

**SIMULACRO.**

Número de Examen	Apellido, Nombre	CI

- La duración del examen es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta.
- La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.
- En este parcial deberá elegir 4 de los 5 ejercicios. Marque los 4 ejercicios que realizará en la tabla correspondiente.
- Se aprueba con 50.

1	2	3	4	5

EJERCICIO DE DESARROLLO 1. (25 puntos) Considere el siguiente conjunto de números reales

$$A = \left\{ \frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{N}, 0 < m < n, \right\}$$

1. Definir cota superior y supremo de un conjunto  $B \subset \mathbb{R}$  no vacío.
2. Probar que A está acotado inferiormente y superiormente. Notemos  $\alpha$  al ínfimo y  $\beta$  al supremo de A.
3. Verificar que  $\alpha \geq 0$  y deducir que  $\alpha = 0$ .
4. Probar que  $\beta = 1$

EJERCICIO DE DESARROLLO 2. (25 puntos)

1. Enuncie y demuestre la la regla de Barrow (Puede usar el teorema Fundamental.)
2. Calcular

$$\int_0^1 e^{2x} \cos \frac{\pi x}{2} dx \quad \text{y} \quad \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{(\cos x)^3} dx$$

EJERCICIO DE DESARROLLO 3. (25 puntos)

1. Enunciar el teorema de Darboux.
2. Demostrar que existe un número  $c \in \mathbb{R}$  tal que es solución de la ecuación:

$$x^{117} + \frac{534}{1 + x^2 + \sin x} = 1212$$

3. Demuestre que: Si existe  $a \in \mathbb{R}$  tal que:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  entonces  $f$  tiene máximo o mínimo.

## EJERCICIO DE DESARROLLO 4. ( 25 puntos)

1. Enuncie el Teorema de Rolle y el teorema de Lagrange. Demuestre uno como consecuencia del otro (usted elige).
2.
  - a) Dar un ejemplo de una función  $f : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$  derivable en  $(0, 1)$  pero discontinua en  $x = 0$  tal que no verique el Teorema de Lagrange.
  - b) Dar un ejemplo de una función  $f : (0, 1) \rightarrow (0, 1)$  derivable en  $(0, 1)$  pero discontinua en  $x = 0$  tal que no verique el Teorema de Rolle.
3. Demuestre que la ecuación  $x^3 - 3x - b = 0$  no puede tener más de una raíz en el intervalo  $[-1, 1]$  cualquiera sea el valor de  $b$ .

EJERCICIO DE DESARROLLO 5. (25 puntos) Considere la función  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 

$$F(x) = \int_0^{2x} \ln(t^2 + 1) dt$$

1. Justificar la derivabilidad de  $F$  y calcular  $F'(x)$ .
2. Calcular el polinomio de Taylor de grado 3 de  $F$  alrededor del 0.
3. Calcular el siguiente límite justificando cada una de las propiedades utilizadas:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3F(x) + 2x^3}{6x^3}$$