales  $N^{os} \Pi$ , igual  $\eta$ )

# Operación de bomba: Análisis dimensional



$P$  y  $P'$  homólogos (iguales  $N^{os} \Pi$ , igual  $\eta$ )

# Operación de bomba: Análisis dimensional

**Knapp : Curvas iso-H e iso-M en diagrama Q,N**

Llamando:  $v = \frac{Q}{Q_R}$        $\alpha = \frac{N}{N_R}$        $\zeta = \frac{H}{H_R}$        $\beta = \frac{M}{M_R}$



$$\pi_Q = \pi_{QR} \frac{v}{\alpha} \qquad \pi_H = \pi_{HR} \frac{\zeta}{\alpha^2} \qquad \pi_M = \pi_{MR} \frac{\beta}{\alpha^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi_H = f_1(\pi_Q) \\ \pi_M = f_2(\pi_Q) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \zeta = \frac{\alpha^2}{\pi_{HR}} f_1\left(\pi_{QR} \frac{v}{\alpha}\right) = g_1(v, \alpha) \\ \beta = \frac{\alpha^2}{\pi_{MR}} f_2\left(\pi_{QR} \frac{v}{\alpha}\right) = g_2(v, \alpha) \end{array}$$

Subíndice R: Nominal o máximo rendimiento

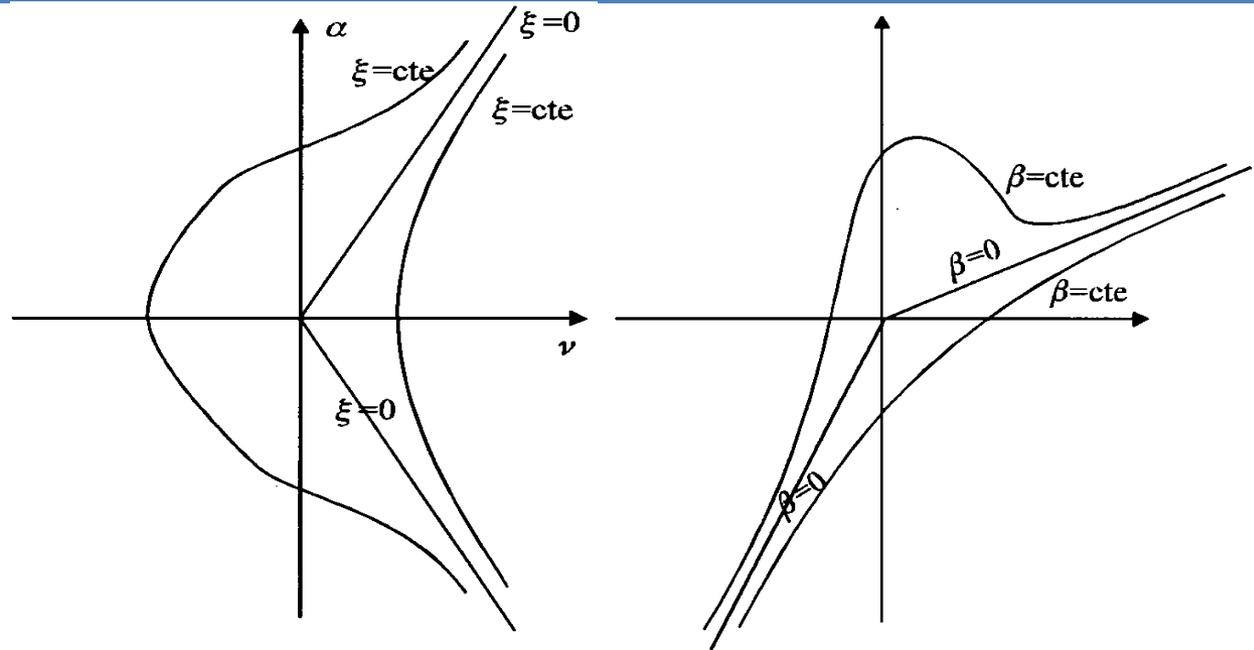
# Operación de bomba: Análisis dimensional

$$\alpha = \frac{N}{N_R} \quad v = \frac{Q}{Q_R}$$

$$\beta = \frac{M}{M_R} \quad \zeta = \frac{H}{H_R}$$

$$\zeta = g_1(v, \alpha)$$

$$\beta = g_2(v, \alpha)$$



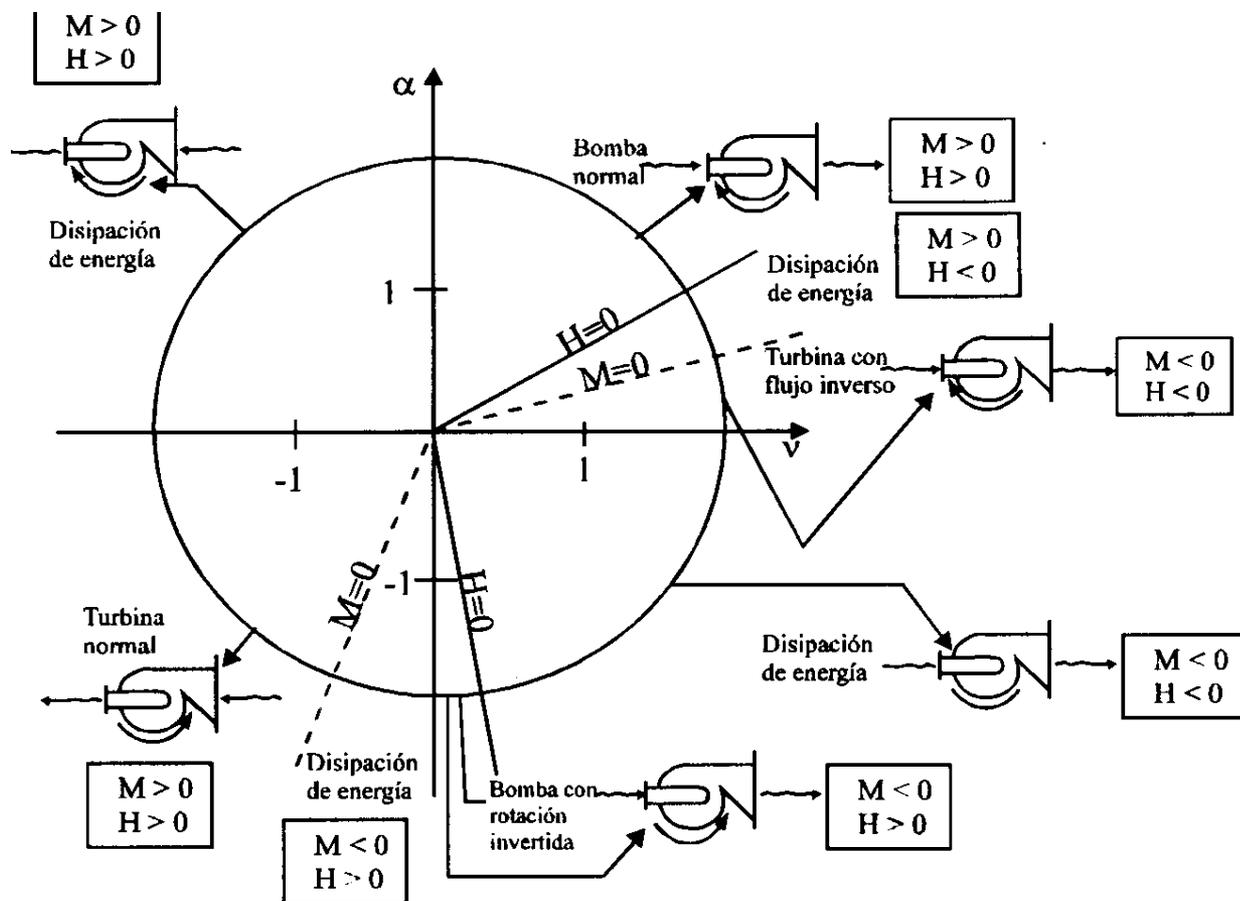
Familia de curvas en el plano  $(v, \alpha)$

$$H_t = \frac{u \cdot v_{2u}}{g} = (AN - BQ)N$$

Si  $H = 0$  ( $\zeta = 0$ )

$\Rightarrow$  Semirrectas en cuadrante  $v > 0, \alpha > 0$  y en cuadrante  $v > 0, \alpha < 0$

# Operación de bomba: Análisis dimensional



$v > 0$  Q en sentido normal

$v < 0$  Q en sentido inverso

$\alpha > 0$  N en el sentido directo

$\alpha < 0$  N en el sentido inverso

$H > 0$   $P_{descarga} > P_{succión}$

$H < 0$   $P_{descarga} < P_{succión}$

$M > 0$   $M_{externo}$  en el eje de la máquina es directo

$M < 0$   $M_{externo}$  en el eje de la máquina es inverso

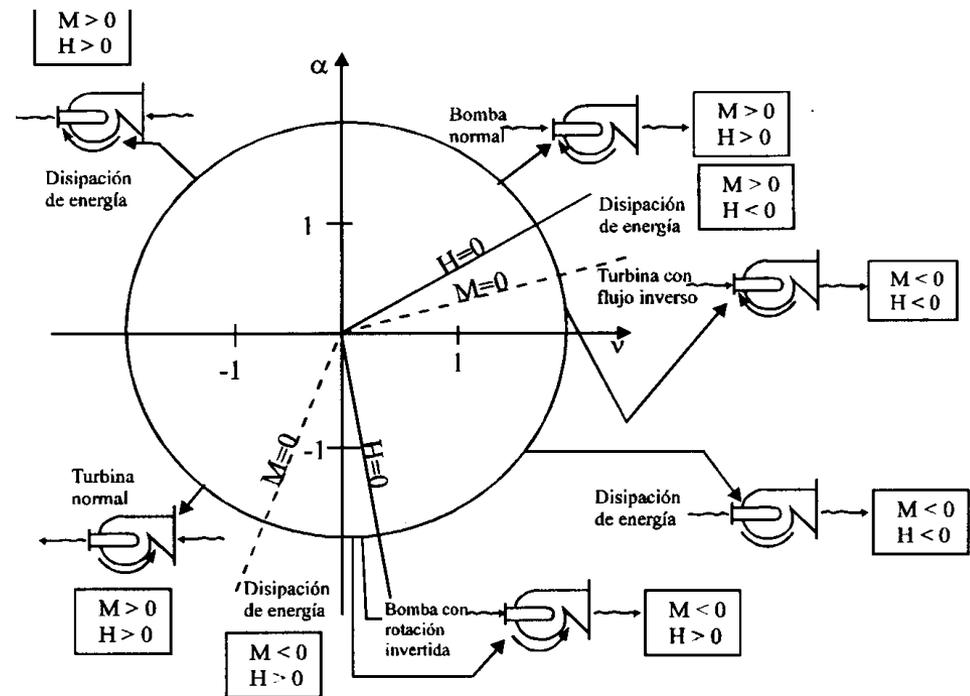
# Operación de bomba: Análisis dimensional

BOMBA: potencia mecánica del eje  $\rightarrow$  potencia hidráulica del fluido

TURBINA: potencia hidráulica del fluido  $\rightarrow$  potencia mecánica eje

DISIPACIÓN DE ENERGÍA:

- Fluido entrega potencia hidráulica
- Eje entrega potencia mecánica
- Disipación en el fluido en forma de calor



# Operación de bomba: Análisis dimensional

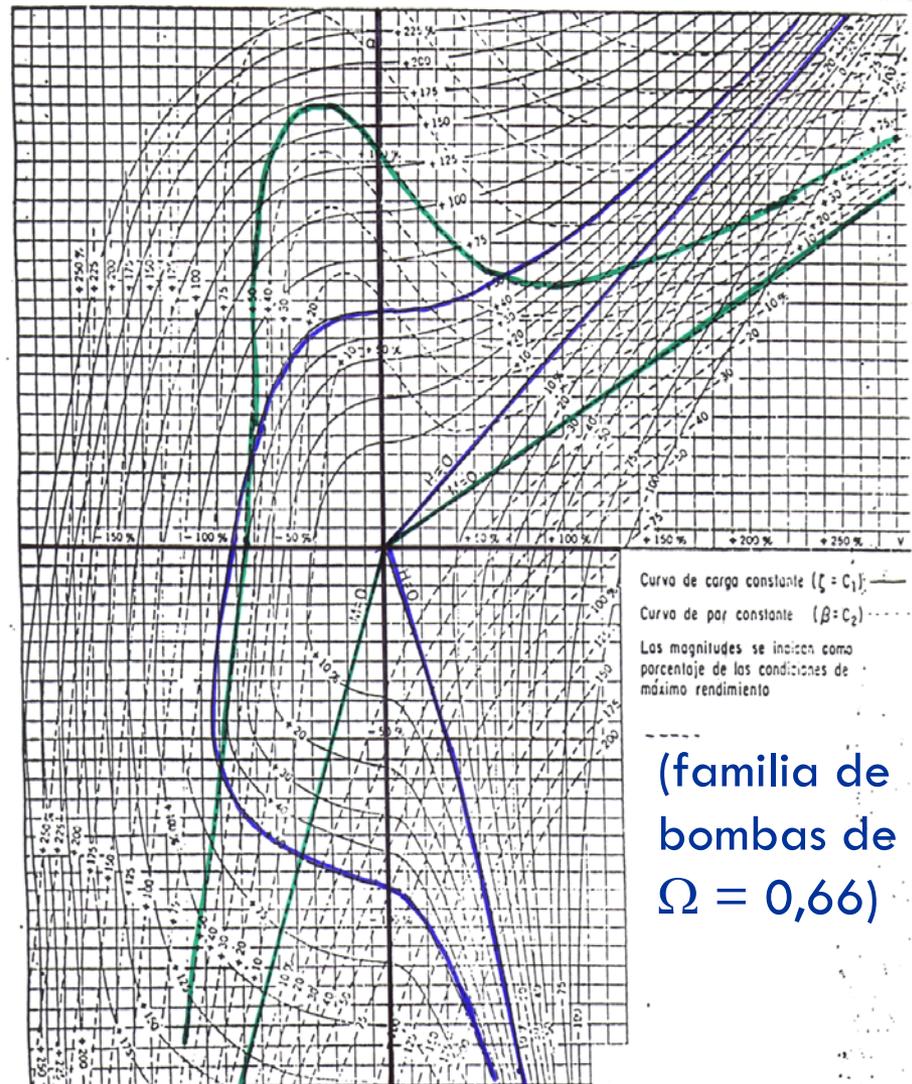
## Diagrama de los 4 cuadrantes

A cada familia de máquinas le corresponde un diagrama

$$v = \frac{Q}{Q_R} \quad \alpha = \frac{N}{N_R}$$

$$\zeta = \frac{H}{H_R} \quad \beta = \frac{M}{M_R}$$

Curvas  $\zeta$  y  $\beta$  cte.



# Operación de bomba: Análisis dimensional

Otra forma de representar funcionamiento completo de turbomáquinas: Diagrama de Suter

$$\zeta = \frac{\alpha^2}{\pi_{HR}} f_1\left(\pi_{QR} \frac{\nu}{\alpha}\right) = g_1(\nu, \alpha) \quad \beta = \frac{\alpha^2}{\pi_{MR}} f_2\left(\pi_{QR} \frac{\nu}{\alpha}\right) = g_2(\nu, \alpha)$$

$$\frac{\zeta}{\alpha^2 + \nu^2} = \frac{1}{\pi_{HR}} \frac{1}{1 + \frac{\nu^2}{\alpha^2}} f_1(\pi_{QR} \nu / \alpha) = G_1\left(\frac{\alpha}{\nu}\right)$$

$$\frac{\beta}{\nu^2 + \alpha^2} = \frac{1}{\pi_{MR}} \frac{1}{1 + \frac{\nu^2}{\alpha^2}} f_2(\pi_{QR} \nu / \alpha) = G_2\left(\frac{\alpha}{\nu}\right)$$

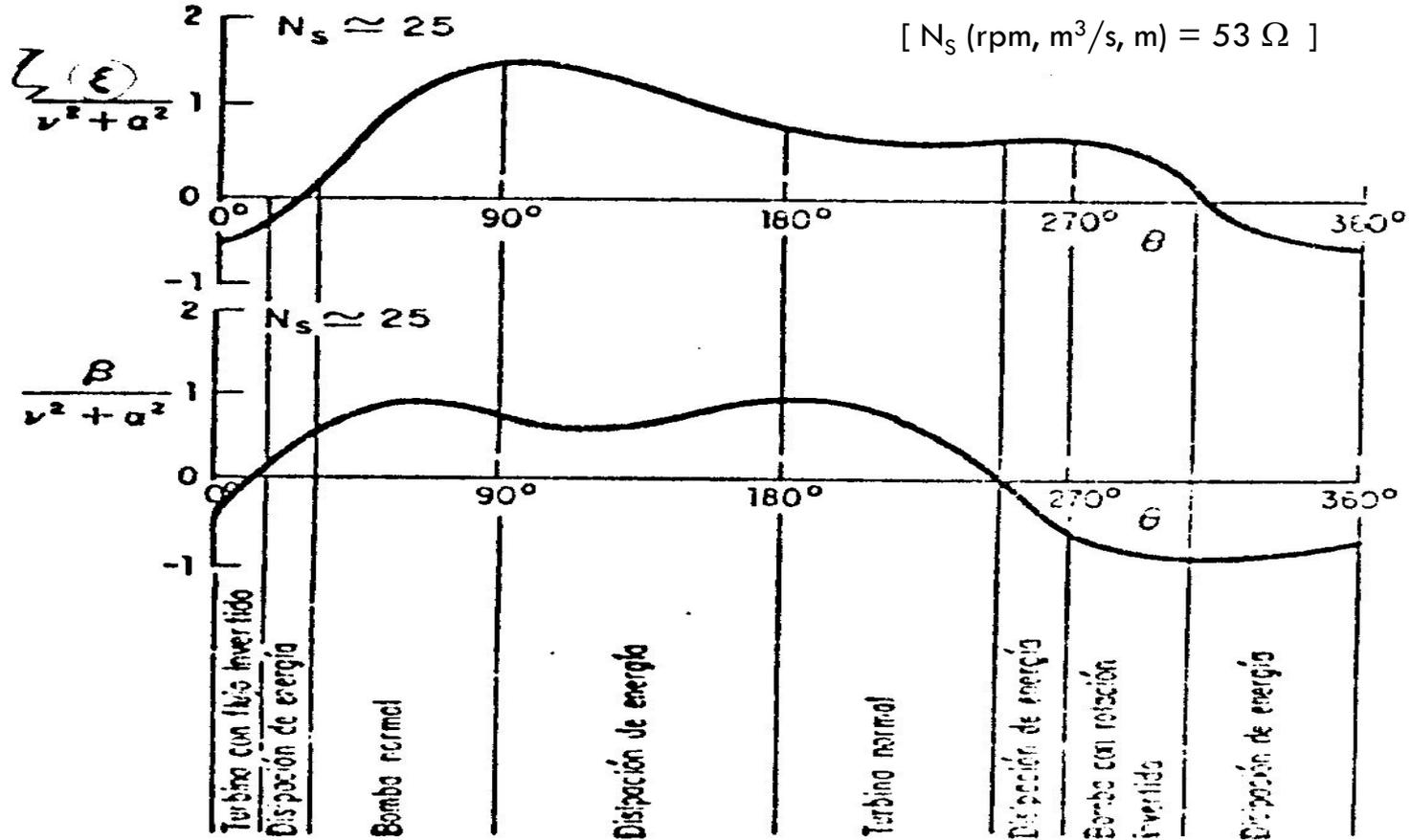
$$\theta = \arctan\left(\frac{\alpha}{\nu}\right)$$

con  $0 \leq \theta < 360^\circ$

$\frac{\zeta}{\alpha^2 + \nu^2} = \varphi_1(\theta)$
$\frac{\beta}{\nu^2 + \alpha^2} = \varphi_2(\theta)$

# Operación de bomba: Análisis dimensional

Otra forma de representar funcionamiento completo de turbomáquinas: Diagrama de Suter



# Inercia de las masas rotantes

Ecuación dinámica:

$$I \frac{dN}{dt} = Me - M$$

$$I = I_{\text{motor}} + I_{\text{bomba}} + I_{\text{fluido}}$$

Fórmulas semiempíricas:

1. “Bureau of Reclamation, Denver, Colorado, 1975” (obsoleta)

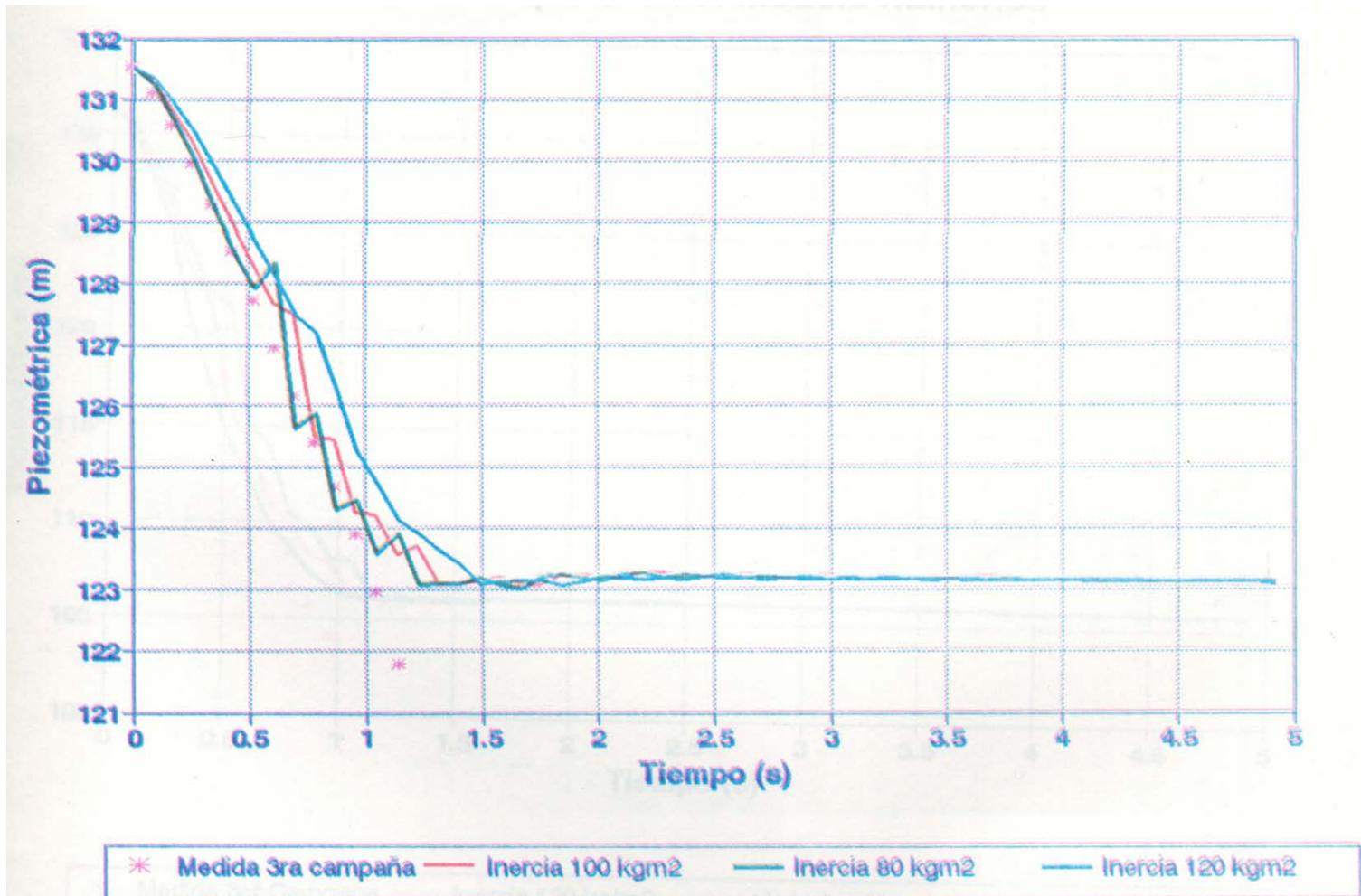
$$I = I_{\text{motor}} \times (1.1 \text{ a } 1.5) \quad N \approx 1200 \text{rpm} \rightarrow I_{\text{motor}} = 0.0045 P^{1.38} \quad (\text{P en kW, I en kg.m}^2)$$
$$N \approx 1800 \text{rpm} \rightarrow I_{\text{motor}} = 0.00193 P^{1.38}$$

2. Thorley, 1991

$$I_{\text{motor}} (\text{kgm}^2) = 118 \left( \frac{P(\text{kW})}{N(\text{rpm})} \right)^{1.48}$$
$$I_{\text{bomba}} (\text{kgm}^2) = 1.5 \times 10^7 \left( \frac{P(\text{kW})}{N^3(\text{rpm})} \right)^{0.9556}$$

# Inercia de las masas rotantes

- **Determinación empírica de inercia de las masas rotantes:**



# Aplicación al paro de la bomba

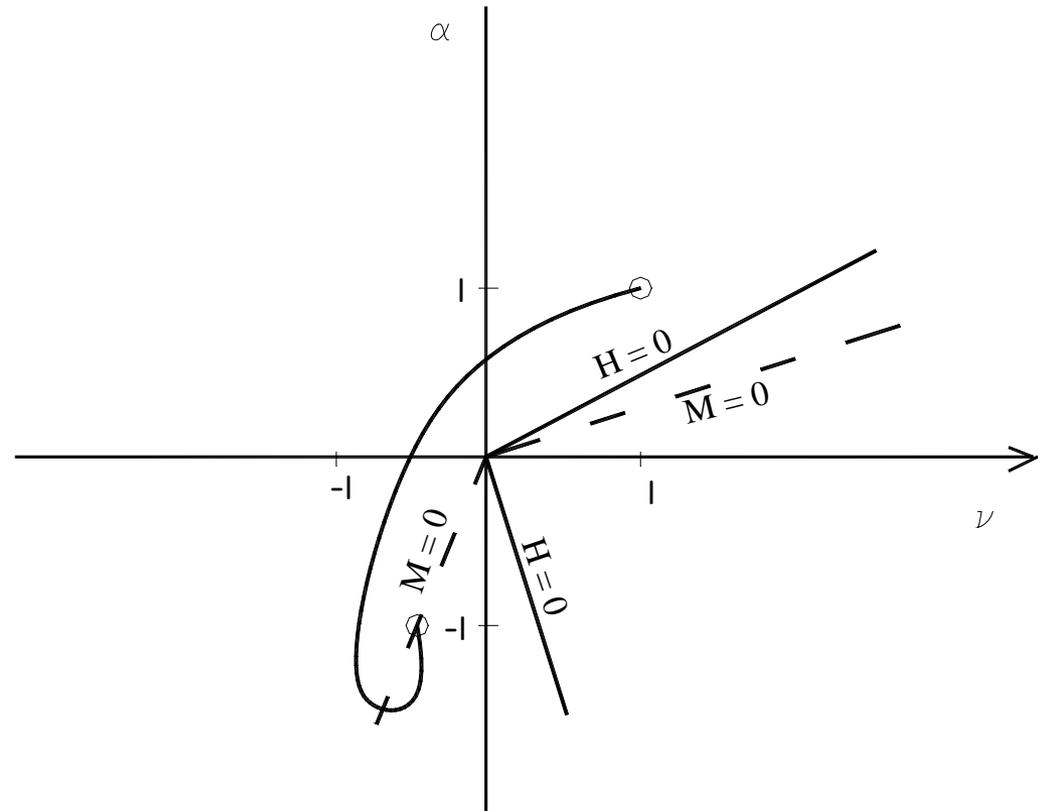
Evolución en el tiempo durante el paro de una bomba sin válvula de retención

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{el} - M_h$$

❖ En operación normal  $M_{el} = M_h$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$$

❖ Si  $M_{el} = 0 \Rightarrow d\omega/dt = -M_h / I$



# Aplicación al paro de la bomba

## 1. Ecuaciones características, en forma adimensional:

$$F_{\zeta}(\theta, N_s) = \frac{\zeta}{v^2 + \alpha^2} \longrightarrow \text{Evalúa la diferencia de carga entre la descarga y la succión.}$$

$$F_{\beta}(\theta, N_s) = \frac{\beta}{v^2 + \alpha^2} \longrightarrow \text{Evalúa el par o momento aplicado desde el exterior al eje de la máquina.}$$

## 2. Ecuación dinámica:

$$I \frac{dN}{dt} = Me - M$$

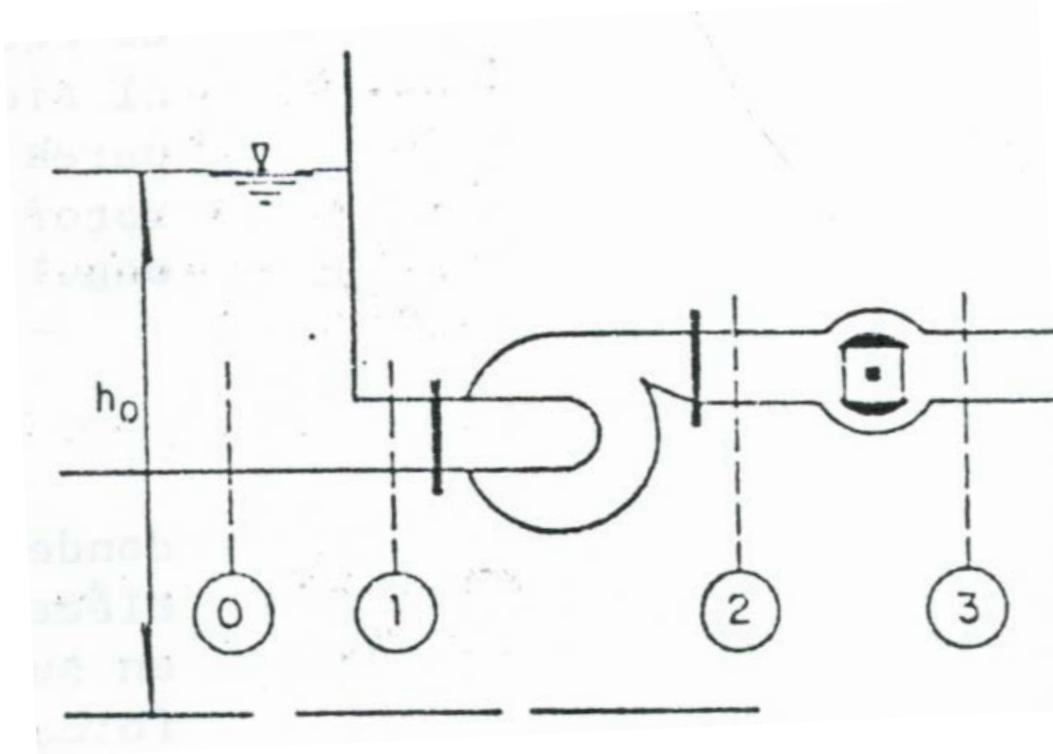
$$Me = M \rightarrow I \frac{dN}{dt} = 0$$

- Operación normal:

$$I \frac{dN}{dt} = -M \rightarrow -I \cdot \frac{N_R}{M_R} \cdot \frac{d\alpha}{dt} = \beta$$

- Falla el sistema eléctrico:

# Aplicación al paro de la bomba



3. Ecuación Característica negativa en sección (2):  $Q_p = C_n + C_a h_p$
4. Ecuación Característica positiva en sección (1):  $Q_p = C_p - C_a h_p$

# Ejemplo

## Ejemplo:

$$L = 6000 \text{ m}$$

$$D = 350 \text{ mm}$$

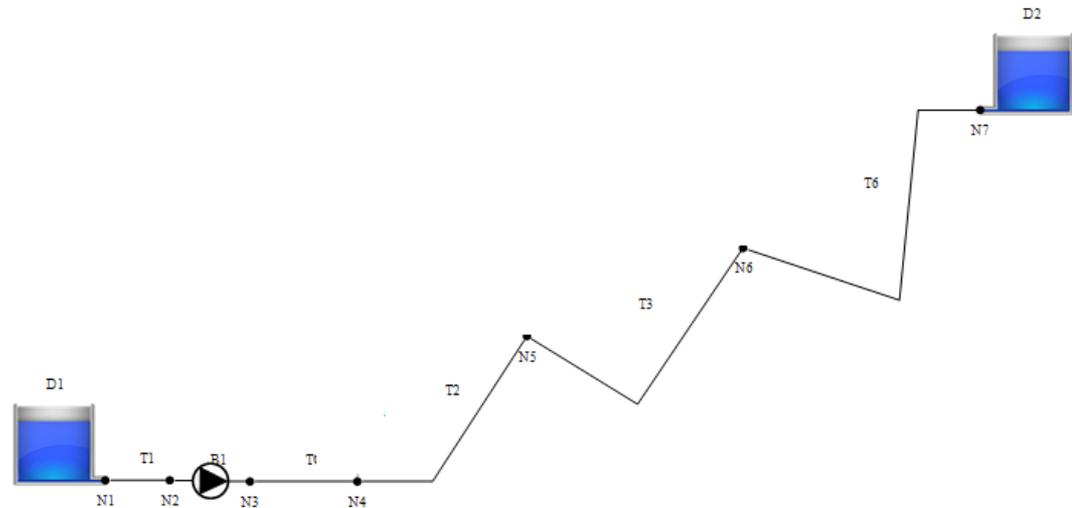
$$a = 344,6 \text{ m/s}$$

2 bombas

$$Q = 133,6 \text{ L/s}$$

$$\Delta H_b = 74,6 \text{ m}$$

$$I = 0,49 \text{ Kg/m}^2$$



$$\Delta h_{\text{allievi}} = 48,8 \text{ m}$$

# Ejemplo

## Ejemplo:

$$L = 6000 \text{ m}$$

$$D = 350 \text{ mm}$$

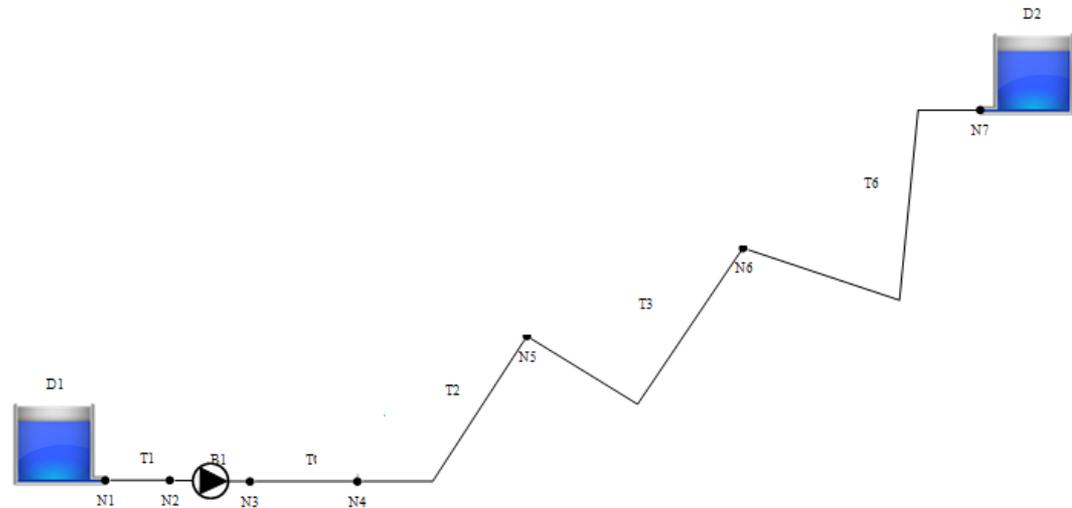
$$\alpha = 344,6 \text{ m/s}$$

2 bombas

$$Q = 133,6 \text{ L/s}$$

$$\Delta H_b = 74,6 \text{ m}$$

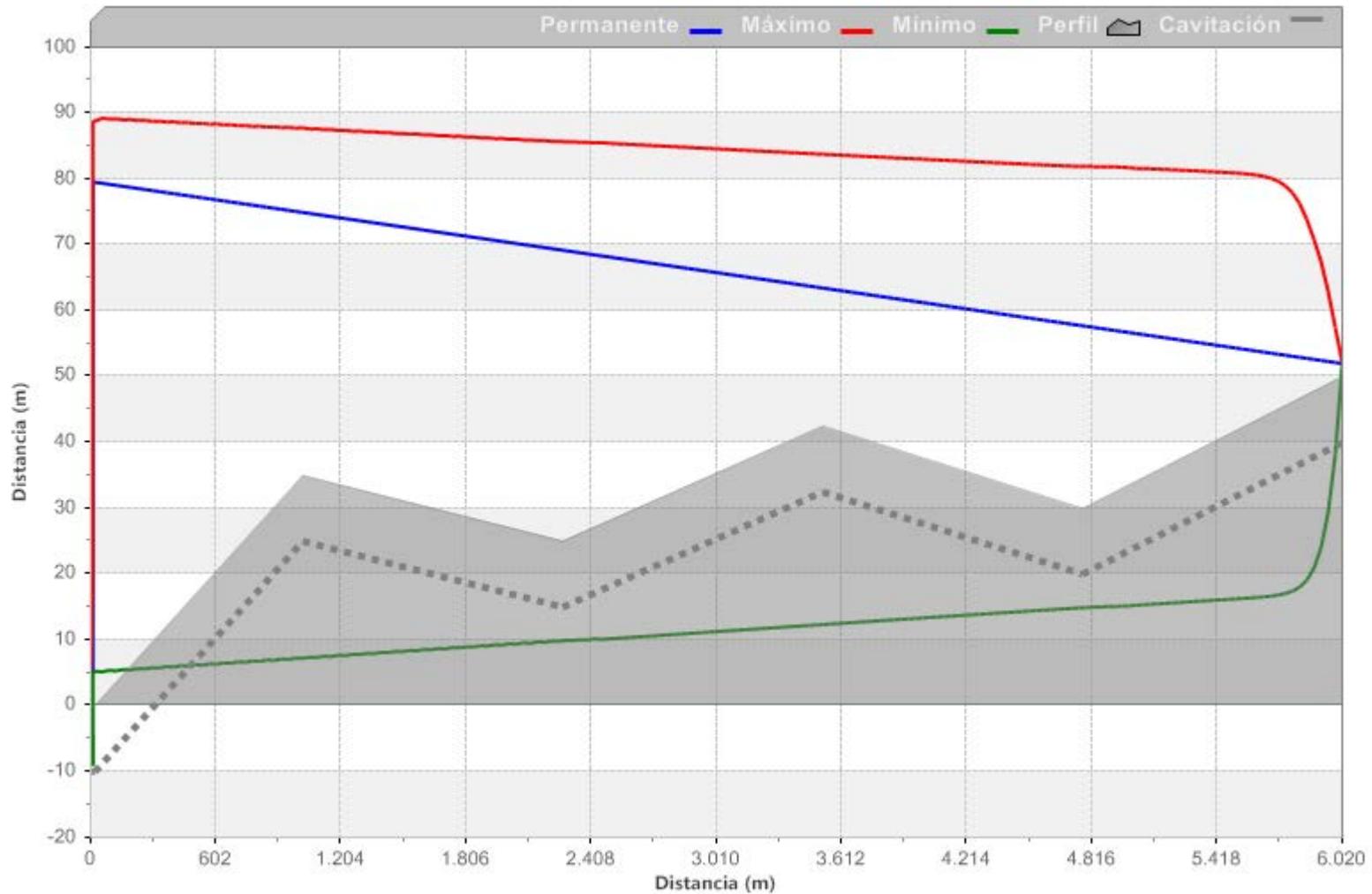
$$I = 10 \text{ Kg/m}^2$$



$$\Delta h_{\text{allievi}} = 48,8 \text{ m}$$

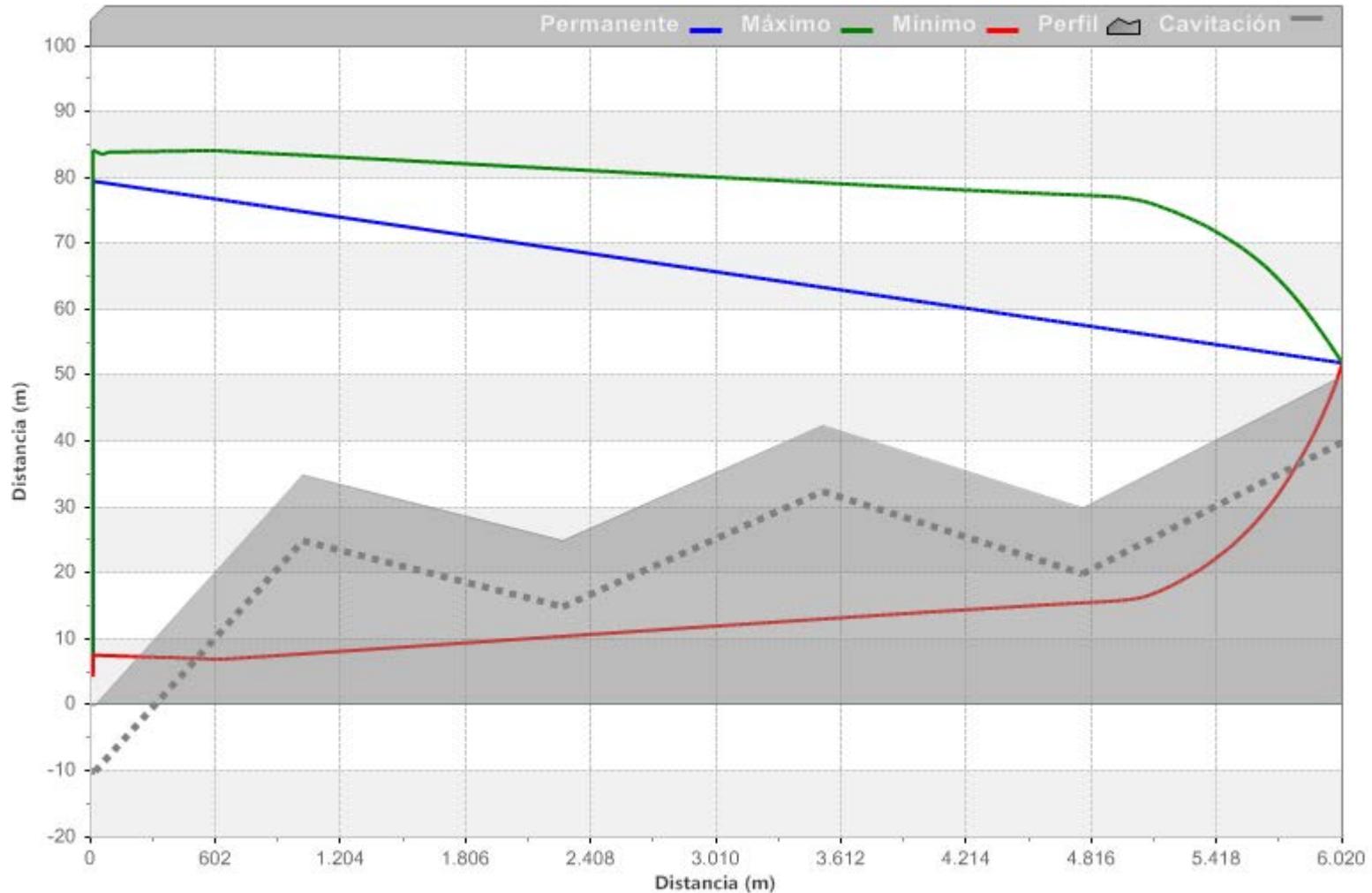
# Ejemplo: Línea de cargas piezométricas máximas y mínimas durante un transitorio

$I=0.49\text{Kgm}^2$



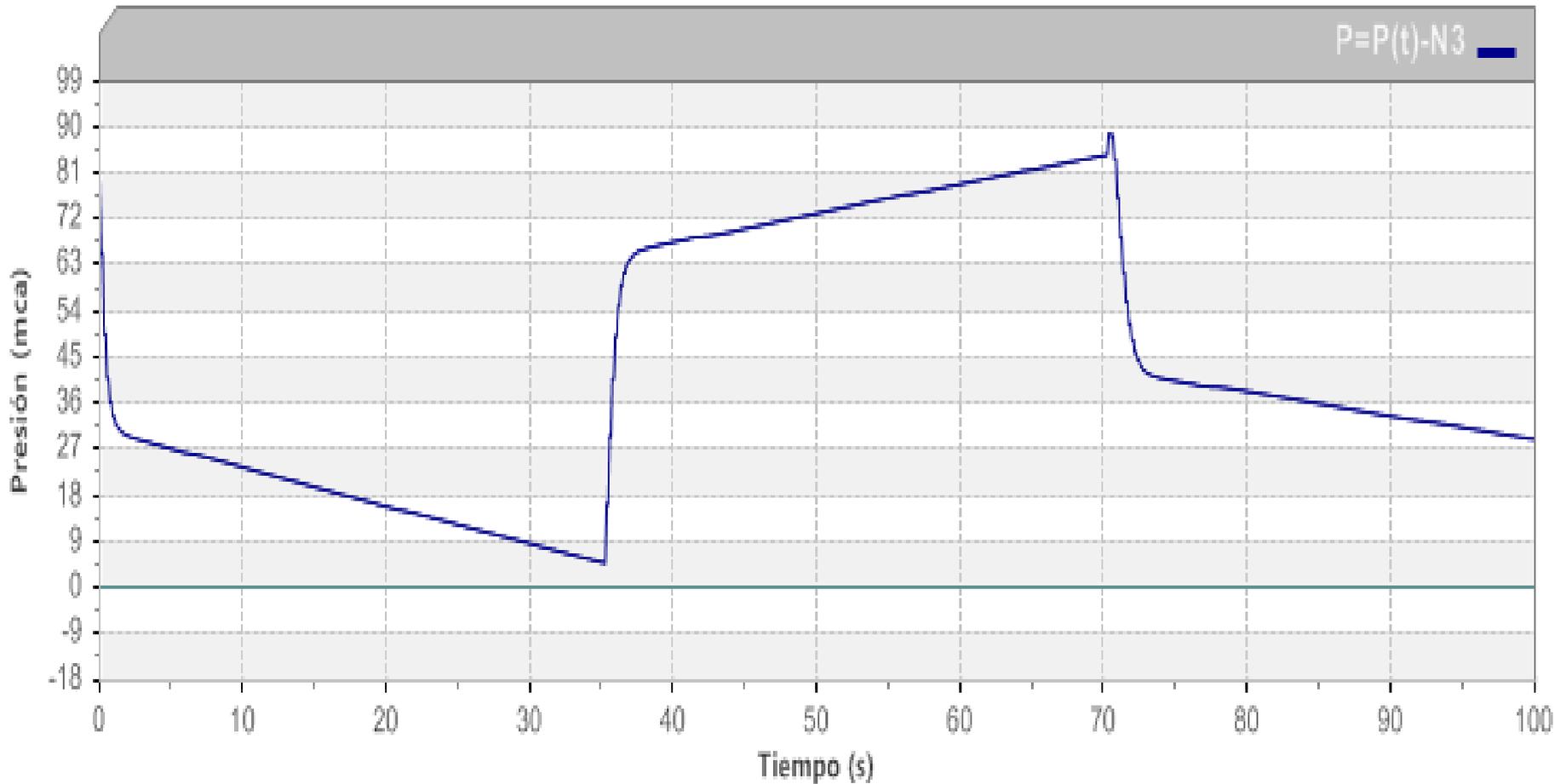
# Ejemplo: Línea de cargas piezométricas máximas y mínimas durante un transitorio

$I=10\text{Kg/m}^2$



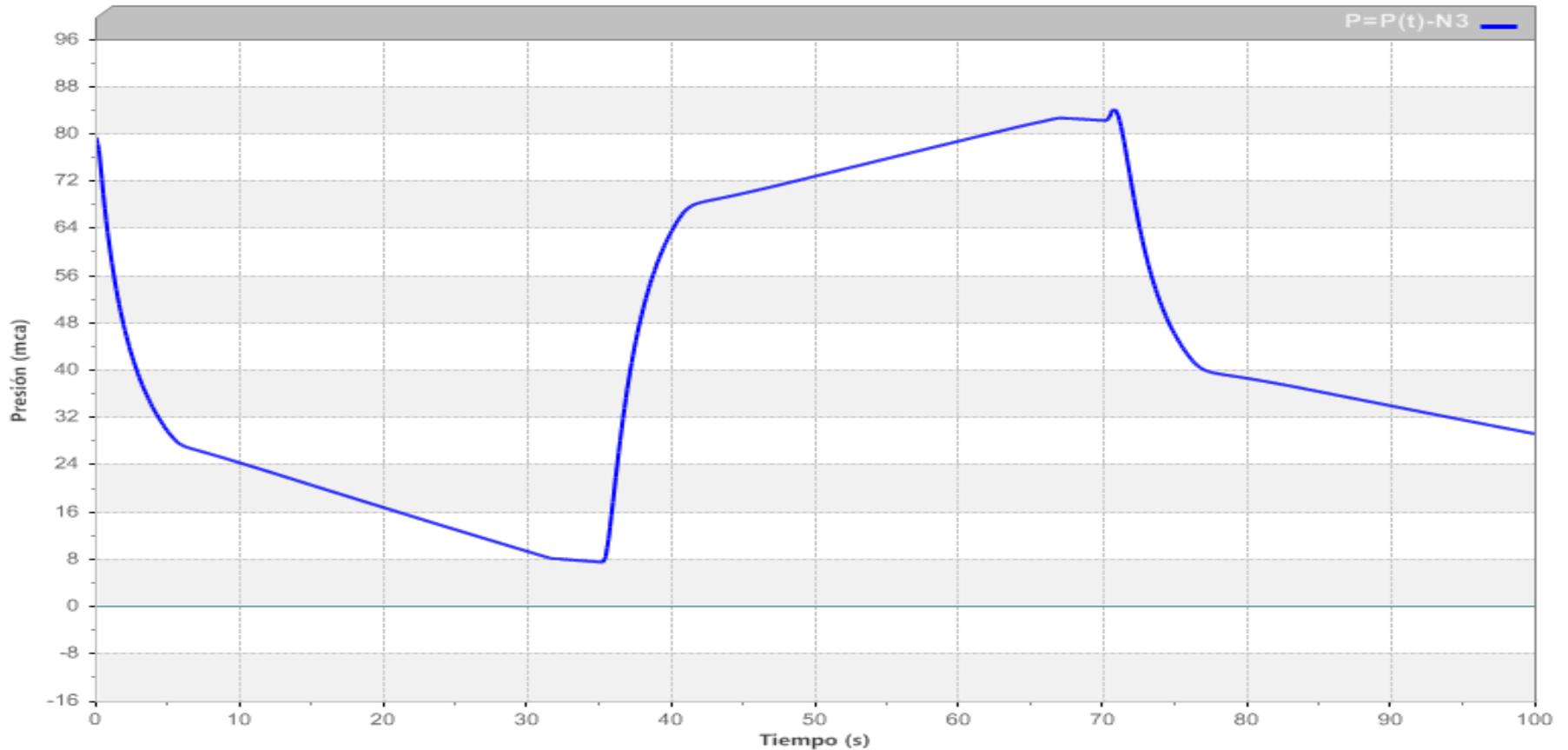
# Ejemplo: Presión en función del tiempo, inmediatamente aguas abajo de bomba

$I=0.49\text{Kgm}^2$



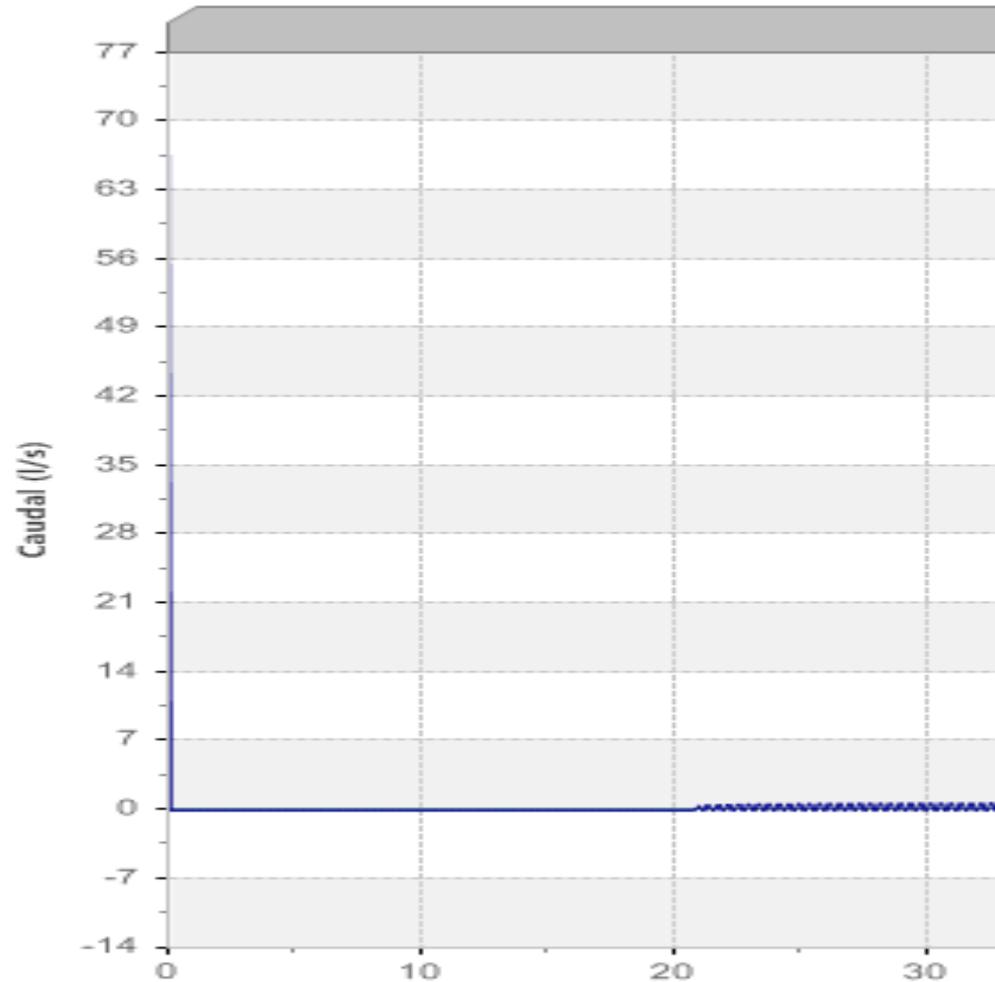
# Ejemplo: Presión en función del tiempo, inmediatamente aguas abajo de bomba

$I=10\text{Kgm}^2$



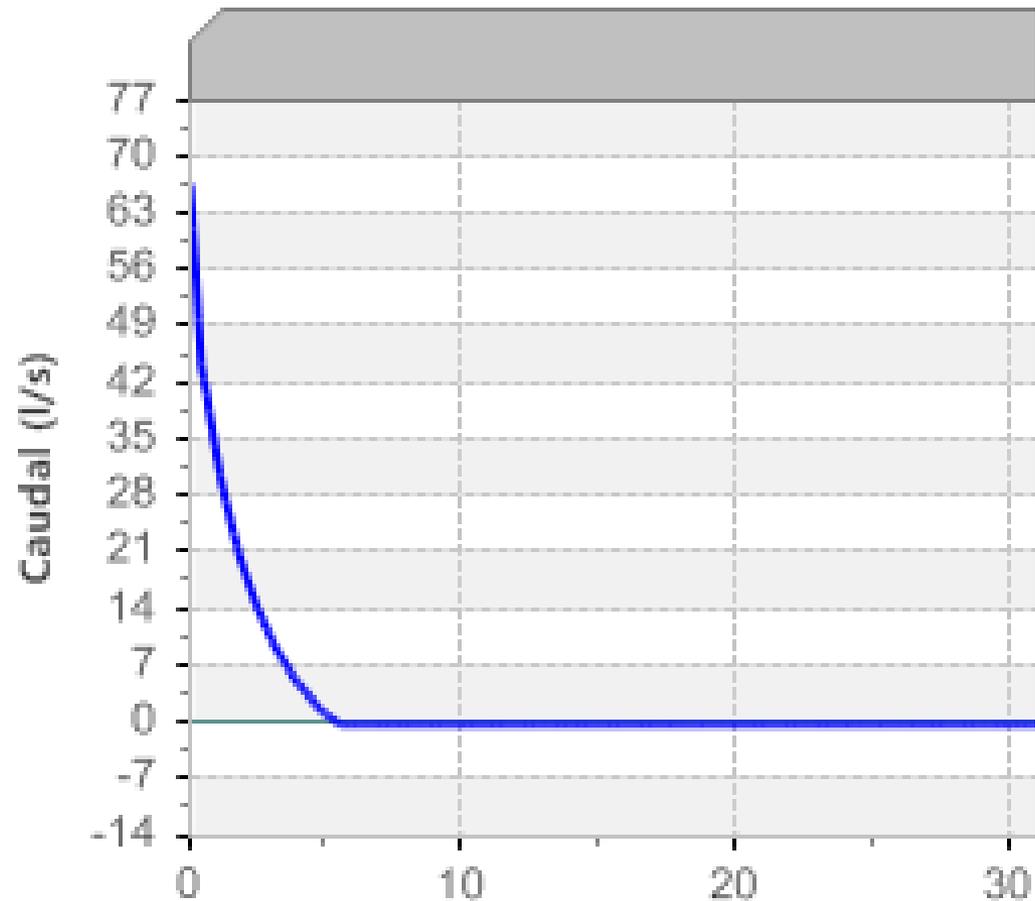
# Ejemplo: Caudal por la bomba en función del tiempo

$$I=0.49\text{Kg}\cdot\text{m}^2$$



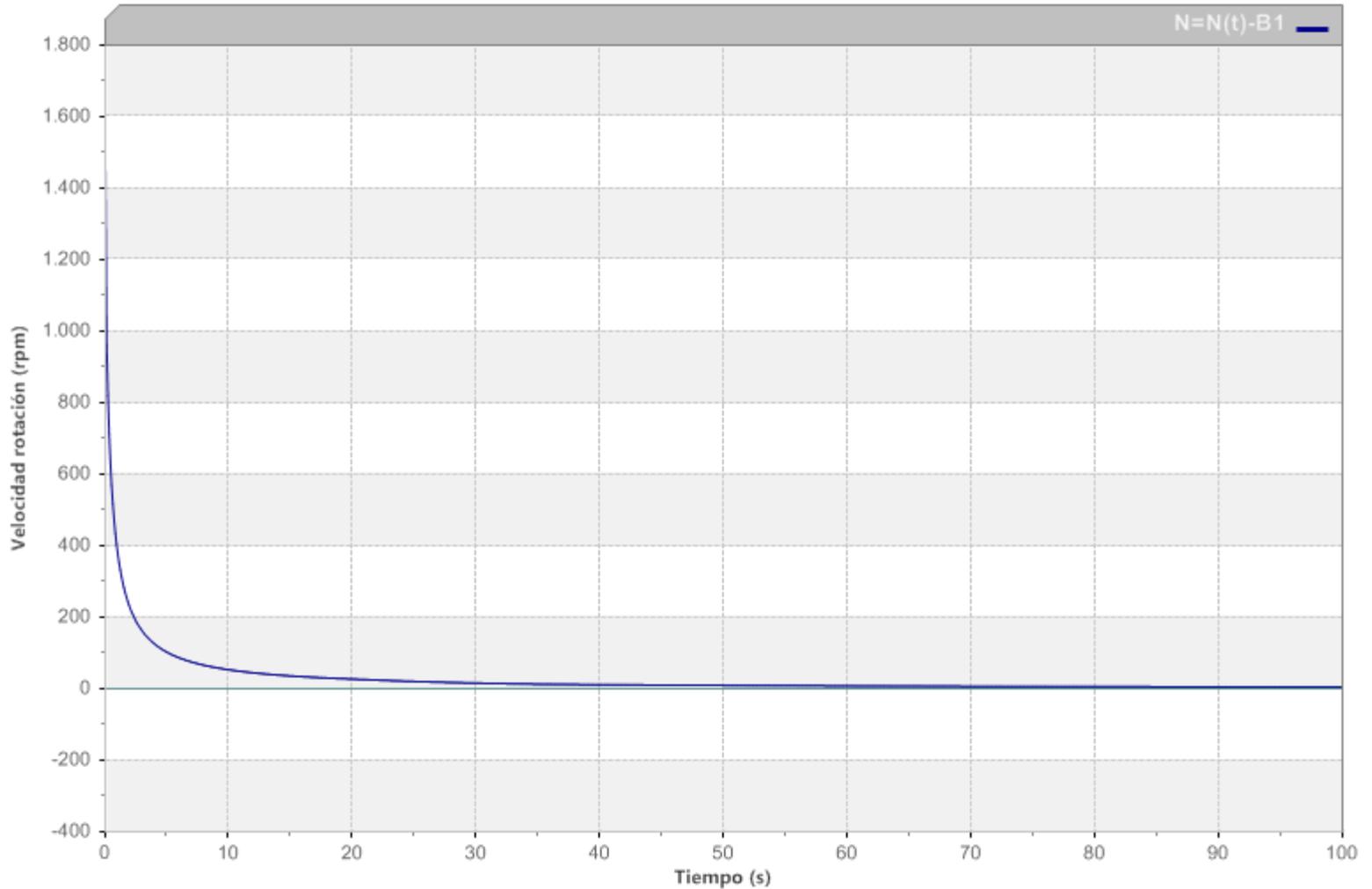
# Ejemplo: Caudal por la bomba en función del tiempo

$$I = 10 \text{ Kg m}^2$$



# Ejemplo: Velocidad de giro de la bomba en función del tiempo

$$I=0.49\text{Kg}\cdot\text{m}^2$$



# Ejemplo: Velocidad de giro de la bomba en función del tiempo

$$I = 10 \text{ Kg m}^2$$

