

PRIMER PARCIAL – VIERNES 4 DE MAYO DE 2018

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

**(I) Múltiple opción. Total: 30 puntos**

Puntajes: 5 puntos si la respuesta es correcta, 0 punto por no contestar y -1 si la respuesta es incorrecta.

Indique sus respuestas en los casilleros correspondientes, con letras mayúsculas imprenta: A, B, C, D o E.

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Ejercicio 6

**Ejercicio 1**

Sea  $x(t)$  la solución a la ecuación diferencial  $x''(t) - 6x'(t) + 25x(t) = 0$  que cumple  $x(0) = 0$  y  $x'(0) = 4$ .

Indicar la opción correcta:

- (A)  $x(\pi) = 0$
- (B)  $x(\pi) = e^{3\pi}$
- (C)  $x(\pi) = 1$
- (D)  $x(\pi) = e^{4\pi} \cos(3\pi)$
- (E)  $x(\pi) = e^{4\pi}$

**Ejercicio 2**

Sea  $x(t)$  la solución a la ecuación diferencial  $x'(t) = -2tx(t)$  que cumple  $x(0) = 1$ .

Indicar la opción correcta:

- (A)  $x''(0) = -2$
- (B)  $x''(0) = -1$
- (C)  $x''(0) = 0$
- (D)  $x''(0) = 1$
- (E)  $x''(0) = 2$

**Ejercicio 3**

Considere la serie infinita

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \log \left( 6 + \frac{6}{n} \right) - \log \left( 6 + \frac{6}{n+2} \right) \right).$$

Indicar la opción correcta:

- (A) La serie no converge.
- (B) La serie converge al valor  $\log(6)$ .
- (C) La serie converge al valor  $\log(12)$ .
- (D) La serie converge al valor  $\log(12) + \log(9) - 2\log(6)$ .
- (E) La serie converge al valor  $\log(12) + \log(9) - \log(6)$ .

**Ejercicio 4**

Considere la serie infinita  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(n)}{\sqrt{n}}$  y la integral impropia  $\int_1^{+\infty} \frac{\log(x)}{\sqrt{x}} dx$ .

Indicar la opción correcta.

- (A) La serie converge y la integral impropia también.
- (B) La serie converge pero la integral impropia no converge.
- (C) La serie no converge y la integral impropia tampoco.
- (D) La serie no converge pero la integral impropia converge.
- (E) La serie y la integral impropia convergen al mismo valor.

**Ejercicio 5**

Una pelota de goma se deja caer desde una altura de 2 metros. Cada vez que toca el piso rebota y se eleva hasta una altura de  $2/3$  de la distancia desde la que cae.

Interpretando la distancia que recorre la pelota luego de infinitos rebotes como suma de una serie infinita indicar la opción correcta.

- (A) Luego de infinitos rebotes la pelota recorre 4 metros.
- (B) Luego de infinitos rebotes la pelota recorre 6 metros.
- (C) Luego de infinitos rebotes la pelota recorre 8 metros.
- (D) Luego de infinitos rebotes la pelota recorre 10 metros.
- (E) Para rebotar infinitas veces la pelota debe recorrer una distancia infinita (i.e. la serie no converge).

**Ejercicio 6**

Considere la integral impropia  $\int_0^1 \left( \frac{x}{(x-1)^2} \right)^s dx$  donde  $s$  es un número real.

Indicar la opción correcta:

- (A) La integral converge para todo valor de  $s$ .
- (B) La integral converge sólomente si  $-1 < s < 1$ .
- (C) La integral converge sólomente si  $s < 1/2$ .
- (D) La integral converge sólomente si  $-1 < s < 1/2$ .
- (E) La integral no converge para ningún valor de  $s$ .

**Problema (10 puntos)**

- a) Definir la norma de la suma  $|x|_1$ , la norma Euclídea  $|x|_2$ , y la norma del máximo  $|x|_\infty$  de un punto  $x = (x_1, \dots, x_d)$  en  $\mathbb{R}^d$ .
- b) Representar gráficamente la bola de radio 1 centrada en el punto  $(0, 0)$  de  $\mathbb{R}^2$  para cada una de las tres normas definidas en la parte anterior.
- c) Demostrar que la norma Euclídea de todo punto  $(x, y)$  en  $\mathbb{R}^2$  es menor o igual a su norma de la suma. Indicar en qué puntos de  $\mathbb{R}^2$  las dos normas coinciden.