Solución problema 3 Primer Parcial Sistemas Lineales 2 2018

Viernes 28/9/18

a. Primero calculamos la Corriente de Cortoircuito (I_{CC}). En la figura 1 cortocircuitamos los puntos A y B. Por tierra virtual la corriente por la resistencia es $i_R = \frac{v_i}{R}$, y por impedancia de entrada infinita al operacional esa corriente es igual a I_{CC}.

   Luego calculamos Y_{TH} anulando la fuente v_i como se muestra en la figura 2, por la tierra virtual la corriente por la resistencia que es igual a la corriente I que entrega la fuente (por la impedancia de entrada infinita del operacional) es nula. Por lo tanto $Y_{TH} = \frac{I}{E} = 0$

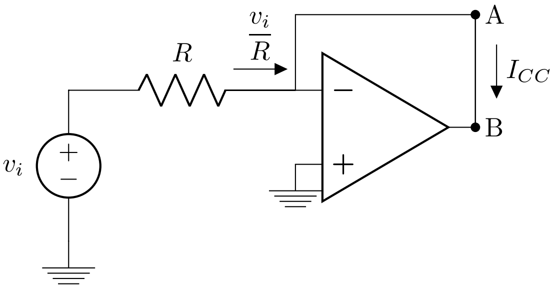

Figura 1: Cálculo de I_{CC}

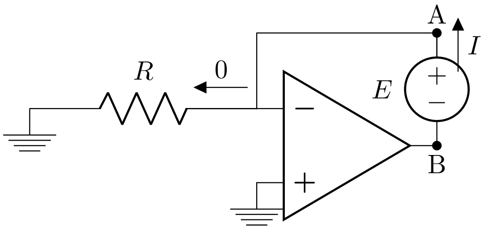

Figura 2: Cálculo de Y_{TH}

El equivalente Norton se muestra en la figura 3 y como se puede ver es una fuente de corriente proporcional a v_i.

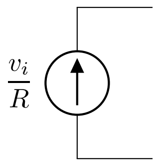

Figura 3: Equivalente Norton

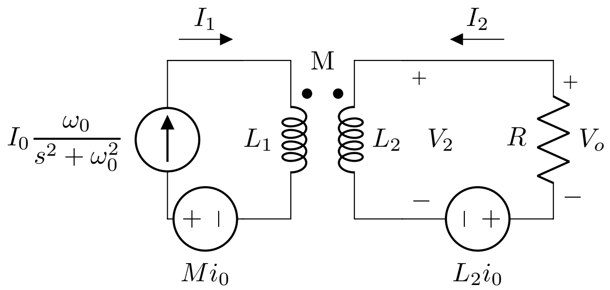

Figura 4: Transformador en régimen

b. La fuente de corriente tiene período $T = \frac{\pi}{\omega_0}$ y en el tramo $[0, T)$ coincide con la sinusoide.

   La corriente por el primario está dada directamente por la fuente, por lo que la única variable de estado es la dada por el secundario $i_2(0) = i_0$.

   En la fuente debida a los datos previos no aparece la corriente por el primario porque al comienzo del período es nula.

   El circuito en el dominio de Laplace se muesta en la figura 4.

Planteamos la malla en el secundario, ya usando el dato $L_2 = M$ por simplicidad:

$$V_2 = Ms\left(I_2 + I_0 \tfrac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}\right) = Mi_0 - RI_2 \tag{1}$$

$$\implies \quad I_2 = M\frac{i_0 - I_0 \frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}}{Ms+R} = \frac{i_0}{s+\omega_0} - \frac{I_0\omega_0 s}{(s+\omega_0)(s^2+\omega_0^2)} \tag{2}$$

El primer término de la ecuación 2 se antitranforma trivialmente, para el segundo usamos fracciones simples:

$$\frac{\omega_0 s}{(s+\omega_0)(s^2+\omega_0^2)} = \frac{A}{s+\omega_0} + \frac{Bs + C\omega_0}{s^2+\omega_0^2} = \frac{(A+B)s^2 + (\dots)s + (A+C)\omega_0^2}{\dots} \tag{3}$$

A sale por "tapadita" $A = -\frac{1}{2}$,

Del término en s^2 despejamos $B = -A = \frac{1}{2}$ y del término independiente $C = -A = \frac{1}{2}$.

Pasando todo al tiempo queda:

$$i_2(t) = i_0 e^{-\omega_0 t} - \frac{I_0}{2}\left(-e^{-\omega_0 t} + \cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t)\right) \tag{4}$$

Cómo nos interesa el estado de régimen debe cumplirse:

$$i_0 = i_2\left(T = \tfrac{\pi}{\omega_0}\right) = i_0 e^{-\pi} - \tfrac{I_0}{2}\left(-e^{-\pi} + \cos(\pi)\right) \tag{5}$$

$$\implies \quad i_0\left(1 - e^{-\pi}\right) = \tfrac{I_0}{2}\left(1 + e^{-\pi}\right) \tag{6}$$

$$\implies \quad i_0 = \tfrac{I_0}{2}\tfrac{1+e^{-\pi}}{1-e^{-\pi}} = \tfrac{I_0}{2}\tfrac{e^{\frac{\pi}{2}} + e^{\frac{-\pi}{2}}}{e^{\frac{\pi}{2}} - e^{\frac{-\pi}{2}}} = \tfrac{I_0}{2}\coth\left(\tfrac{\pi}{2}\right) \simeq 0.545 I_0 \tag{7}$$

Finalmente:

$$v_o(t) = -Ri_2(t) = RI_0\left(-1.045e^{-\omega_0 t} + \frac{\cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t}{2}\right) \tag{8}$$

c. Usando los resultados del problema 1 y las partes anteriores, la salida del amplificador diferencial (operacional A en figura 5) será el seno rectificado por 3 $v_1 = 3E|\sin(\omega_0 t)|$.

A su vez por la parte a de este problema el primario del transformador está conectado a un circuito cuyo equivalente Norton es una fuente de corriente de valor $3\frac{E}{R}|\sin(\omega_0 t)|$.

Finalmente usando el resultado de la parte b (ecuación 8) reemplazando I_0 por $3\frac{E}{R}$ queda que en régimen:

$$\boxed{v_o(t) = 3E\left(-1.045e^{-\omega_0 t} + \frac{\cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t}{2}\right)}$$

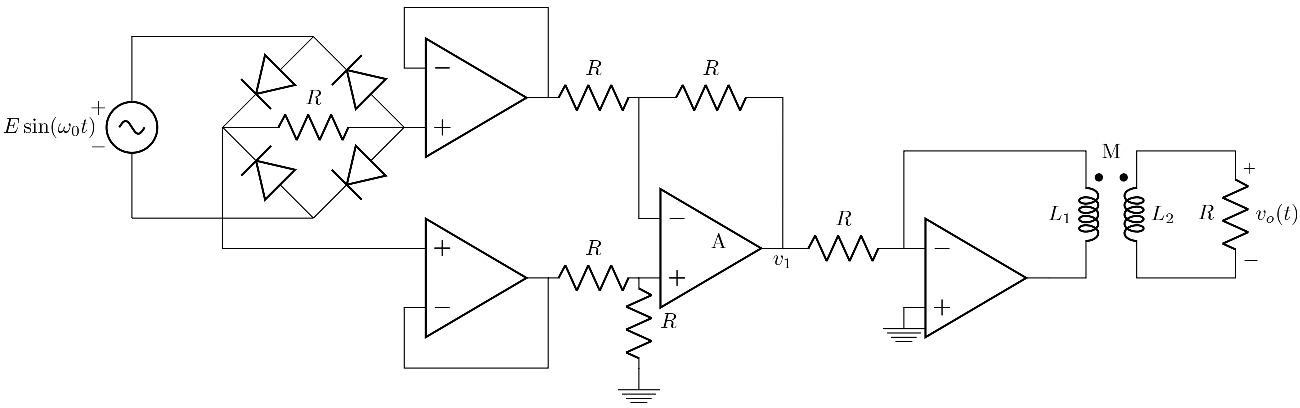

Figura 5: Uniendo partes