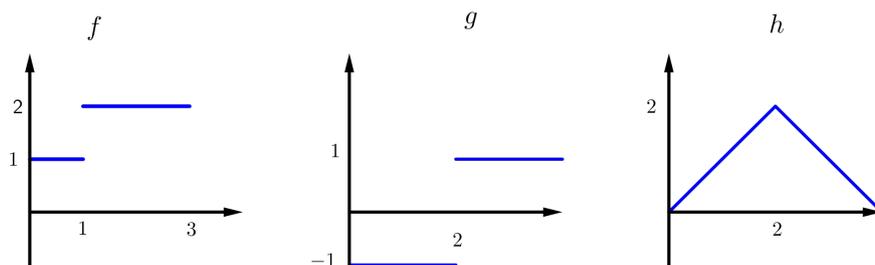


Práctico 8

En esta práctico se trabajara con la idea intuitiva de integral, donde la integral de una función f en el intervalo $[a, b]$ es el área signada entre el gráfico y el eje x

Algunos ejemplos de integrales



- $\int_0^3 f(t)dt = 1 \times 1 + 2 \times 2 = 5$
- $\int_0^2 g(t)dt = -1 \times 2 = -2, \quad \int_0^4 g(t)dt = 0$
- $\int_0^4 h(t)dt = \frac{2 \times 2}{2} = 2$

Todos los resultados de este práctico se podran probar formalmente luego, aquí estan para dar ideas intuitivas del problema y trabajar con acotaciones.

Se recuerdan las propiedades de área.

Propiedades basicas de áreas

- Si $A \subset B$ entonces $\text{Área}(A) \leq \text{Área}(B)$
- El área de un rectángulo R de lados a y b es $\text{Área}(R) = ab$. El área de un triángulo rectángulo T de base b y altura h es $\text{Área}(T) = \frac{hb}{2}$ (esto se puede deducir).
- Si $A \cap B = \emptyset$ entonces $\text{Área}(A \cup B) = \text{Área}(A) + \text{Área}(B)$. Además si dos rectangulos R_1 y R_2 se intersecan sólo en lados entonces $\text{Área}(R_1 \cup R_2) = \text{Área}(R_1) + \text{Área}(R_2)$ (esto último en realidad se puede deducir).

Se puede asumir que todas las funciones de este práctico son integrables.

1. Integrales (Áreas algebraicas)

1. Calcular la integral de las siguientes funciones en el intervalo $[0, 2]$.

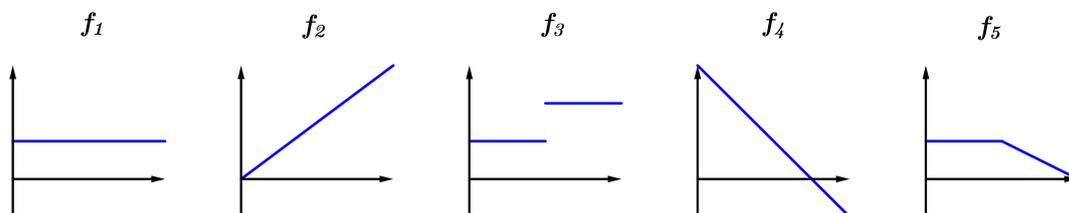
$$a) f(x) = 1 \quad b) f(x) = x \quad c) f(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x-2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad d) f(x) = |x-1|$$

$$e) f(x) = x + [x] \quad f) f(x) = x - [x] \quad g) f(x) = [3x]$$

2.

- a) Sea $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\int_{-1}^1 h(t) dt = 0$ y $\int_{-1}^3 h(t) dt = 6$. Calcular $\int_1^3 h(t) dt$.
- b) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\int_2^8 f(t) dt = 20$ y $\int_4^8 f(t) dt = -12$. Calcular $\int_2^4 f(t) dt$.

3. Bosquejar las funciones $F_i(x) = \int_0^x f_i(t) dt$, para las siguientes funciones.



4. Calcule explícitamente y grafique la función $F(x) = \int_0^x f_i(t) dt$ para

a) $f_1(t) = \max(\{t, 2 - t\})$ b) $f_2(t) = [t]$ c) $f_3(t) = t - [t]$

5. Ordenar de forma creciente en área los siguientes conjuntos:

- a) un cuadrado de lado 2 b) un rectángulo de lado menor 2 c) un rombo de diagonales 2
- d) una circunferencia de radio 1 e) una elipse de eje mayor $\frac{1}{\sqrt{2}}$

6. Calcular la integral de la siguientes función en $[0, 2]$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lceil \frac{1}{x} \rceil} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

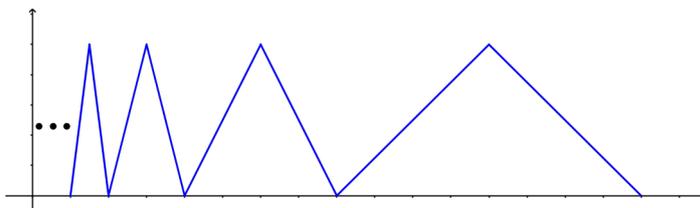


Figura 1: bosquejo de la función f

7. Calcule el área de la región S comprendida entre las graficas de f y g , en el intervalo indicado para cada caso. Bosquejar en cada caso las dos graficas y sombread S .

- a) $f(x) = x, g(x) = 1 - 2x$ en $[-1, 2]$ b) $f(x) = |x|, g(x) = |x - 1|$ en $[-1, 1]$