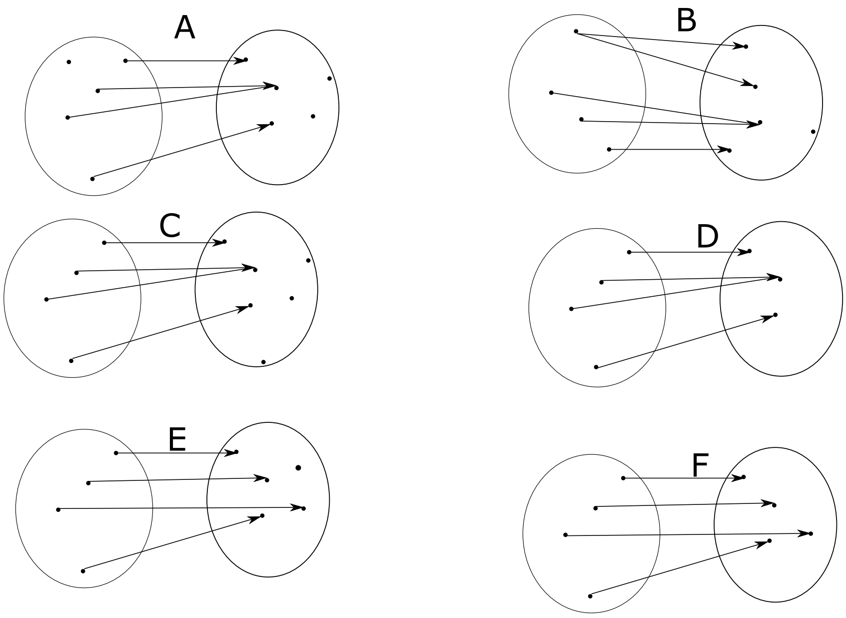
Universidad de la República **Cálculo 1 Anual 2018**
Facultad de Ingeniería - IMERL

Práctico 3

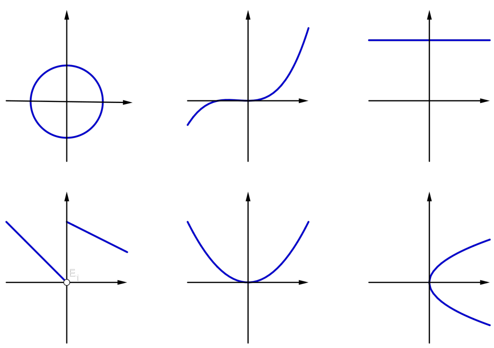
1. Definición de función.

1. Determinar sí las siguinetes correspondencias son funciones o no. En caso positivo, investigar si son sobreyectivas, inyectivas o biyectivas.



2. En el salón A21 de la Facultad e Ingeniería hay 140 bancos y a la clase de Cálculo I de hoy asistieron 200 personas. ¿Existe una función que le asigne a cada estudiante un banco?

3. Determinar si los gráficos de abajo corresponden a funciones. En caso positivo determinar si son inyectiva, sobreyectiva y biyectiva como funciones de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$



4. Determinar para las siguientes funciones $f : A \to B$ cuales son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas

$$a) \quad A = \mathbb{N},\ B = \mathbb{N},\ f(x) = x + 5 \qquad b) \quad A = \mathbb{R},\ B = \mathbb{R},\ f(x) = x + 5$$

$$c) \quad A = \mathbb{N},\ B = \mathbb{N},\ f(x) = 2x \qquad d) \quad A = \mathbb{R},\ B = \mathbb{R},\ f(x) = 2x$$

$$e) \quad A = \mathbb{Z},\ B = \mathbb{Z},\ f(x) = x^3 \qquad f) \quad A = \mathbb{R}^+,\ B = \mathbb{R}^+,\ f(x) = x^3$$

$$g) \quad A = \mathbb{N},\ B = \mathbb{N},\ f(x) = 2^x - 1 \qquad h) \quad A = \mathbb{R}^+,\ B = \mathbb{R}^+,\ f(x) = 2^x - 1$$

$$i) \quad A = \mathbb{N} \times \mathbb{N},\ B = \mathbb{N},\ f(n,m) = 2^n 3^m \qquad j) \quad A = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+,\ B = \mathbb{R}^+,\ f(n,m) = 2^n 3^m$$

2. Bosquejos

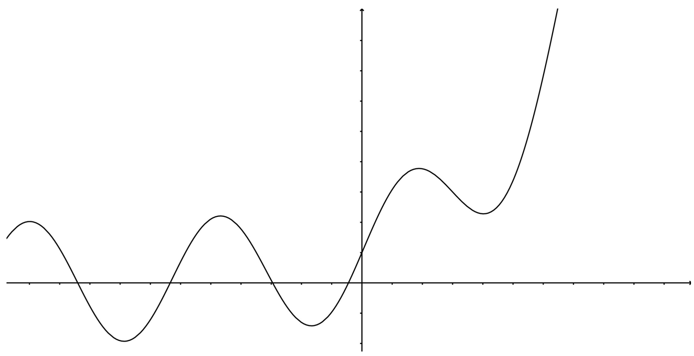
1. Bosquejar en los mismos ejes:

$$a) \quad \sin(x),\ \cos(x),\ \sin(2x) \qquad b) \quad x^2,\ x^4,\ \sqrt{x} \qquad c) \quad x,\ e^x,\ log(x) \qquad d) \quad \frac{1}{x},\ \frac{2x+3}{3x-3}$$

2. Bosquejar

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} x/2 & \text{si } x < 0 \\ 3x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \qquad b) \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - 1 & \text{si } x < 0 \\ x^3 - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Dada la función cuyo gráfico es el siguiente, bosquejar $f + 1$, $f(x+1)$, $f(-x)$, $|\ f\ |$.



4. Determinar el dominio de máxima definición y signo de las siguientes funciones

$$a) \quad f_1(x) = (x-1)(x-3)^2 \qquad b) \quad f_2(x) = x^3 + x^2 - x \qquad c) \quad f_3(x) = (x+1)(x^4 - 3x^2 + 2)$$

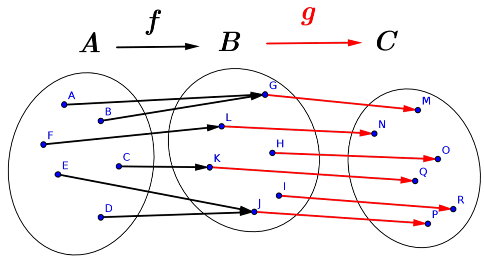
$$d) \quad g_1(x) = \frac{x+1}{x-1} \qquad e) \quad g_2(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x} \qquad f) \quad g_3(x)\frac{(x+3)(x^2 - 2x + 2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$g) \quad h_1 = \sin(x) \qquad h) \quad h_2 = \tan(x) \qquad i) \quad h_3(x) = \sin(x) - \cos(x)$$

$$j) \quad i_1 = \ln(x) \qquad k) \quad i_2 = \ln(x^2 + x) \qquad l) \quad i_3(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x - 1)}{e^x - 1}$$

3. Composición de funciones.

1. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ donde funciones dadas por el siguiente diagrama



   a) Calcular $g \circ f$

   b) Para las funciones f, g y $g \circ f$, determinar cuales son inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

2. Sea $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{1+x}$. Calcular

   a) $f(f(x))$ (¿Para qué x tiene sentido?) *b*) $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ *c*) $f(cx)$

   d) $f(x_1 + x_2)$ *e*) $f(x_1) + f(x_2)$

   ¿Para que números c existe un número x tal que $f(cx) = f(x)$? Indicación: hay muchos más de los que podría parecer a primera vista.

   ¿Para qué números c se cumple que $f(cx) = f(x)$ para al menos dos números distintos de x?

3. Para los siguientes pares de funciones calcular $f \circ g$, $g \circ f$ y $f + g$

   a) $f(x) = 2x + 1,$ $\quad g(x) = 3x - 1$

   b) $f(x) = 2x + 1,$ $\quad g(x) = x^3 - x^2 - 4$

   c) $f(x) = |2x + 1|,$ $\quad g(x) = x^2 + x + 1$

   d) $f(x) = x + 1,$ $\quad g(x) = \text{máx}\{1, x - 1\}$

   e) $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & x \leq 0 \\ x - 8 & 0 < x < 2 \\ 5 & x \geq 2 \end{cases},$ $\quad g(x) = \begin{cases} x - 1 & x \leq 0 \\ -1 & 0 < x < 2 \\ \frac{1}{x} & x \geq 2 \end{cases}$

   f) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{2} & 0 < x < 4 \\ 1 - x & x \geq 4 \end{cases},$ $\quad g(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & x > 0 \end{cases}$

4. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ dos funciones. Probar que:

   a) Si $g \circ f$ es inyectiva entonces f es inyectiva.

   b) Si $g \circ f$ es sobreyectiva entonces g es sobreyectiva.

5. (Primer parcial 2017)

   Considere las funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ tales que $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ y $g(x) = log\mid 2x \mid$.

   (a) Halle las raíces de f.

   (b) Halle el máximo dominio posible donde poder definir $g \circ f$.

   (c) Calcule $(g \circ f)(0)$ y $(g \circ f)(2)$.

   (d) Analice la sobreyectividad de f y la inyectividad de g. Justifique.