

Señales y Sistemas

Práctico 8 Transformada de Laplace

2019

Cada ejercicio comienza con un símbolo indicando su dificultad de acuerdo a la siguiente escala: ♦ básico, ★ medio, * avanzado, y * desafiante. Además puede tener un número, como (1.21) que indica el número de ejercicio del libro del curso, *Señales y Sistemas*, Oppenheim/Willsky, 2nd.edition.

♦ Ejercicio 1 (9.2)

Considerar la señal

$$x(t) = e^{-5t}u(t - 1)$$

- (a) Hallar $X(s)$, transformada de Laplace de $x(t)$ y su región de convergencia.

Considerar ahora:

$$g(t) = Ae^{-5t}u(-t - t_0)$$

- (b) Determinar el valor de A y t_0 para que $G(s)$ tenga la misma expresión analítica que $X(s)$. Determinar su región de convergencia.

♦ Ejercicio 2 (9.8)

Sea $x(t)$ una señal con transformada de Laplace racional y con exactamente dos polos localizados en $s = -1$ y $s = -3$. Sabiendo que $g(t) = e^{2t}x(t)$ y $G(j\omega)$ convergen, determinar si $x(t)$ tiene región de convergencia izquierda, derecha o bilateral.

♦ Ejercicio 3 (9.25)

Para cada uno de los diagramas de polos y ceros de la figura 1, bosquejar el módulo de la transformada de Fourier asociada.

★ Ejercicio 4 (9.18)

Considerar el circuito RLC de la figura 2, donde $C = 1F$ y $L = 1Hy$.

- (a) Determinar $H(s)$. Determinar su región de convergencia sabiendo que el sistema es BIBO estable.
- (b) Realizar el diagrama de polos y ceros de $H(s)$ y a partir de este determinar si la magnitud de la transformada de Fourier corresponde a un filtro pasa-bajos, pasa-altos o pasa-banda.
- (c) Bosquejar la respuesta en frecuencia del circuito para el caso $R = 1\Omega$ y $R = 0.001\Omega$.

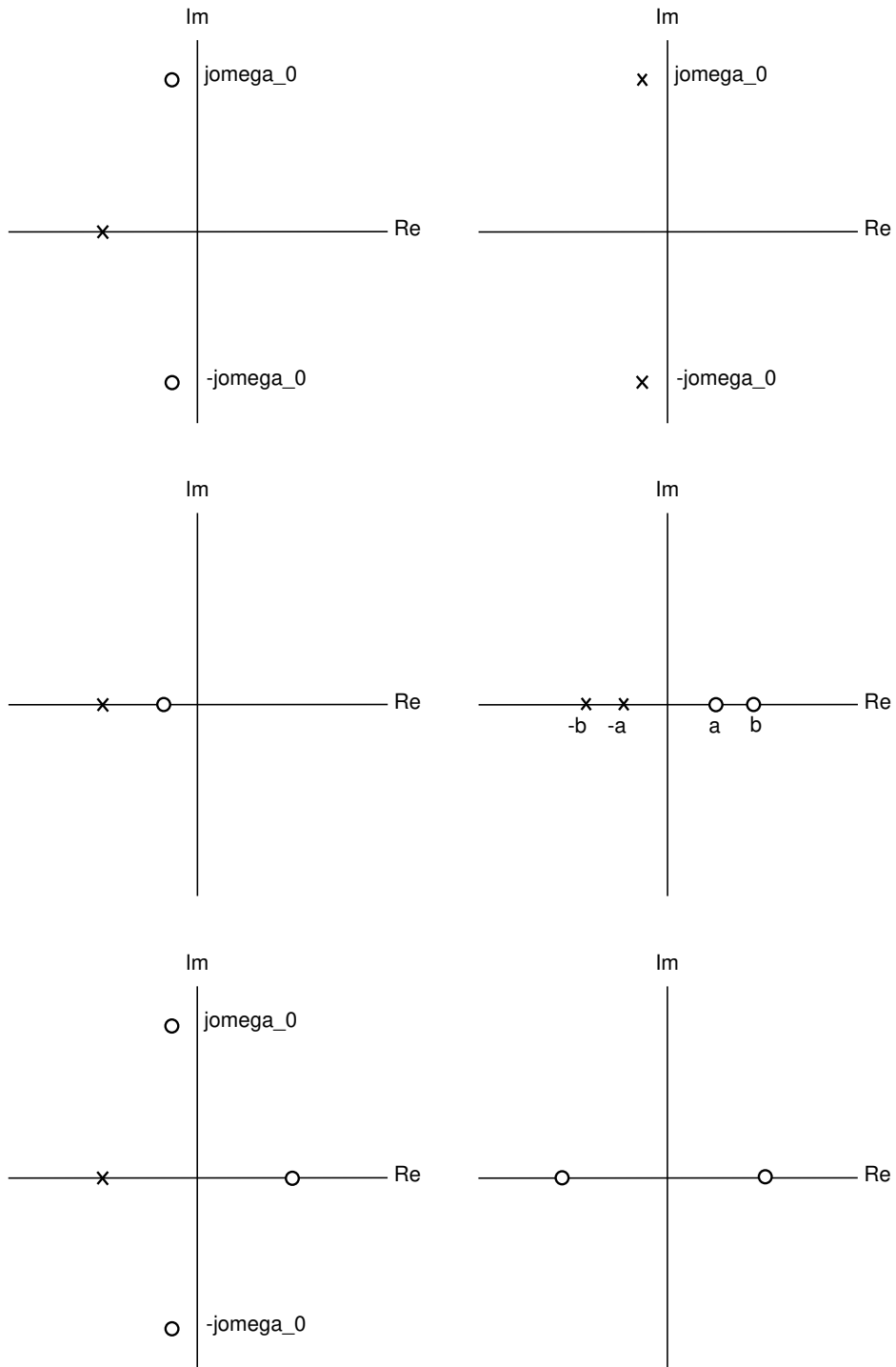


Figura 1:

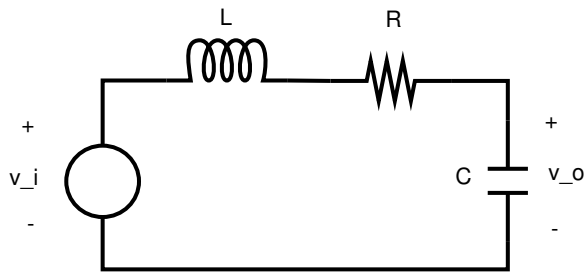


Figura 2:

★ Ejercicio 5 (9.30)

Los dispositivos de medidas eléctricas, o sensores, son sistemas que tienen como entrada una magnitud física que se quiere medir y como salida una magnitud eléctrica, como por ejemplo un voltaje. Un dispositivo ideal replicaría la entrada en el voltaje de salida, pero los sensores reales tienen una transferencia que debe considerarse al utilizarlos. Una forma práctica de ensayar el sensor (para obtener su transferencia) es aplicarle un escalón a la entrada y observar su respuesta.

Por ejemplo, para un sensor de presión¹ se aplica una presión constante a partir del tiempo $t = 0$ simulando un escalón, y se observa el voltaje a la salida.

Considerar un sensor, modelado como SLIT, que presenta una respuesta en el tiempo ante una entrada escalón unitario dada por $(1 - e^{-t} - te^{-t})u(t)$. Para cierta entrada $x(t)$ se observa que la salida es $(2 - 3e^{-t} + e^{-3t})u(t)$.

- (a) Determinar $x(t)$ para esta medición.

★ Ejercicio 6

Considerar un sistema lineal, invariante en el tiempo y causal, con entrada $x(t)$, respuesta $y(t)$ y modelado según la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{y} + \alpha_0 y = x, \quad \alpha_0 \in \mathbb{R}, \quad y(0) = y_0$$

- Hallar $Y(s)$ en función de $X(s)$ y y_0 e identificar las respuestas natural y forzada.
- Hallar la transferencia del sistema $H(s)$ y la respuesta al impulso $h(t)$.
- Hallar la condición que debe cumplir α_0 para que el sistema sea BIBO estable.
- En las condiciones de la parte anterior, hallar la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$.
- Hallar la respuesta del sistema ante una entrada $x(t) = u(t)e^{kt}$.
- Hallar la respuesta del sistema ante una entrada $x(t) = u(t)\cos(\omega_0 t)$.
- Para el resultado de la parte anterior, discutir la respuesta del sistema para tiempos largos (" $t \rightarrow \infty$ "), en función de α_0 . Cómo se vincula este resultado con $H(j\omega_0)$?

***Ejercicio 7 (9.44)**

Sea $x(t)$ una señal muestreada y especificada como:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-nT} \delta(t - nT), T > 0$$

- (a) Determinar $X(s)$ incluyendo su región de convergencia.
- (b) Realizar el diagrama de polos y ceros de $X(s)$.
- (c) Utilizando la interpretación geométrica del diagrama de polos y ceros, concluir que $X(j\omega)$ es periódica.

¹Schitter, G., R. W. Stark, and A. Stemmer, "Sensors for closed-loop piezo control: strain gauges versus optical sensors," *Measurement Science and Technology*, vol. 13, no. 4, 2002.