



SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UN CICLO OTTO.

Dr. Alejandro Medina Domínguez,
Dr. José Miguel Mateos Roco,
Dr. Ing. Pedro L. Curto-Risso

Setiembre 2020

<http://campus.usal.es/gtfe>



ESQUEMA

- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA
- 5 VALIDACIÓN



ESQUEMA

- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA
- 5 VALIDACIÓN



INTRODUCCIÓN

MOTIVACIÓN Y MARCO ACTUAL DE LA INDUSTRIA DEL MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA

- Gran crecimiento de la industria desde sus inicios.
- Compromiso medioambiental.
- Escasez del petróleo.

¿CÓMO SE PUEDE ABORDAR EL ESTUDIO HOY EN DÍA?

- Experimentación: laboratorios, banco de motores, etc.
- Modelos numéricos: *multi-dimensionales*, *cero-dimensionales* o *cuasi-dimensionales*.
- Modelos teóricos: Termodinámica clásica del equilibrio, termodinámica de tiempos finitos (TTF, utilizada generalmente para optimizar convertidores energéticos) .



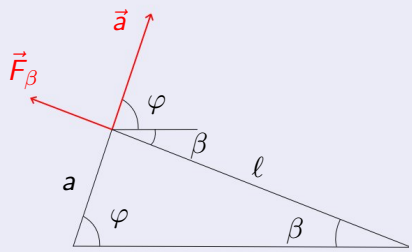
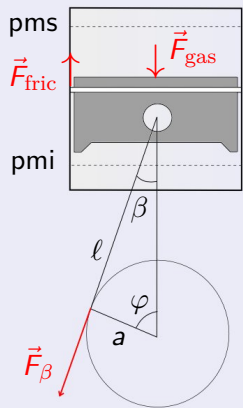
ESQUEMA

- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
 - Descripción mecánica
 - Descripción termodinámica
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA
- 5 VALIDACIÓN



DESCRIPCIÓN MECÁNICA

RELACIONES GEOMÉTRICAS DEL MOTOR





ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LA MECÁNICA DEL SISTEMA

$$\ddot{\varphi} = \frac{a\xi_1(F_{\text{gas}} - F_{\text{fric}}) - am_p \xi_1(a\xi_2\dot{\varphi}^2 - g) - M_{\text{ext}}}{l + a^2 m_p \xi_1^2}$$

Donde

$$\xi_1 \equiv \sin \varphi + f \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}}$$

$$\xi_2 \equiv \cos \varphi + f \frac{\cos(2\varphi)}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}} + \frac{f^3}{4} \frac{\sin^2(2\varphi)}{(1 - f^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

con $f = a/l$



CÁLCULO DE LA FUERZA DE FRICCIÓN

Dentro de los factores que se provocan pérdidas por fricción, destacamos:

CAUSAS DE LA FRICCIÓN

- **Bombeo, cuando entran o salen los gases.**
- Rozamiento mecánico de todas las partes móviles.
- Sistemas auxiliares: bombas de agua o aceite, alternador, etc.

Un modelo empírico para aproximar las fuerzas de fricción (Barnes-Moss):

$$\frac{F_{fric}}{A_{pistón}} = (0,97 \cdot 10^5 + 143,2394488 \dot{\phi} + 0,4559453 \dot{\phi}^2)$$



CÁLCULO DE LA FUERZA DE FRICCIÓN

Dentro de los factores que se provocan pérdidas por fricción, destacamos:

CAUSAS DE LA FRICCIÓN

- Bombeo, cuando entran o salen los gases.
- Rozamiento mecánico de todas las partes móviles.
- Sistemas auxiliares: bombas de agua o aceite, alternador, etc.

Un modelo empírico para aproximar las fuerzas de fricción (Barnes-Moss):

$$\frac{F_{fric}}{A_{pistón}} = (0,97 \cdot 10^5 + 143,2394488 \dot{\phi} + 0,4559453 \dot{\phi}^2)$$



CÁLCULO DE LA FUERZA DE FRICCIÓN

Dentro de los factores que se provocan pérdidas por fricción, destacamos:

CAUSAS DE LA FRICCIÓN

- Bombeo, cuando entran o salen los gases.
- Rozamiento mecánico de todas las partes móviles.
- Sistemas auxiliares: bombas de agua o aceite, alternador, etc.

Un modelo empírico para aproximar las fuerzas de fricción (Barnes-Moss):

$$\frac{F_{fric}}{A_{pistón}} = (0,97 \cdot 10^5 + 143,2394488 \dot{\phi} + 0,4559453 \dot{\phi}^2)$$



CÁLCULO DE LA FUERZA DE FRICCIÓN

Dentro de los factores que se provocan pérdidas por fricción, destacamos:

CAUSAS DE LA FRICCIÓN

- Bombeo, cuando entran o salen los gases.
- Rozamiento mecánico de todas las partes móviles.
- Sistemas auxiliares: bombas de agua o aceite, alternador, etc.

Un modelo empírico para aproximar las fuerzas de fricción (Barnes-Moss):

$$\frac{F_{fric}}{A_{pistón}} = (0,97 \cdot 10^5 + 143,2394488 \dot{\varphi} + 0,4559453 \dot{\varphi}^2)$$



ECUACIONES TERMODINÁMICAS

Se considera el interior del cilindro como volumen de control. Para la combustión se utiliza un modelo de dos zonas, diferenciando entre el volumen de control de los gases sin quemar, u y los gases quemados, b .

Aplicando el primer principio a nuestro sistema $\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j$

CUANDO NO HAY COMBUSTIÓN

$$\dot{T} = \frac{\dot{Q} + \dot{m}_{adm} h_{adm} + \dot{m}_{esc} h_{esc} - \dot{m}_u h_u - \dot{m}_b h_b + V \dot{p}}{m_u c_{p,u} + m_b c_{p,b}} \quad (1)$$

$$\dot{p} = \frac{p \left(\frac{\dot{m}_u}{\rho_u} + \frac{\dot{m}_b}{\rho_b} - \dot{V} \right) + \zeta \left(\dot{Q} + \dot{m}_{adm} h_{adm} + \dot{m}_{esc} h_{esc} - \dot{m}_u h_u - \dot{m}_b h_b \right)}{V (1 - \zeta)} \quad (2)$$

$$\text{con } \zeta = \frac{V}{\frac{V_u c_{p,u}}{R_u} + \frac{V_b c_{p,b}}{R_b}}.$$



ECUACIONES TERMODINÁMICAS

Nuevamente aplicando el primer principio a nuestro sistema
 $\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j$, durante el período de combustión

PARA LOS GASES SIN QUEMAR

$$\dot{T}_u = \frac{\dot{Q}_u + V_u \dot{p}}{m_u c_{p,u}} \quad (3)$$

PARA LOS GASES QUEMADOS

$$\dot{T}_b = \frac{\dot{Q}_b + \dot{m}_b (h_u - h_b) + V_b \dot{p}}{m_b c_{p,b}} \quad (4)$$

ECUACIÓN DE LA PRESIÓN PARA AMBOS GASES

$$\dot{p} = \frac{p \left(\frac{\dot{m}_b}{\rho_b} + \frac{\dot{m}_u}{\rho_u} - \dot{V} \right) + \frac{\dot{Q}_u R_u}{c_{p,u}} + [\dot{Q}_b + \dot{m}_b (h_u - h_b)] \frac{R_b}{c_{p,b}}}{V - \frac{V_u R_u}{c_{p,u}} - \frac{V_b R_b}{c_{p,b}}} \quad (5)$$



ESQUEMA

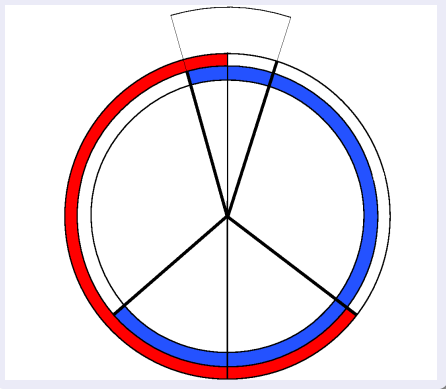
- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA**
 - Descripción
 - Admisión y escape
 - Combustión
 - Transferencia de calor
 - Composición de los productos de combustión
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA



ETAPAS

- Admisión. Entrada de gases al sistema (sist. abierto).
- Compresión. Compresión de gases (sist. cerrado).
- Expansión. Después de la combustión, expansión de gases (sist. cerrado).
- Escape. Escape de gases a la atmósfera (sist. abierto).

Timing TÍPICO PARA UN MOTOR DE CUATRO TIEMPOS

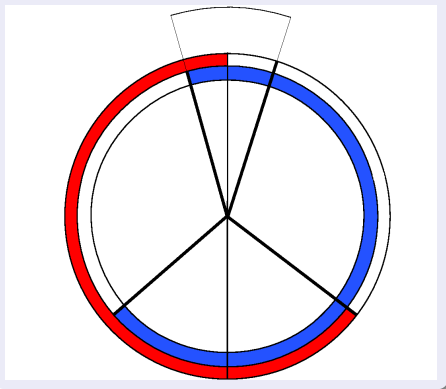




ETAPAS

- Admisión. Entrada de gases al sistema (sist. abierto).
- Compresión. Compresión de gases (sist. cerrado).
- Expansión. Después de la combustión, expansión de gases (sist. cerrado).
- Escape. Escape de gases a la atmósfera (sist. abierto).

Timing TÍPICO PARA UN MOTOR DE CUATRO TIEMPOS

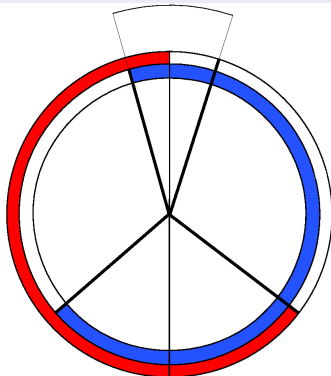




ETAPAS

- Admisión. Entrada de gases al sistema (sist. abierto).
- Compresión. Compresión de gases (sist. cerrado).
- Expansión. Después de la combustión, expansión de gases (sist. cerrado).
- Escape. Escape de gases a la atmósfera (sist. abierto).

Timing TÍPICO PARA UN MOTOR DE CUATRO TIEMPOS

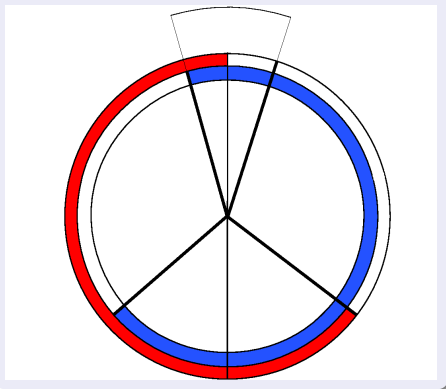




ETAPAS

- Admisión. Entrada de gases al sistema (sist. abierto).
- Compresión. Compresión de gases (sist. cerrado).
- Expansión. Después de la combustión, expansión de gases (sist. cerrado).
- Escape. Escape de gases a la atmósfera (sist. abierto).

Timing TÍPICO PARA UN MOTOR DE CUATRO TIEMPOS

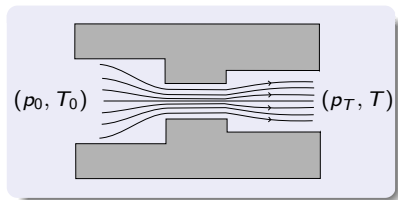




ADMISIÓN Y ESCAPE

FLUJO DE GAS

Se asume que el comportamiento se asemeja al flujo isentrópico en un orificio.



Flujo supersónico:

$$\dot{m}_{real} = \frac{C_D A_T p_0}{\sqrt{RT_0}} \gamma^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad \text{Cond. crítica: } \frac{p_T}{p_0} \leq \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Flujo subsónico:

$$\dot{m}_{real} = \frac{C_D A_T p_0}{\sqrt{RT_0}} \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$



PARÁMETROS PARA CALCULAR LOS FLUJOS DE MASA

CUADRO 1: Parámetros para calcular los flujos de masa

		p_T	p_0	T_0	A_T	R
\dot{m}_{adm}	$(p_{adm} > p)$	p	p_{adm}	T_{adm}	$A_{V,adm}$	R_{adm}
$-\dot{m}_{adm}$	$(p > p_{adm})$	p_{adm}	p	T	$A_{V,adm}$	R_{adm}
$-\dot{m}_{esc}$	$(p > p_{esc})$	p_{esc}	p	T	$A_{V,esc}$	R_{cil}
\dot{m}_{esc}	$(p_{esc} > p)$	p	p_{esc}	T_{esc}	$A_{V,esc}$	R_{cil}



VARIACIÓN DE LA MASA DE GASES QUEMADOS Y SIN QUEMAR

Caso I	$p < p_{adm}$	$p < p_{esc}$	Entra el flujo en la admisión y el escape
Caso II	$p < p_{adm}$	$p > p_{esc}$	Entra el flujo en la admisión y sale en el escape
Caso III	$p > p_{adm}$	$p < p_{esc}$	Sale el flujo en la admisión y entra en el escape
Caso IV	$p > p_{adm}$	$p > p_{esc}$	Sale el flujo en la admisión y el escape

Caso I

$$\dot{m}_u = \dot{m}_{adm} + (1 - x_b) \dot{m}_{esc}$$

$$\dot{m}_b = x_b \dot{m}_{esc}$$

Caso II

$$\dot{m}_u = \dot{m}_{adm} - (1 - x_b) \dot{m}_{esc}$$

$$\dot{m}_b = -x_b \dot{m}_{esc}$$

Caso III

$$\dot{m}_u = -(1 - x_b) \dot{m}_{adm} + (1 - x_b) \dot{m}_{esc}$$

$$\dot{m}_b = -x_b \dot{m}_{adm} + x_b \dot{m}_{esc}$$

Caso IV

$$\dot{m}_u = -(1 - x_b) \dot{m}_{adm} - (1 - x_b) \dot{m}_{esc}$$

$$\dot{m}_b = -x_b \dot{m}_{adm} - x_b \dot{m}_{esc}$$



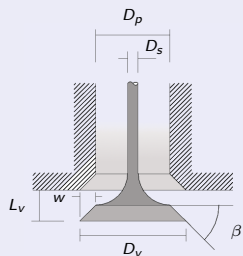
ADMISIÓN Y ESCAPE

GEOMETRÍA DE LA VÁLVULA

ÁREAS DE PASAJE

- $A_T = \pi L_v \cos \beta \left[D_v - 2w + \frac{L_v}{2} \sin(2\beta) \right]$
- $A_T = \pi D_m \sqrt{(L_v - w \tan \beta)^2 + w^2}$
- $A_T = \frac{\pi}{4} (D_p^2 - D_s^2)$

DESCRIPCIÓN DE UNA VÁLVULA.





COMBUSTIÓN

Existen diferentes modelos para determinar la masa o la velocidad de combustión. Algunas consideraciones sobre los modelos.

MODELOS *termodinámicos*

- Trabaja con valores promedio y correlaciones empíricas.
- Simplicidad y fácil implementación.
- La sobre-simplificación restringe el campo de aplicación.

MODELOS *fluido-dinámicos*

- Multizona, condición uniforme en cada zona.
- Resolución espacial, describe el efecto de la configuración geométrica.
- Soluciones e implementación compleja.



COMBUSTIÓN

MODELOS *termodinámicos*

Los modelos *termodinámicos* se pueden clasificar en dos grupos:

ESQUEMA *cero-dimensional*

La fracción de gases quemados es correlacionada mediante una ecuación empírica: Wiebe, coseno, etc.

ESQUEMA *cuasi-dimensional*

Supone una geometría para frente de llama y calcula la fracción de gases quemados mediante una propagación de llama turbulenta.



COMBUSTIÓN

ESQUEMA *cero-dimensional*

MODELO TEMPORAL

$$\frac{dn}{dt} = -n_0 \frac{\beta_c^3 t^2}{2} e^{-\beta_c t}$$

donde:

- n : corresponde al número de moles de aire/combustible no quemados.
- β_c : es un parámetro relacionado con el tipo de combustible y la velocidad de combustión.
- n_0 : es el número de moles en el instante inicial en que comienza la combustión.

FUNCIÓN DE WIEBE.

$$x_b = 1 - e^{-a \left(\frac{\varphi - \varphi_{0,i}}{\Delta\varphi_b} \right)^{m+1}}$$

donde:

- a y m son constantes arbitrarias (Heywood recomienda 5 y 2, respectivamente).
- $\varphi_{0,i}$: es el ángulo en el que se inicia la combustión.
- $\Delta\varphi_b$: es el ángulo que demora la combustión.

MODELO DE COMBUSTIÓN CUASI-DIMENSIONAL

MODELO DE COMBUSTIÓN

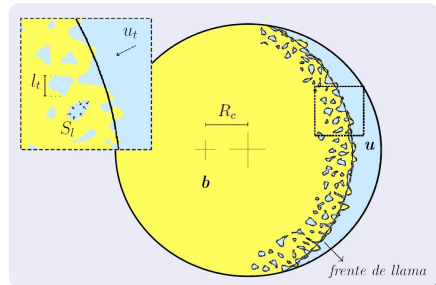
Modelo turbulento *cuasi-dimensional*[†]: durante la propagación de la llama no toda la masa dentro del frente de llama (considerado esférico) está quemada, sino que, debido a los vórtices en el fluido, existen pequeños volúmenes de longitud característica, l_t , de gases sin quemar.

ECUACIONES

$$\dot{m}_b = A_f \rho_u S_l + \frac{m_e - m_b}{\tau_b} \quad (6)$$

$$\dot{m}_e = A_f \rho_u \left[u_t \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_b}} \right) + S_l \right] \quad (7)$$

con A_f área del frente de llama, ρ_u densidad de los gases sin quemar, u_t velocidad característica, S_l velocidad laminar del frente de llama y $\tau_b = l_t/S_l$ tiempo característico .



[†]Blizard, 1974, SAE (740191) y Beretta y otros, 1983, Combustion & Flame (52)217



VELOCIDAD DE LLAMA LAMINAR

La velocidad del frente de llama laminar, S_l , se obtiene a partir de un valor de referencia en unas condiciones de temperatura y presión determinadas (T_{ref} , p_{ref})

$$S_l = S_{l,0} \left(\frac{T_u}{T_{ref}} \right)^\alpha \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^\beta (1 - 2,06 y_r^{0,77})$$

donde y_r corresponde a la fracción molar de los gases residuales en la mezcla de gases sin quemar. Los valores de los exponentes α y β dependen fenomenológicamente del *fuel ratio*:

$$\alpha = 2,18 - 0,8(\phi - 1)$$

$$\beta = -0,16 + 0,22(\phi - 1)$$

$$S_{l,0} = B_m + B_\phi (\phi - \phi_m)^2$$



VELOCIDAD DE LLAMA LAMINAR

CUADRO 2: Coeficientes para calcular la velocidad de llama a 1 atm y 298 K.

Combustible	ϕ_m	$B_m \left(\frac{cm}{s} \right)$	$B_\phi \left(\frac{cm}{s} \right)$
Metanol	1,11	36,9	-140,5
Propano	1,08	34,2	-138,7
Iso-octano	1,13	26,3	-84,7
Gasolina (Nafta)	1,21	30,5	-54,9



CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE COMBUSTIÓN

Para resolver las ecuaciones diferenciales es necesario determinar l_t , u_t y A_f .

ÁREA DEL FRENTE DE LLAMA

A_f se calcula considerando una propagación esférica en una cámara de combustión cilíndrica (A_f **depende del centro del frente de llama**, R_c), a través del volumen del frente de llama, V_f (A. Medina, 2013):

$$V_f = V - \frac{m - m_e}{\rho_u} \quad (8)$$

l_t y u_t se suelen calcular mediante correlaciones empíricas[†]:

$$l_t = 0,8 l_{v,max} (\rho_i / \rho_u)^{3/4} \quad (9)$$

$$u_t = 0,08 \bar{u}_i (\rho_u / \rho_i)^{1/2} \quad (10)$$

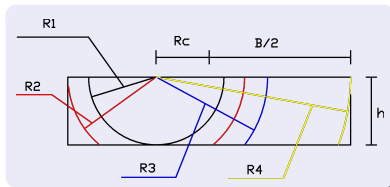
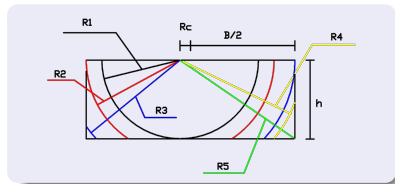
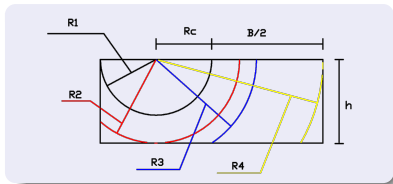
ρ_i es la densidad de la mezcla fresca a condiciones de ambiente, $l_{v,max}$ la máxima apertura de la válvula de admisión y \bar{u}_i la velocidad promedio a la entrada.

[†]A. Medina, Quasi-Dimensional Simulation of Spark Ignition Engines. 2013. [‡]Beretta, 1983, Combustion & Flame (52)217



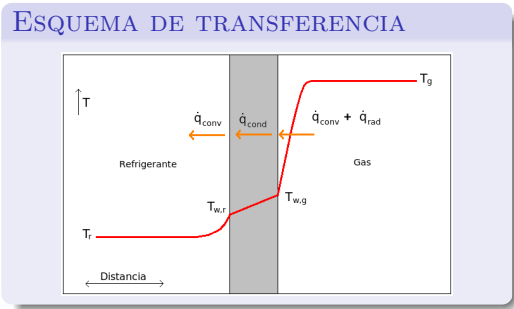
GEOMETRÍA DEL FRENTE DE LLAMA (CASO DESCENTRADO)

Casos posibles del frente de llama, para una ignición descentrada.





TRANSFERENCIA DE CALOR



TRANSFERENCIA DEL LADO DE LOS GASES

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = h(T_g - T_{w,g}) + C(T_g^4 - T_{w,g}^4)$$



CORRELACIONES PARA EL COEFICIENTE DE TRANSFERENCIA

CORRELACIÓN DE WOSCHNI

$$h = 129,8p^{0,8}u^{0,8}B^{-0,2}T^{-0,55} \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$$

DONDE:

- p Presión dentro del cilindro (bar)
- B Diámetro del cilindro (m)
- T Temperatura media del gas (K)
- $u = C_1 v_p + C_2 \frac{V_{dt} T_r}{p_r V_r} (p - p_m) \left(\frac{m}{s} \right)$
- V_{dt} Volumen desplazado total (m^3)
- p_r, V_r, T_r Estado de referencia
- $p_m = p_r \left(\frac{V_r}{V} \right)^\gamma$ Presión de la cámara sin considerar la combustión

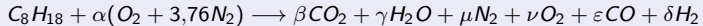
CONSTANTES DE WOSCHNI

Situación	C_1	C_2
Admisión y escape	6,18	0
Compresión	2,28	0
Combustión y expansión	2,28	$3,24 \cdot 10^{-3}$



COMPOSICIÓN DE LOS PRODUCTOS DE COMBUSTIÓN

REACCIÓN DE COMBUSTIÓN PARA 6 ESPECIES



donde los coeficientes se definen a continuación

DONDE

$$\alpha \left[\frac{\text{mol}_{O_2 \text{ aire}}}{\text{mol}_f} \right] \quad \beta \left[\frac{\text{mol}_{CO_2}}{\text{mol}_f} \right] \quad \gamma \left[\frac{\text{mol}_{H_2O}}{\text{mol}_f} \right] \quad \mu \left[\frac{\text{mol}_{N_2}}{\text{mol}_f} \right] \quad \nu \left[\frac{\text{mol}_{O_2 \text{ humos}}}{\text{mol}_f} \right]$$

$$\varepsilon \left[\frac{\text{mol}_{CO}}{\text{mol}_f} \right] \quad \delta \left[\frac{\text{mol}_{H_2}}{\text{mol}_f} \right] \quad a \left[\frac{\text{mol}_{C \text{ fuel}}}{\text{mol}_f} \right] \quad \frac{b}{2} \left[\frac{\text{mol}_{H_2 \text{ fuel}}}{\text{mol}_f} \right]$$



COMPOSICIÓN DE LOS PRODUCTOS DE COMBUSTIÓN

CONSIDERACIONES

- Si $\phi \leq 1 \rightarrow CO$ y H_2 son despreciables.
- Si $\phi \geq 1 \rightarrow O_2$ es despreciable. Cuando $\phi > 1$ se asume que la ecuación del agua se encuentra en equilibrio. $CO_2 + H_2 \rightleftharpoons CO + H_2O$

MEZCLA POBRE EN COMBUSTIBLE

$$\begin{cases} \beta = a \\ \gamma = \frac{b}{2} \\ \alpha = \frac{4a+b}{4\phi} \\ \nu = \frac{(1-\phi)(4a+b)}{4\phi} \\ \mu = 3,76 \frac{4a+b}{4\phi} \end{cases}$$

MEZCLA RICA EN COMBUSTIBLE

$$\begin{cases} \varepsilon = a - \beta \\ \delta = \beta - \frac{2a(2-\phi)+b(1-\phi)}{2\phi} \\ \gamma = \frac{2a(2-\phi)+b}{2\phi} - \beta \\ \alpha = \frac{(4a+b)}{4\phi} \\ \mu = 3,76 \frac{4a+b}{4\phi} \end{cases}$$

POLINOMIO DE β CON LA CONSTANTE DE EQUILIBRIO K

$$(K-1)\beta^2 + \left[\frac{a[(2-\phi)(1-K)+\phi]}{\phi} + \frac{b[1-K(1-\phi)]}{2\phi} \right] \beta - \frac{a}{2\phi} [2a(2-\phi)+b] = 0$$



ESQUEMA

- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA
- 5 VALIDACIÓN



SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON DOMINIO ANGULAR

Las ecuaciones son las mismas que en el dominio temporal, se cambia la variable independiente al ángulo de giro del cigüeñal, mediante el cambio de variable $\varphi = \omega t$.

ECUACIÓN DE LA VELOCIDAD ANGULAR

$$\frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = \frac{\xi_1 a (F_{gas} - F_{fric}) - m_p a (a \xi_2 \omega^2 - g) \xi_1 - M_{load}}{(J + a^2 m_p \xi_1^2) \omega}$$



SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON EL ÁNGULO COMO VARIABLE

ECUACIÓN DE LAS TEMPERATURAS

$$\frac{\partial T_u}{\partial \varphi} = \begin{cases} \frac{(\dot{Q}_u + \dot{m}_j(h_{j,u} - h_u) + V_u \frac{dp}{dt})}{m_u \omega \frac{\partial h_u}{\partial T_u}} & \varphi \in [\varphi_{adm,a}; \varphi_{adm,c}] \\ \frac{\dot{Q}_u + V_u \frac{dp}{dt}}{m_u \omega \frac{\partial h_u}{\partial T}} & \varphi \in (\varphi_{adm,c}; \varphi_0) \\ \frac{\dot{Q}_u + V_u \frac{dp}{dt}}{m_u \omega \frac{\partial h_u}{\partial T_u}} & \varphi \in [\varphi_0; \varphi^*] \\ 0 & \varphi \in (\varphi^*; \varphi_{esc,c}) \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_b}{\partial \varphi} = \begin{cases} 0 & \varphi \in (\varphi_{adm,a}; \varphi_0) \\ \frac{\dot{Q}_b + \dot{m}_b(h_u - h_b) + V_b \frac{dp}{dt}}{m_b \omega \frac{\partial h_b}{\partial T_b}} & \varphi \in [\varphi_0; \varphi^*] \\ \frac{\dot{Q}_b + V_b \frac{dp}{dt}}{m_b \omega \frac{\partial h_b}{\partial T}} & \varphi \in (\varphi^*; \varphi_{esc,a}) \\ \frac{(\dot{Q}_b + \dot{m}_j(h_{j,b} - h_b) + V_b \frac{dp}{dt})}{m \omega \frac{\partial h_b}{\partial T_b}} & \varphi \in [\varphi_{esc,a}; \varphi_{esc,c}] \end{cases}$$





SISTEMA DE ECUACIONES DIFERENCIALES CON EL ÁNGULO COMO VARIABLE

ECUACIÓN DE LA PRESIÓN

$$\frac{\partial p}{\partial \varphi} = \begin{cases} \frac{\gamma p}{\omega} \left(\frac{\dot{m}_u}{m_u} - \frac{\dot{V}_u}{V_u} \right) + \frac{R_u}{\omega V C_{v,u}} \left[\dot{Q}_u + \dot{m}_j (h_{j,u} - h_u) \right] & \varphi \in [\varphi_{adm,a}; \varphi_{adm,c}] \\ \frac{1}{\omega V_u} \left((\gamma_u - 1) \dot{Q}_u - \gamma_u p \dot{V}_u \right) & \varphi \in (\varphi_{adm,c}; \varphi_0) \\ \frac{p \left(\frac{\dot{m}_b}{\rho_b} + \frac{\dot{m}_u}{\rho_u} - \frac{dV}{dt} \right) + \frac{\dot{Q}_u R_u}{C_{p,u}} + (\dot{Q}_b + \dot{m}_b (h_u - h_b)) \frac{R_b}{C_{p,b}}}{\omega \left(V - \frac{V_u R_u}{C_{p,u}} - \frac{V_b R_b}{C_{p,b}} \right)} & \varphi \in [\varphi_0; \varphi^*] \\ \frac{1}{\omega V_b} \left((\gamma_b - 1) \dot{Q}_b - \gamma_b p \dot{V}_b \right) & \varphi \in (\varphi^*; \varphi_{esc,a}) \\ \frac{\gamma p}{\omega} \left(\frac{\dot{m}_b}{m_b} - \frac{\dot{V}_b}{V_b} \right) + \frac{R_b}{\omega V C_{v,b}} \left[\dot{Q}_b + \dot{m}_j (h_{j,b} - h_b) \right] & \varphi \in [\varphi_{esc,a}; \varphi_{esc,c}] \end{cases}$$

El acople entre la ecuaciones mecánicas y las termodinámicas es
 $F_{gas} = A_{pistón} (p - p_{carter})$.

Se puede utilizar el método de Runge-Kutta de 4^{to} orden para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de 1^o orden.



ESQUEMA

- 1 INTRODUCCIÓN
- 2 ECUACIONES DINÁMICAS
- 3 ESTADOS Y ETAPAS DEL SISTEMA
- 4 RESOLUCIÓN DEL SISTEMA
- 5 VALIDACIÓN



CONSIDERACIONES E HIPÓTESIS PARA VALIDAR EL MODELO

HIPÓTESIS

- Propiedades homogéneas en cada volumen de control
- Cuando las válvulas están cerradas, el sistema es hermético
- Relación de equivalencia de combustible y aire es constante

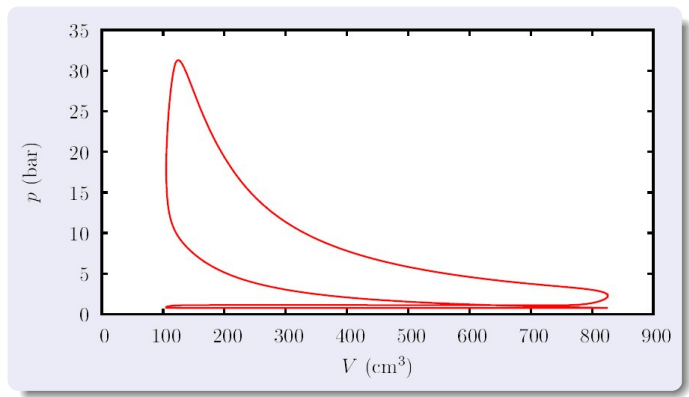
CONSIDERACIONES IMPORTANTES

- Para los flujos de la admisión y el escape se utiliza un modelo de flujo a través de un orificio
- El flujo de calor se obtiene mediante la ecuación de Woschni (1967)
- Se utiliza iso-octano, C_8H_{18} como combustible
- Se resuelve la reacción química, utilizando la subrutina desarrollada por Ferguson (1986) (pero incluyendo los gases residuales en los reactivos)



VALIDACIÓN NUMÉRICA

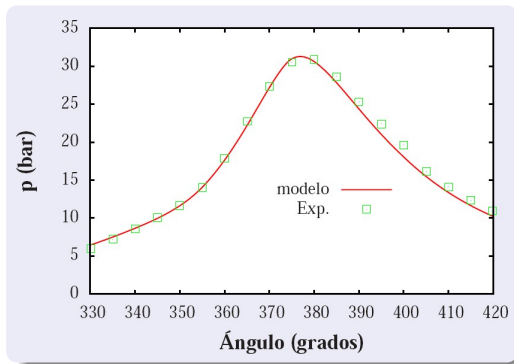
Evolución de la presión en función del volumen.





VALIDACIÓN NUMÉRICA

Contraste de los resultados numéricos con los datos experimentales de Beretta[†].

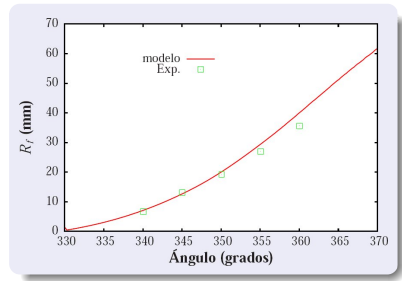
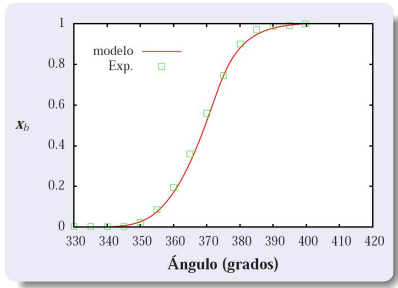


[†] Beretta y otros, 1983, Combustion & Flame (52)217



VALIDACIÓN NUMÉRICA

Contraste de los resultados numéricos con los datos experimentales de Beretta†.

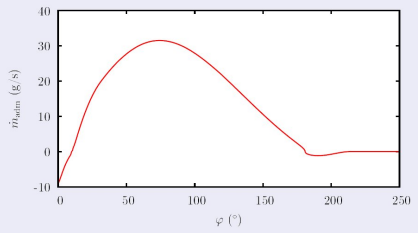


† Beretta y otros, 1983, Combustion & Flame (52)217

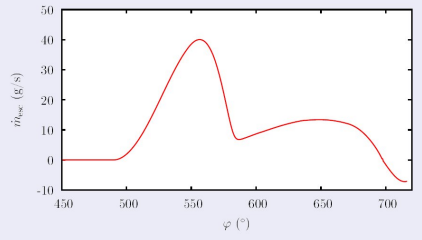


FLUJOS DE MASA

FLUJO DE MASA EN LA ADMISIÓN



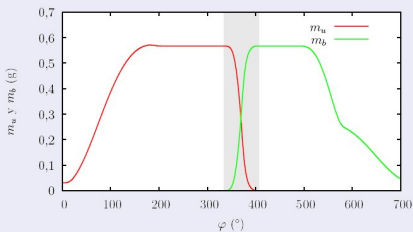
FLUJO DE MASA EN EL ESCAPE



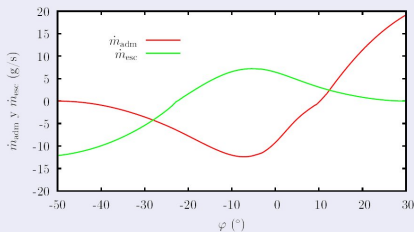


FLUJOS DE MASA

MASA DURANTE EL CICLO



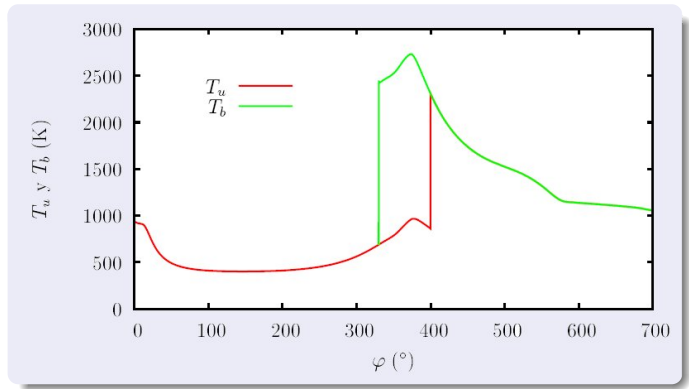
FLUJOS DE MASA DURANTE EL ESCAPE





VALIDACIÓN NUMÉRICA

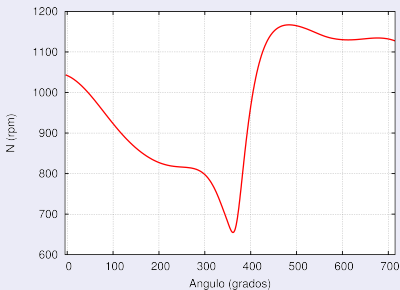
Evolución de las temperaturas del ciclo.



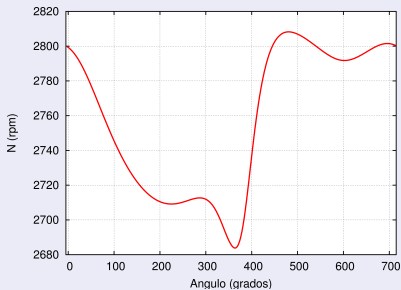


VELOCIDAD VARIABLE

COMPORTAMIENTO ANGULAR AL INICIO DEL ENCENDIDO



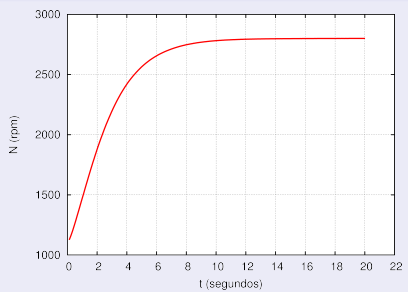
COMPORTAMIENTO ANGULAR ESTACIONARIO



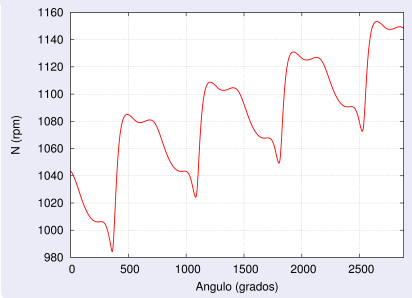


VELOCIDAD VARIABLE

VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL TIEMPO



EVOLUCIÓN DE LA VELOCIDAD PARA VARIOS CICLOS



Demostración del simulador



FIN