

Herramientas para el diseño y análisis de redes de transporte urbano de pasajeros

Tema 7: Redes de transporte público (cont.)

Modelos normativos para el diseño de redes de transporte público

- Decisiones respecto a la infraestructura y conformación de los servicios.
- Uso menos difundido respecto a los modelos descriptivos.
- Variantes respecto a decisiones modeladas:
 - Variables topológicas: recorridos, construcción de carriles específicos, vías para trenes/tranvías, túneles para metro.
 - Variables no topológicas: frecuencias de los servicios, tablas de horarios, tamaño de los vehículos.
 - Mixtas: por ejemplo, diseño de los recorridos y sus frecuencias.

Modelos normativos: características

- Unidad de demanda: viajes por unidad de tiempo, a ser realizados por una persona que ocupará un lugar en el vehículo (ómnibus, tren).
- Hipótesis de comportamiento: modelo descriptivo con características consistentes con el contexto de aplicación. Por ejemplo, para planificación estratégica puede ser suficiente un modelo basado en frecuencias; en sistemas con alta demanda de viajes puede ser necesario un modelo que considere explícitamente la congestión.
- Entrada: infraestructura sobre la cual se definen los servicios, matriz OD, tamaño de flota disponible, límite inferior en nivel de servicio, entre otras.

Modelos normativos: ejemplos

- Optimización de frecuencias en líneas de ómnibus.
- Optimización en el trazado y dimensionamiento de líneas de trenes de alta frecuencia.
- Optimización conjunta de recorridos y frecuencias de líneas de ómnibus.

Optimización de frecuencias de ómnibus¹

- Problema: distribuir una flota de ómnibus disponibles en un conjunto de líneas.
- Minimizando el tiempo total de viaje dada una matriz origen-destino.
- Considerando que por cada parada pueden pasar varias líneas que sirven a usuarios de distintos pares origen-destino.
- Asumiendo que los usuarios buscan minimizar su tiempo total de viaje.

¹Martínez, H; Mauttone, A; Urquhart, ME (2014) Frequency optimization in public transportation systems: Formulation and metaheuristic approach. European Journal of Operational Research 236(1):27-36.

Optimización de frecuencias: comportamiento de usuarios

- Modelo de estrategias óptimas: la formulación para un par OD puede extenderse para múltiples pares OD (índice k).
- En el modelo descriptivo las frecuencias (f_a) son fijas, pero en el normativo son variables de decisión, lo que resultaría en una restricción no lineal (3).

Optimización de frecuencias: comportamiento de usuarios (cont.)

$$\min_{v,w} \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{n \in N^P} w_n \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a \in A_n^+} v_a - \sum_{a \in A_n^-} v_a = b_n \quad \forall n \in N, \quad (2)$$

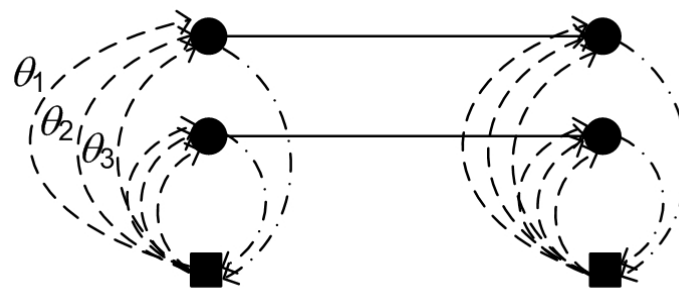
$$v_a \leq f_a w_n \quad \forall a \in A_n^{W+}, n \in N^P, \quad (3)$$

$$v_a \geq 0 \quad \forall a \in A, \quad (4)$$

$$w_n \geq 0 \quad \forall n \in N^P. \quad (5)$$

Optimización de frecuencias: definiciones y notación

- Dados:
 - Un conjunto de líneas L .
 - Un tamaño máximo de flota B .
- Se introduce:
 - Un conjunto discreto de posibles valores de frecuencias $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_m\}$.
 - Una variable binaria y_{lf} que vale 1 si la línea $l \in L$ usa la frecuencia $\theta_f \in \Theta$.
 - Una nueva estructura para el grafo subyacente, que incluye un arco de ascenso para cada elemento de Θ .



Optimización de frecuencias: formulación

$$\min_{y,v,w} \sum_{k \in K} \left(\sum_{a \in A} c_a v_{ak} + \sum_{n \in N^P} w_{nk} \right) \quad (6)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{l \in L} \sum_{f \in 1..m} \theta_f y_{lf} \sum_{a \in l} c_a \leq B, \quad (7)$$

$$\sum_{f \in 1..m} y_{lf} = 1 \quad \forall l \in L, \quad (8)$$

$$\sum_{a \in A_n^+} v_{ak} - \sum_{a \in A_n^-} v_{ak} = b_{nk} \quad \forall n \in N, k \in K, \quad (9)$$

$$v_{ak} \leq \theta_{f(a)} w_{nk} \quad \forall n \in N^P, a \in A_n^{W+}, k \in K, \quad (10)$$

$$v_{ak} \leq d_k y_{l(a)f(a)} \quad \forall a \in A^W, k \in K, \quad (11)$$

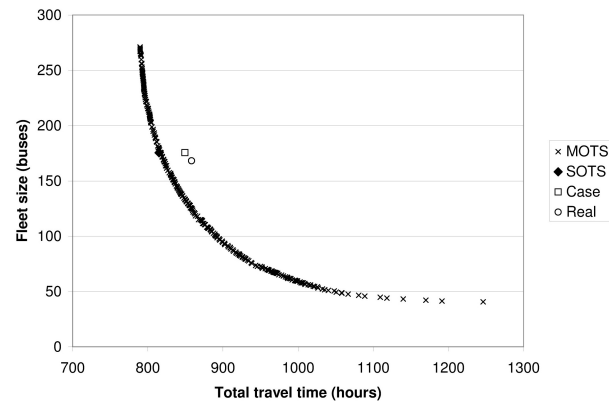
$$v_{ak} \geq 0 \quad \forall a \in A, k \in K, \quad (12)$$

$$y_{lf} \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L, f \in 1..m. \quad (13)$$

- Para cada arco $a \in A^W$ se definen $l(a) \in L$ y $f(a) \in [1..m]$ como la línea y frecuencia, respectivamente, que corresponde a a .
- Para valores fijos de y , son K problemas de estrategias óptimas independientes.
- Las frecuencias son fijas en la restricción (10).
- En ausencia de otras restricciones que involucren las variables v y w , el problema representa simultáneamente la optimización de frecuencias y el comportamiento de los usuarios.
- La función objetivo representa simultáneamente los intereses del planificador y los usuarios.
- El interés de los operadores es modelado por la restricción de presupuesto (tamaño máximo de flota).
- La formulación es de naturaleza lineal entera mixta.

Optimización de frecuencias: aplicaciones

- El modelo permite resolver de forma óptima una instancia con 13 líneas, 4 valores de frecuencias y 378 pares OD (Rivera, Uruguay), reduciendo el valor objetivo de la solución actual en 3,5%.
- Una variante multiobjetivo puede ser resuelta mediante método heurístico, permitiendo realizar un análisis del compromiso entre costos de usuarios y operación en una ciudad con 20 líneas, 5 valores de frecuencias y 4335 pares OD (Puerto Montt, Chile)².



²Giesen, R; Martínez, H; Mauttone, A; Urquhart, ME (2016) A method for solving the multi-objective transit frequency optimization problem. Journal of Advanced Transportation 50:2323-2337.

Optimización de líneas de trenes

- Problema: definir el trazado de un conjunto de líneas de trenes de alta frecuencia.
- Maximizando el nivel de servicio y minimizando el costo de operación.
- Asegurando capacidad suficiente.
- Sobre una red de infraestructura existente.

Optimización de líneas de trenes: comportamiento de usuarios

- Los flujos se fijan a priori (enfoque *system-split*)³.
- Asumiendo que los pasajeros deben viajar por el camino más corto entre origen y destino sobre la infraestructura.
- Para cualquier conjunto de líneas.



³Goossens, J-W; van Hoesel, S; Kroon, L (2006) On solving multi-type railway line planning problems. European Journal of Operational Research 168(2):403-424.

Optimización de líneas de trenes: comportamiento de usuarios

- La asignación inicial de flujos produce en cada arista una carga t_e , una frecuencia requerida f_e y una cantidad requerida de vagones s_e .
- Se calcula un pool de recorridos candidatos R_0 , subconjunto de todos los recorridos posibles R que pueden definirse sobre la infraestructura de red G .

Modelo orientado a usuarios⁴

- Maximiza la cantidad de demanda que viaja de forma directa (sin hacer transbordos).
- Asegurando capacidad suficiente en las líneas.
- Notación:
 - Parámetros: d_k es la demanda del par OD $k \in K$, P_k son los caminos que conectan O_k con D_k , C es la capacidad de los vagones.
 - Variables: x_{rk} es el flujo (demanda directa) del par OD $k \in K$ sobre el recorrido $r \in R_0$ y f_r es la frecuencia del recorrido r .

⁴Bussieck, MR; Kreuzer, P; Zimmermann, UT (1997) Optimal lines for railway systems. European Journal of Operational Research 96(1):54-63.

Modelo orientado a usuarios: formulación

$$\begin{aligned}
 \max_{x,f} \quad & \sum_{r \in R_0} \sum_{k \in K, P_k \subseteq r} x_{rk} \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{r \in R_0, P_k \subseteq r} x_{rk} \leq d_k, & \forall k \in K, \\
 & \sum_{k \in K, e \in P_k \subseteq r} x_{rk} \leq C f_r, & \forall e \in E, r \in R_0, \\
 & \sum_{r \in R_0, e \in r} f_r = \lceil t_e / C \rceil, & \forall e \in E, \\
 & x_{rk} \geq 0, & \forall r \in R_0, k \in K, \\
 & f_r \in \mathbb{Z}_+, & \forall r \in R_0.
 \end{aligned}$$

Modelo orientado a operadores⁵

- Minimiza los costos de operación de las líneas.
- Asegurando capacidad suficiente en las líneas.
- Notación:
 - Parámetros: $\hat{R}_0 = R_0 \times F \times S$ es un conjunto dado de posibles recorridos (r_l), frecuencias (f_l) y tamaños de vagones (s_l); k_l es el costo de operación de la línea l .
 - Variables: y_l indica si se selecciona la línea $l \in \hat{R}_0$.

⁵Goossens, J-W; van Hoesel, S; Kroon, L (2004) A branch-and-cut approach for solving railway line-planning problems. *Transportation Science* 38(3):379-393.

Modelo orientado a operadores: formulación

$$\begin{aligned} \min_y \quad & \sum_{l \in \hat{R}_0} k_l y_l \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{l \in \hat{R}_0(e)} f_l y_l \geq f_e, & \forall e \in E, \\ & \sum_{l \in \hat{R}_0(e)} f_l s_l y_l \geq c_e, & \forall e \in E, \\ & \sum_{l \in R_0, r_l=r} y_l \leq 1, & \forall r \in R_0, \\ & y_l \in \{0, 1\}, & \forall l \in \hat{R}_0. \end{aligned}$$

Optimización de líneas de ómnibus

- Problema: definir el trazado de un conjunto de líneas de ómnibus con sus frecuencias.
- Minimizando el tiempo de viaje de los usuarios y el costo de operación.
- Asegurando capacidad suficiente en las calles y ómnibus.
- Sobre una red de infraestructura existente (más densa que la de trenes, por lo tanto la hipótesis de *system-split* no es válida).

Modelo basado en trayectorias⁶

- Minimiza costos de usuarios y de operación simultáneamente.
- Genera los recorridos implícitamente.
- Notación:
 - Parámetros: P es el conjunto de todas las trayectorias de pasajeros en G y $P(k) \subseteq P$ es el conjunto de trayectorias de O_k a D_k , k_r^f y k_r^v son el costo fijo y variable del recorrido $r \in R$ respectivamente, C_r^p y C_e^v son capacidades de los ómnibus y las calles respectivamente, F es un valor suficientemente grande.
 - Variables: x_p es el flujo sobre la trayectoria p , y_r indica si el recorrido r se incluye en la solución y f_r es su frecuencia.

⁶Borndörfer, R; Grötschel, M; Pfetsch, ME (2007) Column-generation approach to line planning in public transport. Transportation Science 41(1):123-132.

Modelo basado en trayectorias: formulación

$$\begin{aligned}
 \min_{y,f,x} \quad & \sum_{p \in P} \sum_{a \in p} c_a x_p + \sum_{r \in R} \left(k_r^f y_r + k_r^v f_r \right) \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{p \in P(k)} x_p = d_k, & \forall k \in K, \\
 & \sum_{p \in P/a \in p} x_p \leq \sum_{r \in R/a \in r} C_r^p f_r, & \forall a \in A, \\
 & \sum_{r \in R(e)} f_r \leq C_e^v, & \forall e \in E, \\
 & f_r \leq F y_r, & \forall r \in R, \\
 & y_r \in \{0, 1\}, f_r \geq 0, & \forall r \in R, \\
 & x_p \geq 0, & \forall p \in P.
 \end{aligned}$$

Modelo que incluye tiempo de espera⁷

Extensión del modelo de optimización de frecuencias para un conjunto dado de recorridos R_0 y un conjunto dado de valores de frecuencias F .

⁷Cancela, H; Mauttone, A; Urquhart, ME (2015) Mathematical programming formulations for transit network design. *Transportation Research Part B: Methodological* 77:17-37.

$$\begin{aligned}
\min_{x,w,y,f} \quad & \sum_{k \in K} \left(\sum_{a \in A} c_a x_{ak} + \sum_{n \in N} w_{nk} \right) \\
\text{s. a.} \quad & \sum_{r \in R_0} 2 \sum_{q \in F} F_q f_{rq} \sum_{e \in r} c_e \leq B, & \forall k \in K, \\
& \sum_{a \in A_n^+} x_{ak} - \sum_{a \in A_n^-} x_{ak} = b_{nk}, & \forall n \in N, k \in K, \\
& x_{ak} \leq F(a) w_{nk}, & \forall a \in A^{b^+}, n \in N, k \in K, \\
& x_{ak} \leq d_k y_{R_0(a)}, & \forall a \in A, k \in K, \\
& x_{ak} \leq d_k f_{R_0(a)} F(a), & \forall a \in A^b, k \in K, \\
& \sum_{q \in F} f_{rq} = y_r & \forall r \in R_0, \\
& x_{ak} \geq 0, & \forall a \in A, k \in K, \\
& w_{nk} \geq 0, & \forall n \in N, k \in K, \\
& y_r \in \{0, 1\}, & \forall r \in R_0, \\
& f_{rq} \in \{0, 1\}, & \forall r \in R_0, q \in F.
\end{aligned}$$

Bibliografía

- Notas del docente del curso.