

SISTEMAS LINEALES 2

Segundo Parcial, 29 de noviembre de 2018

Solución Problema 3: (5,10) puntos

a.C Demuestre o refute, usando la definición, si los sistemas dados por las siguientes respuestas a impulso son BIBO estables:

a.i $h(t) = \delta(t)$;

a.ii $h(t) = \delta'(t)$;

a.iii $h(t) = Y(t)$.

b. Demuestre o refute, usando sólo la definición de estabilidad BIBO, las siguientes afirmaciones:

b.i Sea el sistema $S = S_1 + S_2$. S es estable si y solo si S_1 y S_2 son estables.

b.ii Sea el sistema $S = S_1 + S_2$ con S_1 estable. S es estable si y solo si S_2 es estable.

b.iii La cascada S de dos sistemas S_1 y S_2 es estable si y solo si S_1 y S_2 son estables.

Considere las condiciones necesarias y las suficientes separadamente.

Parte a:

Consideremos una entrada genérica $u \in \mathcal{L}_\infty$. Las salidas de esos tres sistemas serán respectivamente $y_i(t) = u(t)$; $y_{ii}(t) = \frac{du(t)}{dt}$, $y_{iii}(t) = \int_0^t u(\sigma) d\sigma$.

Es obvio que la opción i es estable ya que $y_i \in \mathcal{L}_\infty$. Los sistemas ii y iii son inestables. Basta tomar como contra-ejemplos las entradas acotadas $u_{ii} = \sin(t^2)$ y $u_{iii} = Y(t)$ cuyas respectivas salidas divergen: $y_{ii} = 2t \cos(t^2)$ y $y_{iii} = Y(t)t$.

Parte bi:

Directo: S estable $\rightarrow S_1$ y S_2 estables.

No se cumple. Basta elegir $S_1 = -S_2$ inestables.

Recíproco: S_1 y S_2 estables $\rightarrow S$ estable.

Verdadero: considere una entrada genérica $u \in \mathcal{L}_\infty$. Las salidas y_1 y y_2 serán acotadas y también la suma.

Parte bii:

Directo: S estable $\rightarrow S_2$ estable.

Verdadero: basta escribir $S_2 = S - S_1$ y aplicar recíproco de parte bi.

Recíproco: S_2 estable $\rightarrow S$ estable.

Verdadero por recíproco de parte bi.

Parte biii:

Directo: cascada estable $\rightarrow S_1$ y S_2 estables.

Falso: considere $S_1 = \frac{s+1}{s-1}$ y $S_2 = \frac{s-1}{s+2}$.

Recíproco: S_1 y S_2 estables \rightarrow cascada estable.

Verdadero: considere una entrada genérica $u \in \mathcal{L}_\infty$. La salida del primer sistema será acotada por la estabilidad de S_1 y también la salida del segundo por la estabilidad de S_2 .