Universidad de la República **Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Primer Semestre 2019**

ENTRENAMIENTO PARA EL SEGUNDO PARCIAL - 2019

(I) Múltiple opción. Total: 30 puntos

Puntajes: 6 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -1.5 si la respuesta es incorrecta.

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C o D.

MO1	MO2	MO3	MO4	MO5	

Múltiple Opción 1

Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1-e^{-x^2-y^2}}{x^2+y^2}, & si\ y < x^2 \\ 1, & si\ y \geq x^2 \end{cases}$$

(A) f no es continua en $(0,0)$.

(B) f es continua pero no tiene derivadas parciales en $(0,0)$.

(C) f es diferenciable pero no $\mathcal{C}^1$ en $(0,0)$.

(D) f es de clase $\mathcal{C}^1$ en $(0,0)$.

Múltiple Opción 2

Se considera $f(x,y) = x^2 + y^4 + axy$, siendo a real. Entonces:

(A) f tiene un punto silla en $(0,0)$, para todo real a.

(B) f tiene un mínimo relativo en $(0,0)$, para todo real a.

(C) Si $|a| \leq 2$, f tiene un mínimo relativo en $(0,0)$.

(D) Si $|a| \geq 2$, f tiene un punto silla en $(0,0)$.

Múltiple Opción 3

Sea p es polinomio de Taylor de orden 2 de $f(x,y) = e^{x^2+y^2}$ en $(0,0)$. Entonces:

(A) $p(1,2) = 5$.

(B) $p(1,2) = 6$.

(C) $p(1,2) = 7$.

(D) $p(1,2) = 8$.

Múltiple Opción 4

Sean a, b y c reales positivos. El volumen del elipsoide $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1\}$ es:

(A) $\frac{\pi}{2}abc$.
(B) $\frac{4\pi}{3}abc$.
(C) $\frac{5\pi}{2}abc$.
(D) $\frac{14\pi}{3}abc$.

Múltiple Opción 5

El volumen del tetraedro de vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ y $(0, 0, 1)$ es:

(A) $1/2$.
(B) $1/3$.
(C) $1/6$.
(D) $1/8$.

(II) Problemas de Desarrollo. Total: 30 puntos

1)

a) Enunciar el Teorema de Weierstrass en varias variables.
b) Enunciar y demostrar el Teorema de Bolzano en varias variables.
c) Probar que $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = y^2 + 1 - e^{x^2+y}$ tiene infinitas raíces.

2)

a) Enunciar la Regla de la Cadena para $g = f \circ \gamma$, donde $\gamma : [0, 1] \to \mathbb{R}^2$ y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.
b) Calcular $g'(t)$ sabiendo que $\gamma(t) = (t, e^{-t})$ y $f(x, y) = x^2 - y^2$.
c) Determinar si la función g definida en (b) alcanza máximo y mínimo absolutos.
En caso afirmativo, calcularlos.