

CONCEPTOS BÁSICOS DE MATEMÁTICA DISCRETA

Bases de Datos y Sistemas de Información

Instituto de Computación, Facultad de Ingeniería, UdelaR

2018

Contenido

- Teoría de conjuntos
- Conceptos básicos
 - Cardinalidad
 - Predicados sobre elementos
 - Predicados cuantificados
- Operaciones sobre conjuntos
- Multiconjuntos
- Tipos de datos

Teoría de conjuntos

- Rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los conjuntos.
- Los conjuntos son colecciones abstractas de objetos, consideradas como objetos en sí mismas, y son una herramienta básica en la formulación de cualquier teoría matemática.
- Los conjuntos no tienen elementos repetidos.
- Se pueden definir por extensión o comprensión:
 - Extensión: el conjunto que enumera uno a uno todos los elementos.
Ejemplo: $R = \{a, e, i, o, u\}$
 - Comprensión: el conjunto que determina las propiedades que caracterizan a todos los elementos.
Ejemplo: $R = \{\text{números pares}\}$

Conceptos básicos: Cardinalidad

- Un conjunto puede ser finito o infinito, pero para nuestra aplicación a las bases de datos nuestros conjuntos serán siempre finitos.
- Los conjuntos finitos tienen la particularidad de que su cardinalidad es siempre un número natural que denota el número de elementos que contiene.
- Llamaremos vacío al conjunto que no contiene elementos (cardinalidad 0) y llamaremos conjunto unitario (singleton) al conjunto que contiene un elemento (cardinalidad 1).

Conceptos básicos: Cardinalidad

- Supondremos que tenemos una función COUNT
- Dado un conjunto, COUNT retorna su cardinalidad. En definitiva, cuenta los elementos que tiene el conjunto.
 - Ejemplo $A = \{ 9, 10, 11 \}$
 - $\text{COUNT}(A) = 3$

Conceptos básicos: Predicados sobre elementos

- Definición de conjuntos por comprensión:
 - Seleccionar (SELECT) algunos elementos de un conjunto conocido, por medio de alguna propiedad (un predicado).
 - Se debe tener alguna forma de realizar una selección, por ejemplo, los naturales mayores que 2 y menores que 7:
 - $S = \{ n : N \mid n > 2 \wedge n < 7 \}$
- Una selección es un subconjunto.
 - A es subconjunto de B si cada elemento de A pertenece a B
 - Se podría obtener el conjunto vacío

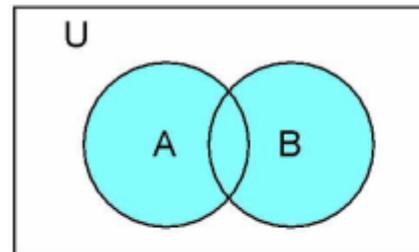
Conceptos básicos: Predicados cuantificados

- Problema de impedancia: no es posible comparar elementos con conjuntos.
- Sin embargo es común tener predicados como "18 es mayor que todo elemento de S" (cuantificador universal: \forall) y "5 es igual a algún elemento de S", "existe un elemento de S igual a 5" o "5 pertenece a S" (cuantificador existencial: \exists).

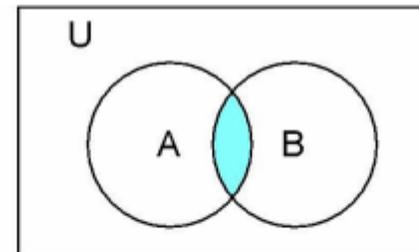
Operaciones sobre conjuntos

■ Operaciones básicas:

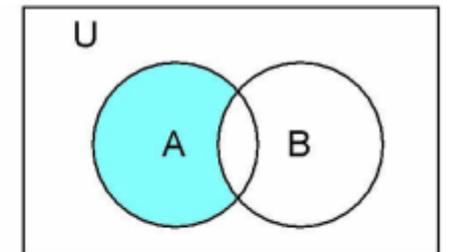
- unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento.
- Siempre se puede considerar que existe un conjunto universal, necesario para la idea de complemento (complemento respecto al conjunto universal).



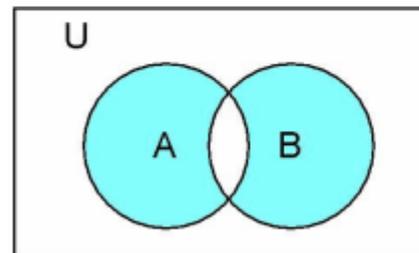
Unión



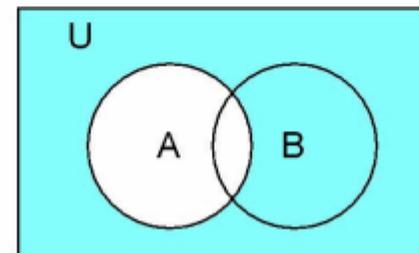
Intersección



Diferencia



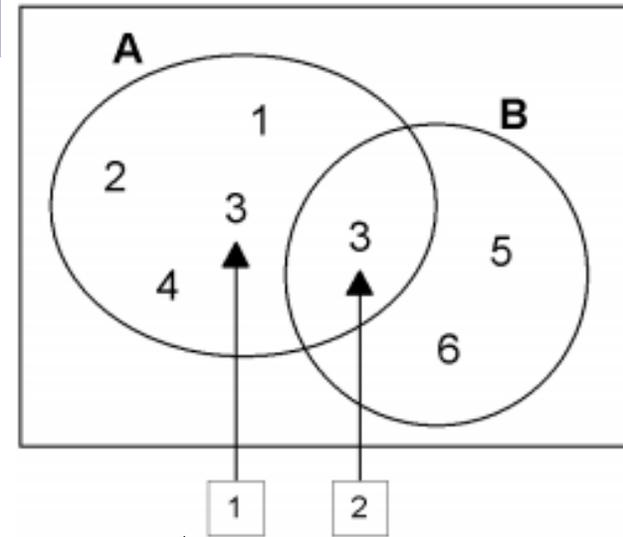
Diferencia simétrica



Complemento

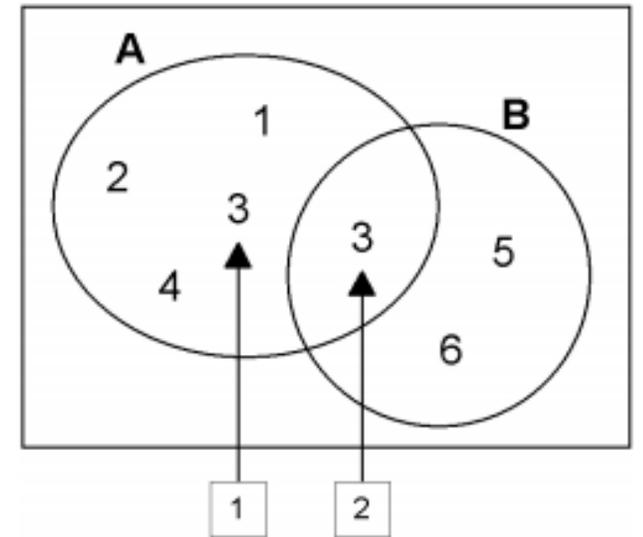
Multiconjuntos

- Los conjuntos no tienen elementos repetidos.
- Esta condición se puede relajar para admitir elementos repetidos, y estas colecciones se denominan multiconjuntos.
- La extensión de las operaciones antes mencionadas para multiconjuntos no es tan simple como parecería.
Consideremos un multiconjunto A que contiene los elementos 1, 2, 3, 3 y 4 y otro multiconjunto B que contiene los elementos 3, 5 y 6.



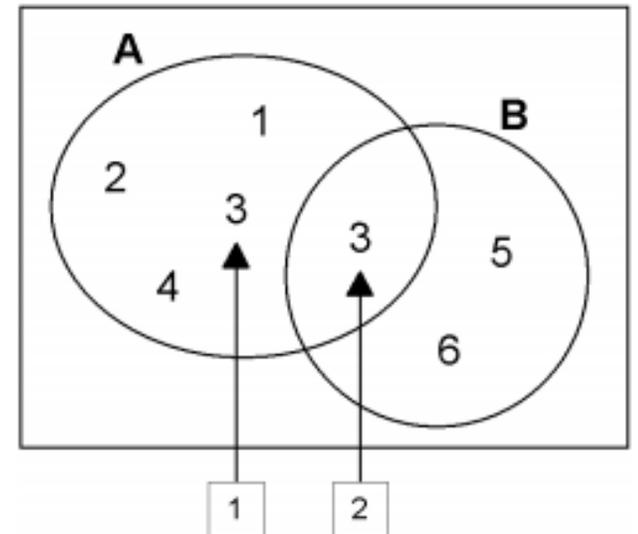
Multiconjuntos

- La intersección de los multiconjuntos A y B contendría un elemento 3, pero deberíamos estar seguros que los elementos 3 del conjunto A son exactamente iguales e intercambiables.
- ¿Cuál estaría en la intersección con B?



Multiconjuntos

- Tal vez se quieran eliminar los elementos repetidos, manteniendo sólo los distintos. Podría ser útil contar con una función `DISTINCT`, que tome un multiconjunto y retorne un conjunto (sin repetidos).
- En el ejemplo: `DISTINCT A = {1, 2, 3, 4}`



Multiconjuntos

- Se pueden definir operadores de unión, intersección y diferencia que retornen multiconjuntos o que retornen conjuntos sin repetidos.
- Sean UNION_ALL, INTERSECT_ALL y EXCEPT_ALL los operadores que preservan los elementos repetidos, y por lo tanto devuelven multiconjuntos.
- Sean UNION, INTERSECT y EXCEPT los operadores que devuelven conjuntos, o sea, eliminan repetidos.

Multiconjuntos

- Es importante destacar que la eliminación de los repetidos en los casos de UNION, INTERSECT y EXCEPT se hace sobre los operandos y después se resuelve la operación.
- En otras palabras, convierten primero los multiconjuntos en conjuntos y después realizan la operación.
- Ejemplo: Sean $A = \{1, 2, 3, 3, 4\}$ y $B = \{3, 5, 6\}$
 - $A \text{ UNION } B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - $A \text{ UNION_ALL } B = \{1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6\}$
 - $A \text{ INTERSECT } B = \{3\}$
 - $A \text{ INTERSECT_ALL } B = \{3\}$
 - $A \text{ EXCEPT } B = \{1, 2, 4\}$
 - $A \text{ EXCEPT_ALL } B = \{1, 2, 3, 4\}$

Multiconjuntos

- Es importante destacar que la eliminación de los repetidos en los casos de UNION, INTERSECT y EXCEPT se hace sobre los operandos y después se resuelve la operación.
- En otras palabras, convierten primero los multiconjuntos en conjuntos y después realizan la operación.
- Ejemplo: Sean $A = \{1, 2, 3, 3, 4\}$ y $B = \{3, 5, 6\}$
 - $A \text{ UNION } B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - $A \text{ UNION_ALL } B = \{1, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6\}$
 - $A \text{ INTERSECT } B = \{3\}$
 - $A \text{ INTERSECT_ALL } B = \{3\}$
 - $A \text{ EXCEPT } B = \{1, 2, 4\}$
 - $A \text{ EXCEPT_ALL } B = \{1, 2, 3, 4\}$

Multiconjuntos

- Dos conjuntos se denominan disjuntos cuando su intersección es el conjunto vacío.
- Una partición de un conjunto S no vacío, es un conjunto de conjuntos disjuntos cuya unión es S .

Tipos de Datos

- Es útil darle nombres (como abreviaturas) a ciertos conjuntos finitos, que son utilizados como tipos de datos, por ejemplo:
 - $\text{DATE} = \{ d \mid d \text{ es una fecha entre el } 01/01/0001 \text{ y el } 12/12/9999 \}$
 - $\text{INTEGER} = \{ i \mid i \text{ es un entero entre } -2.147.483.648 \text{ y } 2.147.483.647 \}$
 - $\text{NUMBER}(P, S) = \{ n \mid n \text{ es un decimal de } P \text{ dígitos de los cuales } S \text{ son decimales} \}$
 - $\text{VARCHAR}(N) = \{ v \mid v \text{ es un texto de hasta } N \text{ caracteres} \}$