CIFRAS SIGNIFICATIVAS

SU UTILIZACIÓN EN EL CÁLCULO NUMÉRICO Y EN LA EXPRESIÓN DE RESULTADOS

FELIPE MORENO ROMERO
LCDO. CIENCIAS QUÍMICAS

(Mayo de 2010)

En clase de física y química es frecuente que un alumno que está resolviendo un problema numérico pregunte por el número de decimales que debe escribir como resultado de una operación aritmética. También es frecuente que, ante la duda, presente un resultado final como $3{,}0112345 \cdot 10^{-6}$, es decir, escriba todos los decimales que la calculadora le ofrece. El principal objetivo que se plantea este artículo es recordar las reglas que permiten cumplir con una correcta utilización de las cifras significativas de un número cuando se realizan operaciones matemáticas, pero también, puestos a conocer dichas reglas, analizar la idoneidad de las mismas respecto de la propagación de errores. Finalmente, una vez cumplidos estos objetivos, se explican las estrategias a seguir, respecto de la utilización de cifras significativas, en la resolución de problemas de física o química.

La presentación del resultado numérico de una medida directa, por ejemplo, de la longitud de una mesa, tiene poco valor si no se conoce algo de la exactitud de dicha medida. Una de las mejores maneras de trabajar consiste en realizar más de una medida y proceder con el tratamiento estadístico de los datos para establecer así un resultado con un buen límite de confianza. El procedimiento seguido en el registro de medidas en un laboratorio debe ir por este camino, con un tratamiento estadístico que genere un límite de confianza superior al 90%, aunque lo más normal es que éste sea del 68%, correspondiente a la desviación estándar absoluta. Ahora bien, fuera del laboratorio (y en ocasiones dentro) lo más común es utilizar el llamado *convenio de cifras significativas*.

Cifras significativas. Definición.

Las cifras significativas de un número son aquellas que tienen un significado real y, por tanto, aportan alguna información. Toda medición experimental es inexacta y se debe expresar con sus cifras significativas. Veamos un ejemplo sencillo: supongamos que medimos la longitud de una mesa con una regla graduada en milímetros. El resultado se puede expresar, por ejemplo como:

Longitud (L) = 85,2 cm

No es esta la única manera de expresar el resultado, pues también puede ser:

L = 0,852 m
L = 8,52 dm
L = 852 mm
etc…

Se exprese como se exprese el resultado tiene tres cifras significativas, que son los dígitos considerados como ciertos en la medida. Cumplen con la definición pues tienen un significado real y aportan información. Así, un resultado como

L = 0,8520 m

no tiene sentido ya que el instrumento que hemos utilizado para medir no es capaz de resolver las diezmilésimas de metro.

Por tanto, y siguiendo con el ejemplo, el número que expresa la cantidad en la medida tiene tres cifras significativas. Pero, de esas tres cifras sabemos que dos son verdaderas y una es incierta, la que aparece subrayada a continuación:

$L = 0{,}85\underline{2}$ m

Esto es debido a que el instrumento utilizado para medir no es perfecto y la última cifra que puede apreciar es incierta. ¿Cómo es de incierta? Pues en general se suele considerar que la incertidumbre es la cantidad más pequeña que se puede medir con el instrumento, aunque no tiene por qué ser así pues puede ser superior a dicha cantidad. La incertidumbre de la última cifra también se puede poner de manifiesto si realizamos una misma medida con dos instrumentos diferentes, en nuestro caso dos reglas milimetradas. Por extraño que pueda parecer no hay dos reglas iguales y, por tanto, cada instrumento puede aportar una medida diferente.

Quedando claro que la última cifra de la medida de nuestro ejemplo es significativa pero incierta, la forma más correcta de indicarlo (asumiendo por ahora que la incertidumbre es de ±1 mm), es

$$L = 0{,}852 \pm 0{,}001 \text{ m}$$

No obstante, lo más normal es omitir el término *± 0'001* y asumir que la última cifra de un número siempre es incierta si éste está expresado con todas sus cifras significativas. Este es el llamado **convenio de cifras significativas** que asume que

> *"cuando un número se expresa con sus cifras significativas, la última cifra es siempre incierta"*.

Asumiendo que cualquier problema de física o química de un libro de texto nos muestra las cantidades con sus cifras significativas, debemos saber expresar el resultado de las operaciones que hagamos con dichos números con sus cifras significativas correspondientes. Es lo que veremos más adelante pues antes es necesario ampliar conceptos y establecer procedimientos.

Reglas para establecer las cifras significativas de un número dado.

Regla 1. *En números que no contienen ceros, todos los dígitos son significativos.*

Por ejemplo:

3,14159 → seis cifras significativas → 3 , 1 4 1 5 9
5.694 → cuatro cifras significativas → 5 . 6 9 4

Regla 2. *Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos.*

Por ejemplo:

2,054 → cuatro cifras significativas → 2 , 0 5 4
506 → tres cifras significativas → 5 0 6

Regla 3. *Los ceros a la izquierda del primer dígito que no es cero sirven solamente para fijar la posición del punto decimal y no son significativos.*

Por ejemplo:

0,054 → dos cifras significativas → $0,0\underline{54}$
0,0002604 → cuatro cifras significativas → $0,000\underline{2604}$

Regla 4. *En un número con dígitos decimales, los ceros finales a la derecha del punto decimal son significativos.*

Por ejemplo:

0,0540 → tres cifras significativas → $0,0\underline{540}$
30,00 → cuatro cifras significativas → $\underline{30,00}$

Regla 5. *Si un número no tiene punto decimal y termina con uno o más ceros, dichos ceros pueden ser o no significativos*. Para poder especificar el número de cifras significativas, se requiere información adicional. Para evitar confusiones es conveniente expresar el número en notación científica, no obstante, también *se suele indicar que dichos ceros son significativos escribiendo el punto decimal solamente. Si el signo decimal no se escribiera, dichos ceros no son significativos.*

Por ejemplo:

1200 → dos cifras significativas → $\underline{12}00$
1200, → cuatro cifras significativas → $\underline{1200},$

Regla 6. *Los números exactos tienen un número infinito de cifras significativas.*

Los números exactos son aquellos que se obtienen por definición o que resultan de contar un número pequeño de elementos. Ejemplos:

- *Al contar el número de átomos en una molécula de agua obtenemos un número exacto: 3.*
- *Al contar las caras de un dado obtenemos un número exacto: 6.*
- *Por definición el número de metros que hay en un kilómetro es un número exacto: 1000.*
- *Por definición el número de grados que hay en una circunferencia es un número exacto: 360*

Notación científica de un número.

La notación científica representa un número utilizando potencias de base diez. El número se escribe como un producto

$$A \cdot 10^n$$

siendo A un número mayor o igual que uno y menor que 10, y n un número entero. La notación científica se utiliza para poder expresar fácilmente números muy grandes o muy pequeños. También es muy útil para escribir las cantidades físicas pues *solo se escriben en notación científica los dígitos significativos*.

Un número en notación científica se expresa de manera que contenga un dígito (el más significativo) en el lugar de las unidades, todos los demás dígitos irán después del separador decimal multiplicado por el exponente respectivo.

Ejemplos:

· *Distancia media Tierra-Luna = 384.000.000 m*
· *Distancia media Tierra-Luna = 3,84 · 10^8 m* *(tres cifras significativas)*

· *Radio del átomo de hidrógeno = 0,000000000053 m*
· *Radio del átomo de hidrógeno = 5,3 · 10^{-11} m* *(dos cifras significativas)*

· *Velocidad de la luz en el vacío = 299.792,458 km/s*
· *Velocidad de la luz en el vacío = 2,99792458 · 10^8 km/s* *(9 cifras significativas)*

· *G = 0,000000000066742 N·m^2/kg^2*
· *G = 6,6742 · 10^{-11} N·m^2/kg^2* *(5 cifras significativas)*

Cifras significativas en cálculos numéricos.

Cuando se realizan cálculos aritméticos con dos o más números se debe tener cuidado a la hora de expresar el resultado ya que es necesario conocer el número de dígitos significativos del mismo. Teniendo en cuenta que los números con los que operamos son los mejores valores de las cantidades que se hayan medido, *no es admisible que se gane o que se pierda incertidumbre mientras que se realizan operaciones aritméticas* con dichos números.

Se pueden establecer algunas sencillas reglas cuya aplicación intenta cumplir con esta condición aunque no siempre se consigue. Analizaremos tres situaciones: realización de sumas y diferencias; productos y cocientes; logaritmos y antilogaritmos.

Cifras significativas en sumas y diferencias

Regla 7. *En una suma o una resta el número de dígitos del resultado viene marcado por la posición del menor dígito común de todos los números que se suman o se restan.*

Por tanto, en una adición o una sustracción el número de cifras significativas de los números que se suman o se restan no es el criterio para establecer el número de cifras significativas del resultado.

Por ejemplo:

(a) $4{,}3 + 0{,}030 + 7{,}31 = 11{,}64 \cong 11{,}6$

(b) $34{,}6 + 17{,}8 + 15 = 67{,}4 \cong 67$

(c) $34{,}6 + 17{,}8 + 15{,}7 \cong 68{,}1$

En los ejemplos *(a)* y *(c)* el menor dígito común a los sumandos es la décima (primer decimal), por tanto el resultado debe venir expresado hasta dicho decimal. En el ejemplo *(b)* el menor dígito común a los tres sumandos es la unidad, por tanto el resultado debe venir expresado hasta la unidad.

Analicemos con más profundidad las consecuencias de la aplicación de la regla 7. De partida, se suele asumir que es incierto en una unidad el último dígito de cada número que interviene en una operación. Así, la mayor de las incertidumbres en los ejemplos *(a)* y *(c)* es ±0,1. En el ejemplo *(b)* la mayor de las incertidumbres en los sumandos es ±1. ¿Son esas también las incertidumbres en los resultados? En principio es común asumir dichas incertidumbres pero es sencillo comprobar que esto no siempre es cierto como veremos a continuación.

Según la teoría de propagación de errores la incertidumbre del resultado de una combinación lineal como la siguiente

$$y = k + k_1 a + k_2 b + \cdots \qquad (k_i = constante)$$

es

$$\Delta y = \sqrt{(k_1 \Delta a)^2 + (k_2 \Delta b)^2 + \cdots}$$

donde Δa, Δb, … … son las incertidumbres absolutas de *a, b,…*

Para poder aplicar esta expresión las medidas *a, b,…,* deben ser independientes y sus errores, aleatorios. En los ejemplos anteriores las incertidumbres serían:

(a) $\sqrt{0,1^2 + 0{,}001^2 + 0{,}01^2} = 0{,}100503 \cong 0{,}1$

(b) $\sqrt{0,1^2 + 0,1^2 + 1^2} = 1{,}00995 \cong 1$

(c) $\sqrt{0,1^2 + 0,1^2 + 0,1^2} = 0{,}173205 \cong 0{,}2$

Luego, al aplicar el convenio de cifras significativas la tendencia sería asumir que la incertidumbre del resultado en el caso *(c)* es de ±0,1 cuando en realidad es del doble.

Cifras significativas en productos y cocientes

Regla 8. *En un producto o una división el resultado debe redondearse de manera que contenga el mismo número de dígitos significativos que el número de origen que posea menor número de dígitos significativos.*

Por tanto, a diferencia de la suma o la resta, en la multiplicación o la división el número de dígitos significativos de las cantidades que intervienen en la operación sí es el criterio a la hora de determinar el número de dígitos significativos del resultado.

Por ejemplo:

(a) $q = \frac{24 \ x \ 4{,}52}{100{,}0} = 1{,}0848 \cong 1{,}1$

(b) $q = \frac{24 \ x \ 4{,}02}{100{,}0} = 0{,}9648 \cong 0{,}96$

(c) $q = 3{,}14159 \ x \ 0,25^2 \ x \ 2{,}352 = 0{,}4618141 \ldots \cong 0{,}46$

En los tres ejemplos expuestos el menor número de cifras significativas de los diferentes factores que intervienen en las operaciones es dos: se trata concretamente del número 24 en los ejemplos *(a)* y *(b)* y del número 0,25 en el ejemplo *(c)*. Por tanto los resultados se deben redondear a dos cifras significativas.

Analicemos de nuevo con mayor profundidad las consecuencias de la aplicación en este caso de la regla 8. Si, según el convenio de cifras significativas, asumimos que es incierto en una unidad el último dígito de cada número que interviene en cada operación, las incertidumbres absolutas y relativas son las que aparecen en la tabla nº 1.

Tabla 1.

	Número	*Incertidumbre*	*Incertidumbre relativa*
(a)	*24*	*1*	*1/24*
	4,52	*0,01*	*1/452*
	100,0	*0,1*	*1/10000*
(b)	*24*	*1*	*1/24*
	4,02	*0,01*	*1/402*
	100,0	*0,1*	*1/10000*
(c)	*3,14159*	*0,00001*	*-*
	0,25	*0,01*	*1/25*
	2,352	*0,001*	*1/2352*

En el caso *(c)* 3,14159 representa al número π, que se puede tomar con un número de decimales suficiente para que no sea precisamente este número el que determine las decisiones a tomar respecto a las operaciones en las que interviene.

Según la teoría de propagación de errores la incertidumbre del resultado de una expresión como la siguiente

$$q = kx^a y^b \ldots \qquad\qquad (k = constante)$$

es

$$\Delta q = |q|\sqrt{\left(a\frac{\Delta x}{|x|}\right)^2 + \left(b\frac{\Delta y}{|y|}\right)^2 + \ldots} = |q|\sqrt{(a\varepsilon_x)^2 + (b\varepsilon_y)^2 + \ldots}$$

donde Δx, Δy, ... son las incertidumbres absolutas de *x, y, ...* Además, ε_x, ε_y, ..., son las incertidumbres relativas en tanto por uno de *x, y, ...*

Al igual que ocurría en el caso de la suma o diferencia, para poder aplicar esta expresión las medidas *x, y, ...* deben ser independientes y sus errores, aleatorios. En los ejemplos anteriores, teniendo en cuenta los datos de la tabla nº 1, las incertidumbres de los resultados serían:

(a) $\Delta q = 1{,}0848 \cdot 0'0417599 = 0{,}0453 \cong 0{,}04$

(b) $\Delta q = 0{,}9648 \cdot 0{,}0417755 = 0{,}0403 \cong 0{,}04$

(c) $\Delta q = 0{,}4618 \cdot 0.08 = 0{,}0369 \cong 0{,}04$

Es decir, en los tres ejemplos la incertidumbre en el resultado está en el dígito correspondiente a la centésima, aunque en ningún caso el valor de dicha incertidumbre sea la unidad. Según estos resultados los ejemplos *(b)* y *(c)* sí están bien redondeados a dos cifras significativas, pero el ejemplo *(a)* no lo está ya que debería redondearse a tres cifras significativas (1,08 en lugar de 1,1).

Cifras significativas en logaritmos y antilogaritmos

Regla 9. *En el logaritmo de un número se deben mantener tantos dígitos a la derecha de la coma decimal como cifras significativas tiene el número original*.

Regla 10. *En el antilogaritmo de un número se deben mantener tantos dígitos como dígitos hay a la derecha de la coma decimal del número original*.

Veamos unos ejemplos con logaritmos de base 10:

(a) $\log 3{,}53 = 0{,}5477747 \cong 0{,}548$

(b) $\log 1{,}200 \cdot 10^{-5} = -4{,}9208188 \cong -4{,}9208$

(c) $\text{Anti}\log 8{,}9 = 10^{8,9} = 7{,}94328 \cdot 10^{8} \cong 8 \cdot 10^{8}$

(d) $\text{Anti}\log 8{,}900 = 10^{8,9} = 7{,}94328 \cdot 10^{8} \cong 7{,}94 \cdot 10^{8}$

En el ejemplo *(a)* el número de cifras significativas del número 3,53 es de tres y, por tanto, el número de decimales que tiene su solución es tres. El número del ejemplo *(b)* tiene cuatro cifras significativas y su logaritmo se expresa con 4 decimales. En cuanto a los antilogaritmos de los ejemplos *(c)* y *(d)*, el primero tiene una sola cifra decimal y su solución se expresa con una cifra significativa; el segundo tiene tres cifras decimales y tres son las cifras significativas del resultado.

Con objeto de analizar cómo es la precisión de los resultados expresados por aplicación de las reglas 9 y 10, en la tabla nº 2 se recogen las incertidumbres absolutas y relativas de los números de partida

Tabla 2.

	Número	Incertidumbre	Incertidumbre relativa
(a)	3,53	0,01	1/353
(b)	$1{,}200 \cdot 10^{-5}$	10^{-8}	1/1200
(c)	8,9	0,1	1/89
(d)	8,900	0,001	1/8900

Como vemos, como se ha venido haciendo hasta ahora, se asume que la incertidumbre absoluta de los números de partida está en el último dígito y en una unidad de dicho dígito. Según la teoría de propagación de errores, para un conjunto de medidas independientes, $x, y,..., w,$ cuyos errores o incertidumbres absolutas son $\Delta x, \Delta y,..., \Delta w,$ y que son utilizadas para calcular la magnitud q de forma que

$$q = f(x, y,..., w)$$

entonces, si los errores son aleatorios, el error de q es la suma en cuadratura

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\Delta w\right)^2}$$

De esta expresión general derivan las expresiones utilizadas en los casos anteriores. En el caso que nos ocupa, empezaremos por los logaritmos:

$$q = log\, x$$

$$q' = \frac{d(log\, x)}{dx} = \frac{log\, e}{x}$$

$$\Delta q = \frac{\Delta x}{x} log\, e = \varepsilon_x \, log\, e$$

donde Δx *y* ε_x son, respectivamente, las incertidumbres absoluta y relativa en tanto por uno de x.

Así, en los ejemplos anteriores, teniendo en cuenta los datos de la tabla nº 2 tenemos que las incertidumbres de los resultados expresados son:

(a) $\Delta q = 0{,}00123 \doteqdot 0{,}001$

(b) $\Delta q = 0{,}0003619 \doteqdot 0{,}0004$

Vemos que en el ejemplo *(a)* la incertidumbre está en el tercer decimal que es precisamente hasta donde se ha redondeado el resultado. En el ejemplo *(b)* habría que redondear hasta la décima de millar, como se ha hecho en realidad al aplicar la regla 9.

En el caso de los antilogaritmos:

$$q = 10^x$$

$$q' = 10^x\, ln\, 10$$

$$\Delta q = 10^x \Delta x\, ln\, 10$$

Teniendo en cuenta los datos de la tabla nº 2, las incertidumbres en los resultados de los ejemplos *(c)* y *(d)* son:

(c) $\Delta q = 1{,}829 \cdot 10^8 \doteqdot 2 \cdot 10^8$

(d) $\Delta q = 1{,}829 \cdot 10^6 \doteqdot 2 \cdot 10^6$

Por tanto la última cifra incierta en el ejemplo (c) es la centena de millón y en el ejemplo (d) la unidad de millón, siendo correcta la aplicación de la regla 10.

Conclusión

Como hemos visto, el convenio de cifras significativas no es del todo satisfactorio. Así, la realización de operaciones aritméticas con cifras significativas hace que en ocasiones aumente la incertidumbre respecto a lo esperado, que es considerar en una unidad la incertidumbre del último dígito de un número. Es claro que este aumento de la incertidumbre será tanto mayor cuanto mayor sea el número de operaciones que encadenemos y, por tanto, sería conveniente determinar el valor de la incertidumbre si se quiere estar seguro de conocer la progresión del error cometido en las operaciones realizadas. Incluso, tal como se ha visto en algún caso, la omisión de este estudio para la simple aplicación de las reglas aquí establecidas puede llevarnos a la pérdida de cifras significativas.

Redondeo de números

La aplicación práctica de las reglas anteriores ha requerido del redondeo[1] de números para ofrecer el resultado con el número de cifras significativas estipulado. Es decir, en el proceso de redondeo se eliminan los dígitos no significativos de un número, pero siguiendo *unas reglas que se deben aplicar al primero de los dígitos que se desea eliminar*.

Regla 11. *Si el primer dígito que se va a eliminar es inferior a 5, dicho dígito y los que le siguen se eliminan y el número que queda se deja como está*.

---

[1] El proceso simple de cortar un número por un dígito determinado sin tener en cuenta los dígitos que le siguen (sin redondear) se denomina *truncamiento*. Por ejemplo, truncar el número π a la diezmilésima sería:

$$3{,}1415927\ldots \rightarrow 3{,}1415$$

Por ejemplo, los siguientes números se han redondeado a 4 cifras significativas:

$\sqrt{2}$ = *1,4142136... → 1,414<u>2136</u>... → 1,414*

$\sqrt{6}$ = *2,4494897... → 2,449<u>4897</u>...→ 2,449*

Regla 12. *Si el primer dígito que se va a eliminar es superior a 5, o si es 5 seguido de dígitos diferentes de cero, dicho dígito y todos los que le siguen se eliminan y se aumenta en una unidad el número que quede*.

Por ejemplo, los siguientes números se han redondeado a cuatro cifras significativas:

Π = 3,1415927... → 3,141<u>5927</u>... → 3,142

$\sqrt{7}$ = *2,6457513... → 2,645<u>7513</u>...→ 2,646*

Regla 13. *Si el primer dígito que se va a eliminar es 5 y todos los dígitos que le siguen son ceros, dicho dígito se elimina y el número que se va a conservar se deja como está si es par o aumenta en una unidad si es impar*.

Por ejemplo, los siguientes números se han redondeado a cuatro cifras significativas:

61,555 → 61,55<u>5</u> → 61,56

2,0925 → 2,092<u>5</u> → 2,092

Esta última regla elimina la tendencia a redondear siempre en un sentido determinado el punto medio que hay entre dos extremos. Es importante destacar aquí que cuando se establece la función de redondeo en una calculadora normalmente ésta no aplica la regla 13, es decir, si un número cumple la condición dada en dicha regla, la calculadora aumentará en una unidad el último dígito del número que quede de eliminar las cifras no significativas (es decir, la calculadora aplica en este caso la regla 12).

Aplicación a cálculos en problemas

En los libros de texto de física o química lo más normal es realizar cálculos con datos cuya precisión viene indicada sólo por el convenio de cifras significativas. Así, si se deseara conocer la incertidumbre del resultado de un problema concreto se deberán aplicar las técnicas analizadas anteriormente. En cualquier caso, el resultado que se obtenga sólo debe contener dígitos significativos.

Una práctica común en la resolución de problemas es mantener al menos un dígito de más durante los cálculos para prevenir el error de redondeo (dígito de reserva). Al trabajar hoy día con ordenadores y calculadoras se puede trabajar con más de un dígito de reserva, tantos como la calculadora pueda ofrecer, siendo importante hacer el redondeo después de que se hayan acabado los cálculos.

Ejemplo.

En un procedimiento de contrastado de una disolución de ácido clorhídrico con hidróxido de bario se valoraron 50,00 mL exactamente medidos de disolución de HCl que necesitaron 29,71 mL de $Ba(OH)_2$ 0,01963 M para alcanzar el punto final, usando indicador verde de bromocresol. Determinar la molaridad del HCl.

Solución.

Recojamos en primer lugar los datos que se dan:

- Volumen de disolución de HCl → $V_{HCl} \;=\; 50{,}00\; mL$
- Volumen de disolución de $Ba(OH)_2$ → $V_{Ba(OH)_2} = 29{,}71\; ml$
- Molaridad de disolución de $Ba(OH)_2$ → $M_{Ba(OH)_2} = 0{,}01963\; M$

El proceso de neutralización ácido-base es el siguiente:

$$2\,HCl \;+\; Ba(OH)_2 \;\rightarrow\; BaCl_2 \;+\; 2\,H_2O$$

Veremos primero los cálculos de forma teórica. En primer lugar se puede conocer el número de moles de $Ba(OH)_2$ necesarios para neutralizar el HCl:

$$n_{Ba(OH)_2} = M_{Ba(OH)_2} \cdot V_{Ba(OH)_2}$$

La relación estequiométrica dada por el proceso de neutralización ácido-base nos permite conocer el número de moles de HCl neutralizados:

$$n_{HCl} = n_{Ba(OH)_2} \cdot \frac{2\; mol\; HCl}{1\; mol\; Ba(OH)_2}$$

Conocido el número de moles de HCl y el volumen en el que se encontraban al inicio, su molaridad será:

$$M_{HCl} = \frac{n_{HCl}}{V_{HCl}}$$

Por tanto,

$$M_{HCl} = \frac{M_{Ba(OH)_2} \cdot V_{Ba(OH)_2} \cdot \frac{2\ mol\ HCl}{1\ mol\ Ba(OH)_2}}{V_{HCl}}$$

Con los números será:

$$M_{HCl} = \frac{0{,}01963\ \frac{mol}{\cancel{L}} \cdot 29{,}71 \cdot 10^{-3}\ \cancel{L} \cdot \frac{2\ \cancel{mol}\ HCl}{1\ \cancel{mol}\ Ba(OH)_2}}{50{,}00 \cdot 10^{-3}\ L}$$

$$M_{HCl} = 0{,}0233282\ {}^{mol}/_{L}$$

Analicemos ahora las cifras significativas con las que hay que expresar el resultado. Si observamos el cálculo final sólo hay multiplicaciones y divisiones, por tanto, debemos redondear el resultado de manera que contenga el mismo número de cifras significativas que el factor que menos cifras significativas tenga. Como los números *2* y *1* que hay en la expresión (moles de HCl y de $Ba(OH)_2$) son números exactos, no entran en este cómputo siendo pues los volúmenes de HCl y de $Ba(OH)_2$ los que limitan el resultado a 4 cifras significativas. Por tanto,

$$M_{HCl} = 0{,}02333\ {}^{mol}/_{L}$$

Ahora bien, ¿podríamos estimar la incertidumbre de este resultado?

Estimemos primero las incertidumbres de las medidas experimentales.

- Volumen de disolución de HCl → $V_{HCl} = 50{,}00\ mL$

  La incertidumbre en esta medida dependerá del aparato que se haya utilizado para su medida. En principio pensaremos que la medida de los 50 mL ha requerido de un solo enrase y, por tanto, la incertidumbre absoluta está en ±0,01 mL y la relativa es de

$$\frac{\pm 0{,}01}{50{,}00} \cdot 100\% = 0{,}020\%$$

- Volumen de disolución de $Ba(OH)_2 \rightarrow V_{Ba(OH)_2} = 29{,}71\ ml$.

  El volumen de $Ba(OH)_2$ se habrá medido con una bureta. La posición del nivel de líquido se puede estimar en una buena bureta en ±0,02 mL. Pero en la valoración la cantidad de $Ba(OH)_2$ requiere de una lectura inicial y otra final, es decir (véase cifras significativas en sumas y diferencias), la incertidumbre absoluta será

$$\sqrt{0{,}02^2 + 0{,}02^2} = \pm\, 0{,}028\ mL$$

  y la incertidumbre relativa

$$\frac{\pm 0{,}028}{29{,}71} \cdot 100\% = 0{,}094\%$$

- Molaridad de disolución de $Ba(OH)_2 \rightarrow M_{Ba(OH)_2} = 0{,}01963\ M$

  La incertidumbre de la molaridad de la disolución de reactivo es, según el dato ofrecido de ±0,00001 M. La incertidumbre relativa es

$$\frac{\pm 0{,}00001}{0{,}01963} \cdot 100\% = 0{,}051\%$$

Según hemos visto, cuando las medidas son independientes y sus errores aleatorios la incertidumbre en el resultado se puede estimar según la siguiente expresión

$$\Delta M_{HCl} = 0{,}0233282\ \sqrt{\left(\frac{0{,}01}{50{,}00}\right)^2 + \left(\frac{0{,}028}{29{,}71}\right)^2 + \left(\frac{0{,}00001}{0{,}01963}\right)^2}$$

cuyo resultado es

$$\Delta M_{HCl} = 0{,}0000256166\ \cong 0{,}00002\ mol/L$$

Es decir, la molaridad del HCl se puede expresar como

$$M_{HCl} = (0{,}02333\ \pm 0{,}00003)\ {}^{mol}/_{L}$$

siendo la incertidumbre relativa

$$\varepsilon = \frac{0.00003}{0{,}02333} \cdot 100\% = 0{,}1285898 \ldots\ \cong 0{,}129\%$$

Bibliografía

La consulta de las páginas web referidas en la bibliografía se realizó el 06/01/2010.

Cálculos de Química Analítica. 7ª Ed. Hamilton, L. F.; Simpson, S. G. y Ellis, D. W. Editorial McGraw-Hill 1989.

Cifras significativas. La medida y su correcta expresión. Ayala Velázquez, M. D. Departamento de Física. Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa, México D.F.
[http://docencia.izt.uam.mx/dav/MetodoExperII/]

Errores en las medidas. Departamento de Física Aplicada, Grupo de Escuela Náutica, Universidad de Cantabria.
[http://www.optica.unican.es/fisicaNAUTICA/practicas.htm]

Experimentación en Química. Departamento de Química Física Analítica, Universidad de Oviedo.
[http://www.uniovi.es/QFAnalitica/trans/ExpquimDimas/experimentacion.pdf]

Fundamentos de Química Analítica. 4ª Ed. Skoog, Douglas A.; West, Donald M. y Holler, J. Editorial Reverté 1996.

Prácticas de fundamentos físicos de la Ingeniería: teoría de errores y presentación de resultados. Rodríguez Quintero, N. Departamento de Física Aplicada I, Escuela Universitaria Politécnica, Universidad de Sevilla.
[http://euler.us.es/~niurka/clases.html]

Técnicas Experimentales en Física General, curso 2003-04. Zúñiga Román, J. Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, Universidad de Valencia.
[http://www.uv.es/zuniga/tefg.htm]

Este artículo se finalizó el 26 de mayo de 2010
en Villanueva del Arzobispo, Jaén (España)

Autor: Felipe Moreno Romero
fresenius1@gmail.com
http://www.escritoscientificos.es