

## Práctico 2

### 1. Operaciones Elementales

1. Simplificar las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{llllll}
 a) \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} & b) -\frac{5}{3} \left( \frac{4}{5} - 2 \right) + \frac{3}{9} & c) \frac{-3}{5} \left( \frac{2}{3} - 1 \right) - \frac{4}{3} & d) \left( \frac{1}{3} - 1 \right)^2 & e) \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}} & f) \left( \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} \right)^2 \\
 g) \left( \frac{1}{5} - \frac{2}{3} \right)^{-3} & h) \left( \frac{2^3}{3^3} \right)^4 \left( \frac{3}{4} \right)^2 & i) \left( \frac{1}{5} - \frac{2}{4} \right) \left( \frac{2}{5} - \frac{3}{4} \right) & j) 3! + \frac{1}{3!} & k) \frac{5!}{2! + 3!} & l) \frac{6!}{2!3!}
 \end{array}$$

2. Calcular las siguientes operaciones :

$$\begin{array}{llllll}
 a) \left| \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right| & b) \left| -\frac{5}{3} + 2 \left( \frac{4}{5} - 2 \right) - \frac{4}{3} \right| & c) \left| \frac{1}{2} - 7 \left( \frac{1}{3} \right) \right| - \left| \frac{2}{5} - \frac{1}{6} \right| & d) \left| \frac{4-8}{8-4} \right| \\
 e) \sum_{k=1}^{10} k & f) \sum_{k=0}^{10} k + 2 & g) \sum_{k=3}^5 k^2 & h) \sum_{k=5}^{10} \frac{k+1}{k} & i) \left| \sum_{k=2}^{10} (-1)^k k \right| \\
 j) \sum_{k=2}^{10} |(-1)^k k| & k) \sum_{k=2}^{10} (-1)^k k & l) \prod_{k=1}^5 k & m) \prod_{k=2}^8 2^k & n) \prod_{k=4}^8 \frac{k}{k+2}
 \end{array}$$

### 2. Polinomios

1. Calcular las raíces reales de los siguientes polinomios:

$$\begin{array}{llllll}
 a) x^2 - 3x + 2 & b) x^2 - 6x + 9 & c) x^2 + 1 & d) x^6 - 1 \\
 e) x^2 + x + 1 & f) 2x^3 + 7x^2 + 6x & g) x^2 + 6x + 4 & h) x^4 - x^2 - 2 \\
 i) (x-1)(x-1)(x+3)(x+4)
 \end{array}$$

2. Determinar las raíces de los siguientes polinomios:

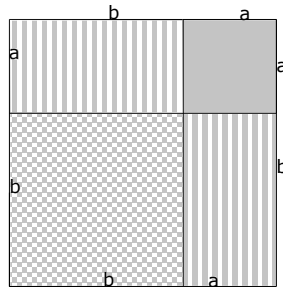
$$\begin{array}{ll}
 a) P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4, \text{ sabiendo que } 2 \text{ es raíz;} \\
 b) Q(x) = 8x^3 + 14x^2 - 5x - 2 \text{ sabiendo que } \frac{1}{2} \text{ es raíz.}
 \end{array}$$

3. En este ejercicio trabajaremos con un polinomio  $P$  genérico donde todos sus coeficientes son no negativos. Es decir

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad \text{con} \quad a_n \geq 0 \quad \text{para todo} \quad n \geq 1$$

Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera. En caso de una afirmación ser falsa dar un contraejemplo.

- El polinomio  $P$  no puede tener raíces.
- El polinomio  $P$  tiene raíces y todas son no negativas.
- El polinomio  $P$  tiene raíces y todas son no positivas.



- d) El polinomio P puede tener raíces o no, pero en caso de tenerlas son todas no negativas.  
 e) El polinomio P puede tener raíces o no, pero en caso de tenerlas son todas no positivas.
4. Considere el cuadrado de lado  $(a + b)$  y área  $(a + b)^2$ .
- Calcular el área del cuadrado cadriculado (lado  $b$ )
  - Calcular el área del cuadrado liso (lado  $a$ )
  - Calcular el área de uno de los rectángulos rallados.
  - Cómo se relacionan estas áreas con las del cuadrado mayor?

### 3. Ecuaciones e Inecuaciones

5. Determinar para qué valores de  $x$  son ciertas las siguientes ecuaciones e inecuaciones.

$$a) \frac{2-x}{1+x} \leq 0 \quad b) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} > 0 \quad c) \frac{x}{x-1} = \frac{2x+1}{x}$$

$$d) |2x-5| < |3x+4| \quad e) x^2 - 5|x| + 4 \geq 0 \quad f) 3|x| - |x-2| > 2$$

6. Determinar para qué valores de  $x, y$  son verdaderas las siguientes ecuaciones e inecuaciones.

$$a) (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \quad b) (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 \quad c) \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} \quad d) \sqrt{x^2} = x$$

$$e) x^2 + 4x + 1 \geq 0 \quad f) x(x-1)(x-2)(x-3) < 0$$

$$g) (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = x - y \quad h) \sqrt{x+4} < x \quad i) \sqrt{x^2+1} > 2x - 3$$

7. Determinar para qué valores de  $x, y$  son verdaderas las siguientes ecuaciones e inecuaciones.

$$a) \sqrt{x+n} - \sqrt{x} > 1 \text{ con } n \in \mathbb{N} \quad b) |nx| > x^2 \text{ con } n \in \mathbb{N} \quad c) (x+y)^n = x^n + y^n \text{ con } x, y \geq 0$$

$$d) x^y = y^x \text{ con } x, y \in \mathbb{N} \quad e) xy \leq x^2 + y^2 \quad f) \sin(x) + \cos(x) \leq 1$$

8. Calcular en función de  $\ln 2$  y  $\ln 3$  los siguientes valores

$$a) \text{ i) } \ln(6) \quad \text{ii) } \ln(9) \quad \text{iii) } \ln(\sqrt{3}) \quad \text{iv) } \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$b) \text{ Decidir la falsedad o veracidad de la siguiente afirmación } \ln(5) = \ln(3)\ln(2)$$

$$c) \text{ Justifique porqué no tiene sentido definir } \ln(-1)$$

9. Despejar  $y$  de las siguientes ecuaciones:

a)  $\ln(y + 1) + \ln(y - 1) = 2x + \ln(x)$

b)  $\ln(y + 1) = x^2 + \ln(y - 1)$

c)  $2 \ln(y) = x + \ln(y + 1)$

10. Despejar  $a$  de la ecuación  $\frac{\ln(a)}{\ln(b)} = c$

11. Despejar  $x$

a)  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

b)  $y = e^x + e^{-x}$