

Transformada Fan Chirp

Análisis Tiempo–Frecuencia

IIE

¹Facultad de Ingeniería Universidad de la República

June 15, 2017

1 Introducción

- Representaciones Tiempo-Frecuencia
- Análisis de señales musicales
- Herramientas clásicas

2 Transformada Fan Chirp

- Definición
- Cálculo
- Implementación en tiempo discreto
- Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto

3 Estimación de saliencia

- “Gathered Log Spectrum”
- Combinación de FChT y CQT

4 Aplicaciones

- Visualización de Altura

Contenido

1 Introducción

- Representaciones Tiempo-Frecuencia
- Análisis de señales musicales
- Herramientas clásicas

2 Transformada Fan Chirp

- Definición
- Cálculo
- Implementación en tiempo discreto
- Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto

3 Estimación de saliencia

- “Gathered Log Spectrum”
- Combinación de FChT y CQT

4 Aplicaciones

- Visualización de Altura

Resumen Compromiso Tiempo-Frecuencia

La representación de energía en tiempo y frecuencia simultáneamente se aleja del compromiso del ppio de incertidumbre si el contenido espectral varía en el tiempo

Dificultades

- Resolución tiempo-frecuencia acotada (ppio de incertidumbre)
- Términos interferentes en representaciones cuadráticas

Objetivos de representaciones alternativas

- Superar las limitaciones clásicas tiempo-frecuencia
- Mejorar la representación usando conocimiento a priori de la señal

Contenido

1 Introducción

- Representaciones Tiempo-Frecuencia
- Análisis de señales musicales
- Herramientas clásicas

2 Transformada Fan Chirp

- Definición
- Cálculo
- Implementación en tiempo discreto
- Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto

3 Estimación de saliencia

- “Gathered Log Spectrum”
- Combinación de FChT y CQT

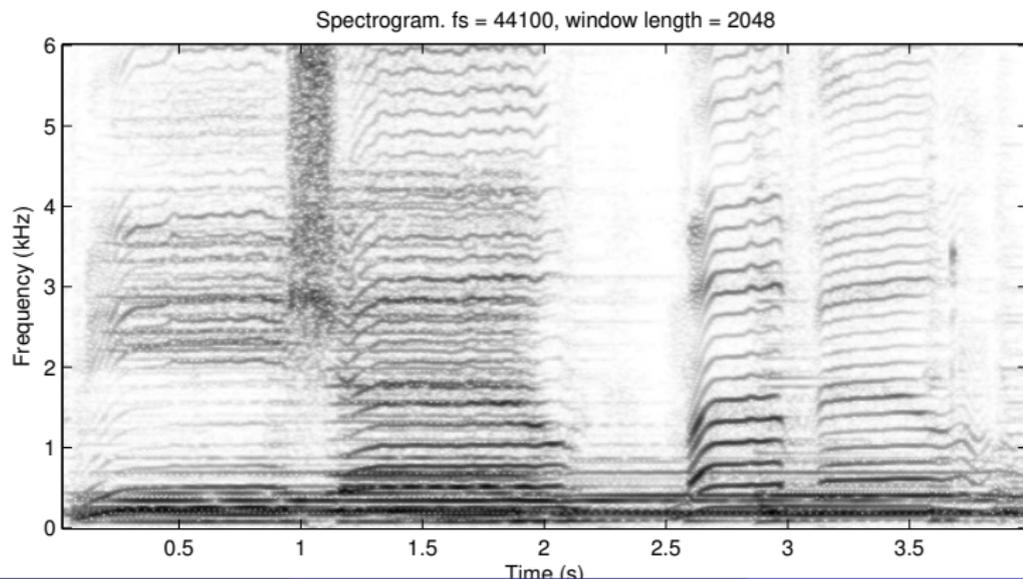
4 Aplicaciones

- Visualización de Altura

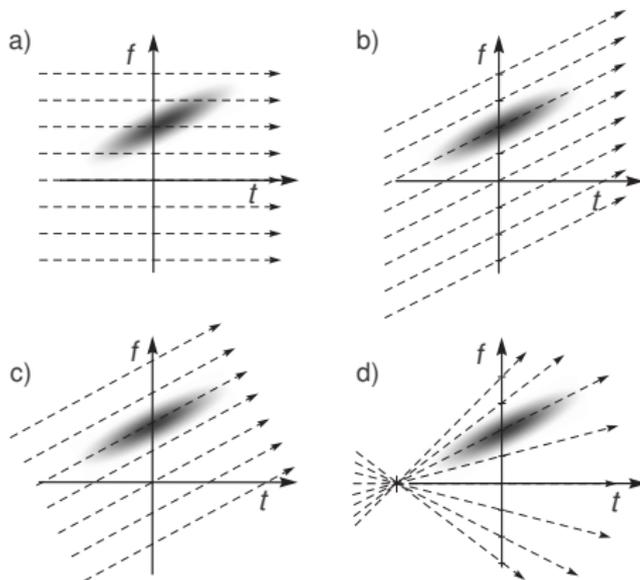
Análisis de señales musicales

Features

- Estructura armónica
- Alta densidad de armónicos en las frecuencias bajas y medias
- Alta modulación de frecuencia en las frecuencias altas



Marginales sobre líneas rectas



a) Fourier, b) Chirp, c) Fractional Fourier, y d) Fan-Chirp
 Estudiaremos algunas de estas representaciones, en particular con aplicaciones de representación de señales casi periódicas.

Fractional Fourier Transform

Es una rotación del plano tiempo-frecuencia.

$$\mathcal{F}_\alpha[f](u) = \sqrt{1 - \cot(\alpha)} e^{i\pi \cot(\alpha)u^2} \int e^{-i2\pi(\csc(\alpha)ut - \cot(\alpha)t^2/2)} x(t) dt$$

Cambian las direcciones donde se cumple el compromiso tiempo-frecuencia.

Los chirps son paralelos.

Chirplet Transform

Se proyecta sobre chirps enventanados de la forma:

$$s(t) = (\alpha/\pi)^{1/4} e^{-\alpha t^2/2} e^{j\beta t^2/2 + j\omega_0 t}$$

También cambia la dirección sobre la que se cumple el compromiso tiempo-frecuencia.

Los chirps son paralelos, pero no respetan la estructura armónica.

Contenido

1 Introducción

- Representaciones Tiempo-Frecuencia
- Análisis de señales musicales
- **Herramientas clásicas**

2 Transformada Fan Chirp

- Definición
- Cálculo
- Implementación en tiempo discreto
- Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto

3 Estimación de saliencia

- “Gathered Log Spectrum”
- Combinación de FChT y CQT

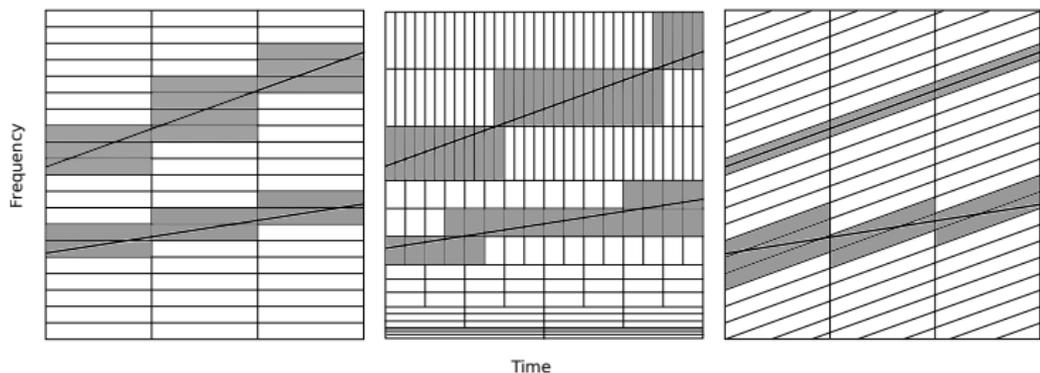
4 Aplicaciones

- Visualización de Altura

Herramientas clásicas

Señales armónicas no estacionarias

- Basados en sinusoides: inapropiadas para señales no estacionarias
- Basados en chirps: no óptimo para la estructura armónica



STFT

Resolución constante

CQT

Multiresolución

CT , FrFT

resolución “direccional”

Contenido

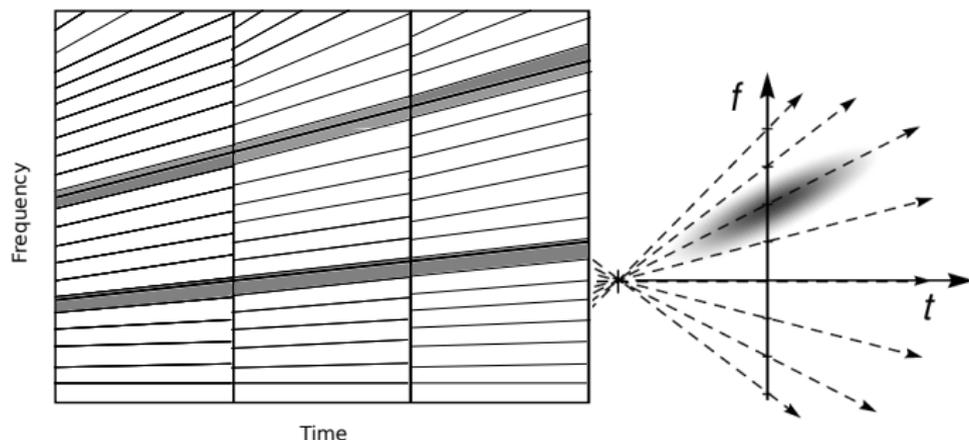
- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Definición

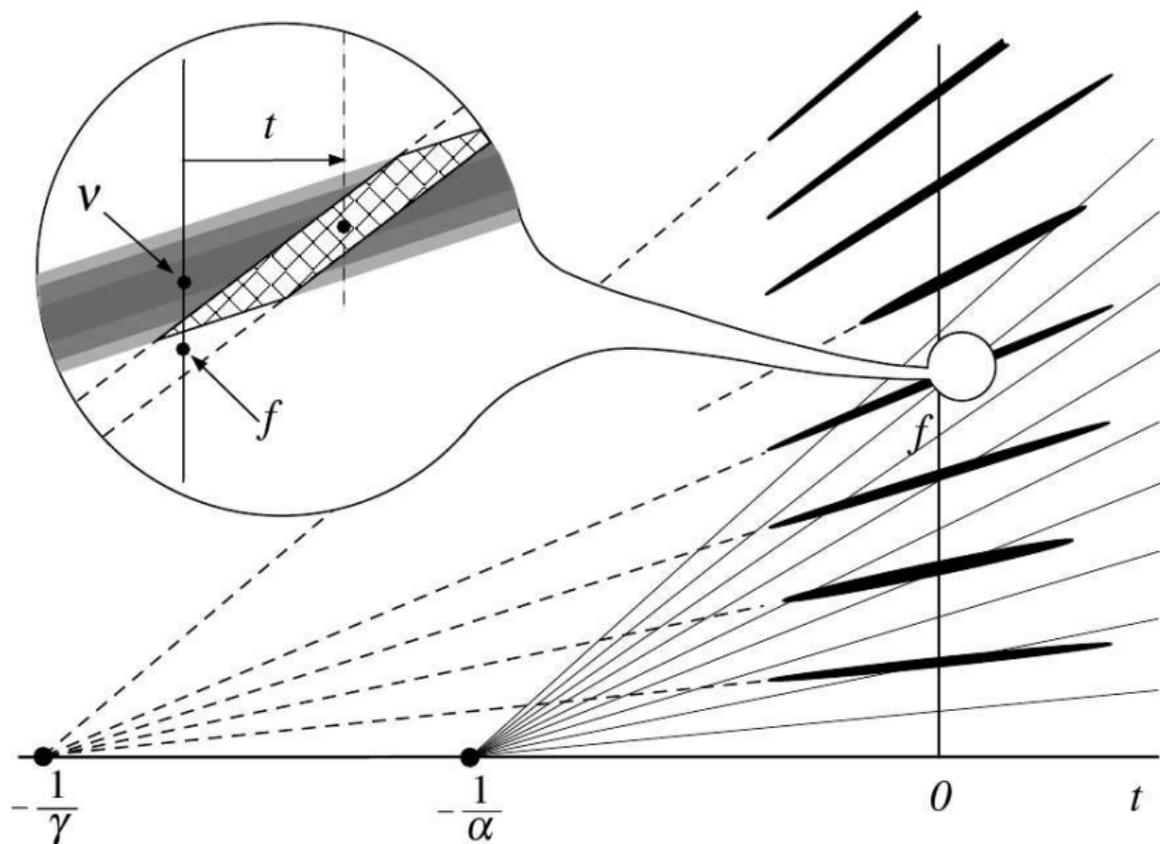
Ecuación de análisis

$$X(f, \alpha) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi'_\alpha(t) e^{-j2\pi f \phi_\alpha(t)} dt \quad \text{with } \phi_\alpha(t) = \left(1 + \frac{1}{2}\alpha t\right) t$$

Chirps con frecuencia instantánea lineal $f_\alpha(t) = (1 + \alpha t) f$.



FChT Focos



Contenido

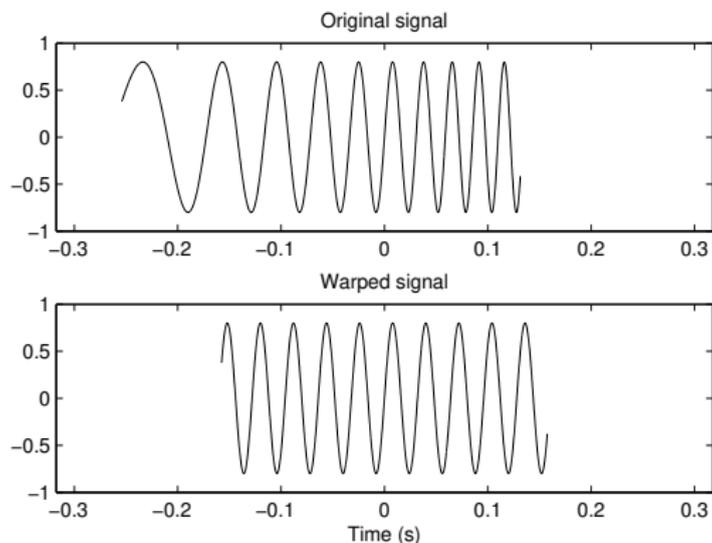
- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Cálculo

Con el cambio de variable

$$X(f, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\phi_{\alpha}^{-1}(t)) e^{-j2\pi ft} dt,$$

Transformada de Fourier de la señal deformando el avance del tiempo



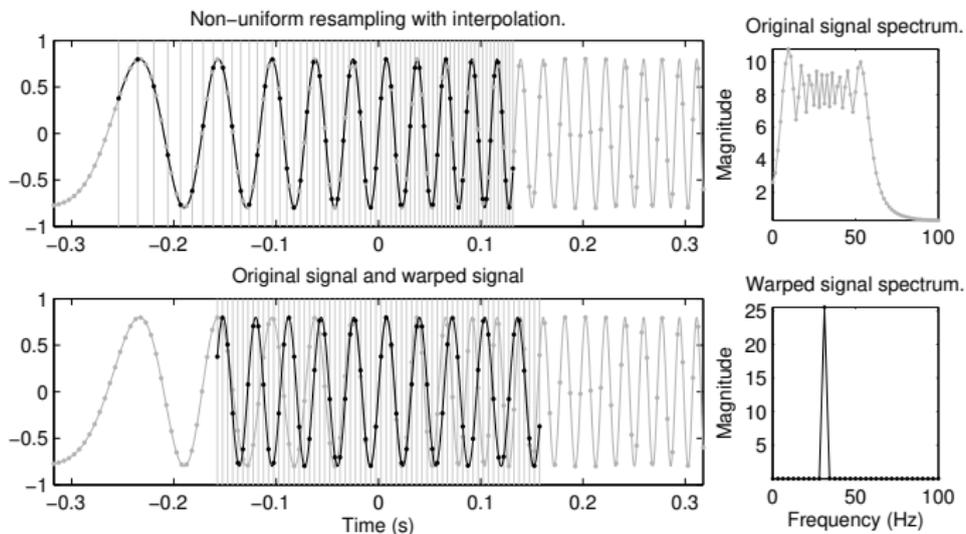
Contenido

- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - **Implementación en tiempo discreto**
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

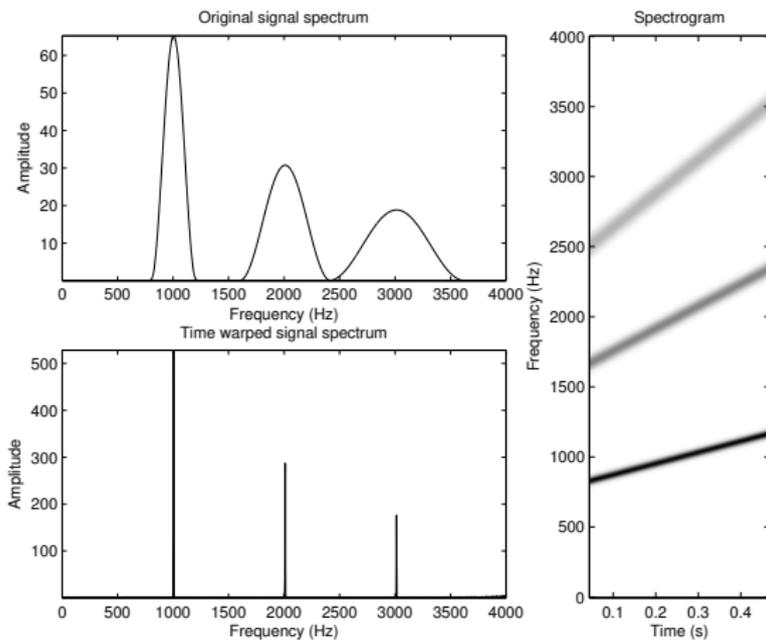
Implementación en tiempo discreto

“Warping” en tiempo discreto

- Deformación Temporal implementada con un remuestreo no uniforme
- Mapea un chirp lineal a una senoide



Ejemplo de análisis de una chirp lineal armónica



Contenido

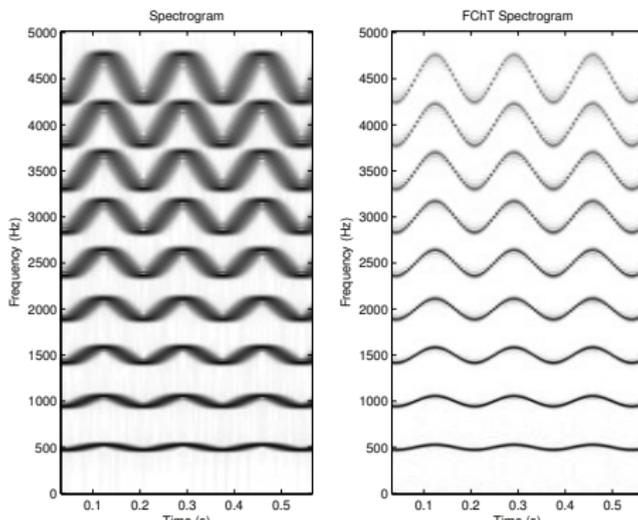
- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto

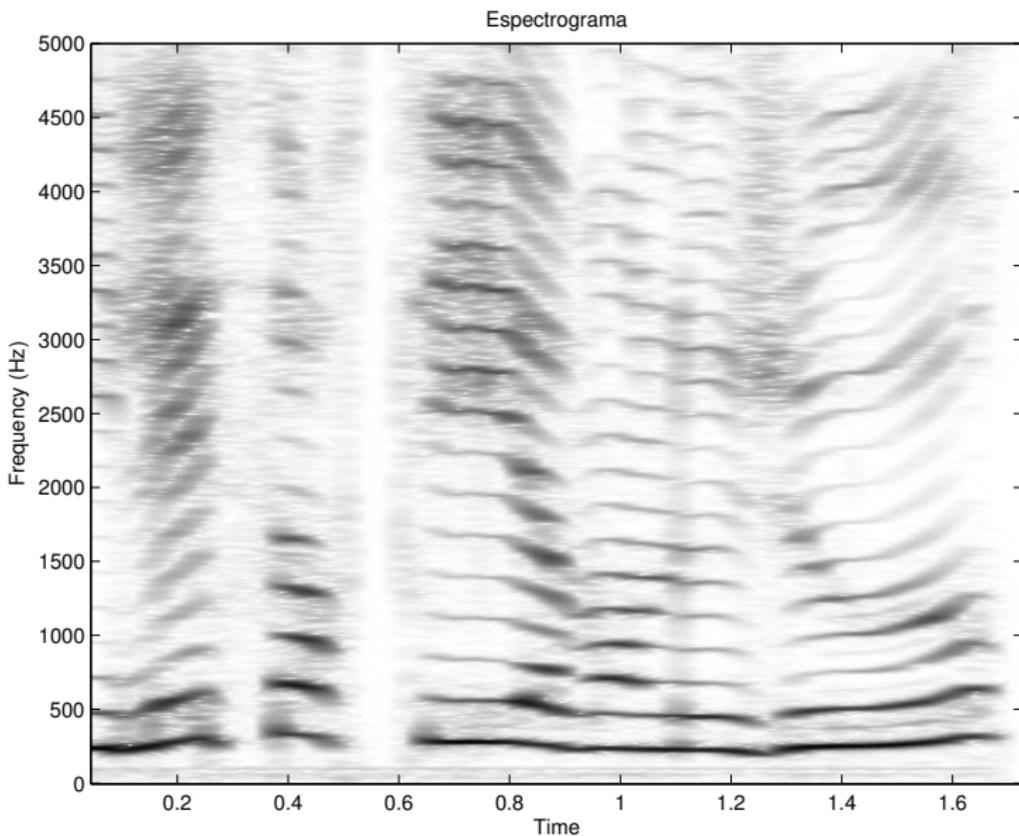
Análisis de una señal musical

- Modelo de chirps lineales armónicos válido en intervalos cortos
- Aplicación de la FChT en frames de tiempo corto con el valor α adecuado

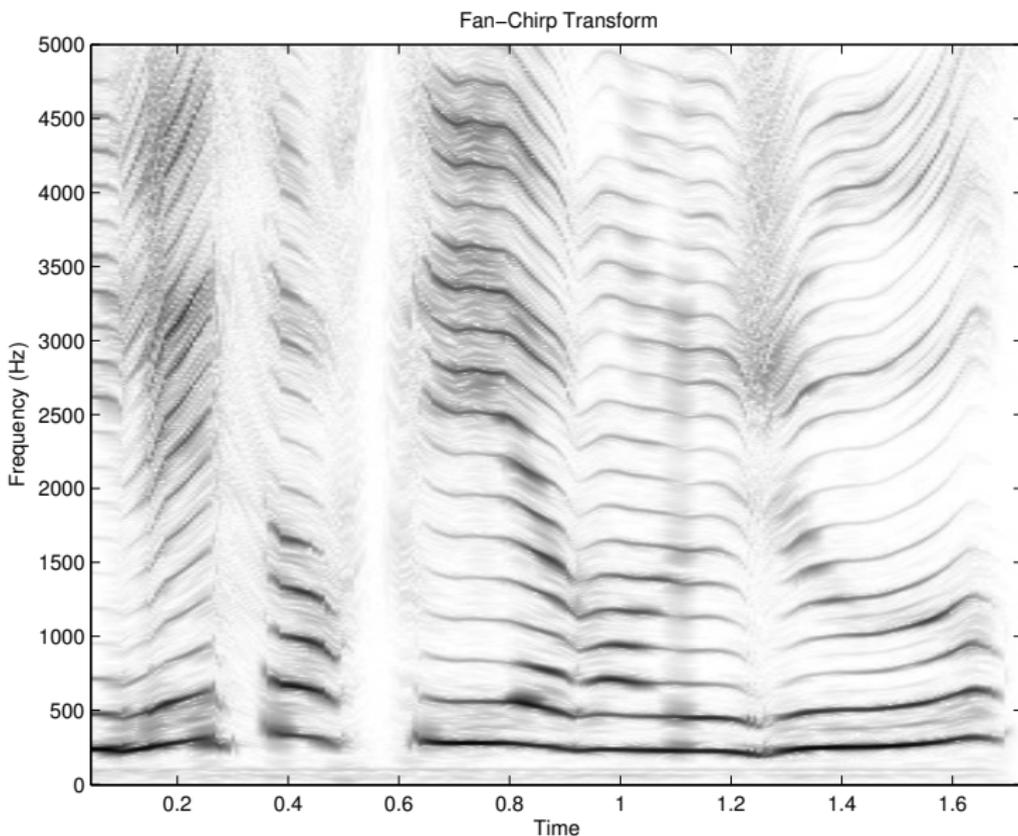
Pero la tasa de cambio α de cada fiente debe ser hallada



FChT Ejemplo Voz hablada



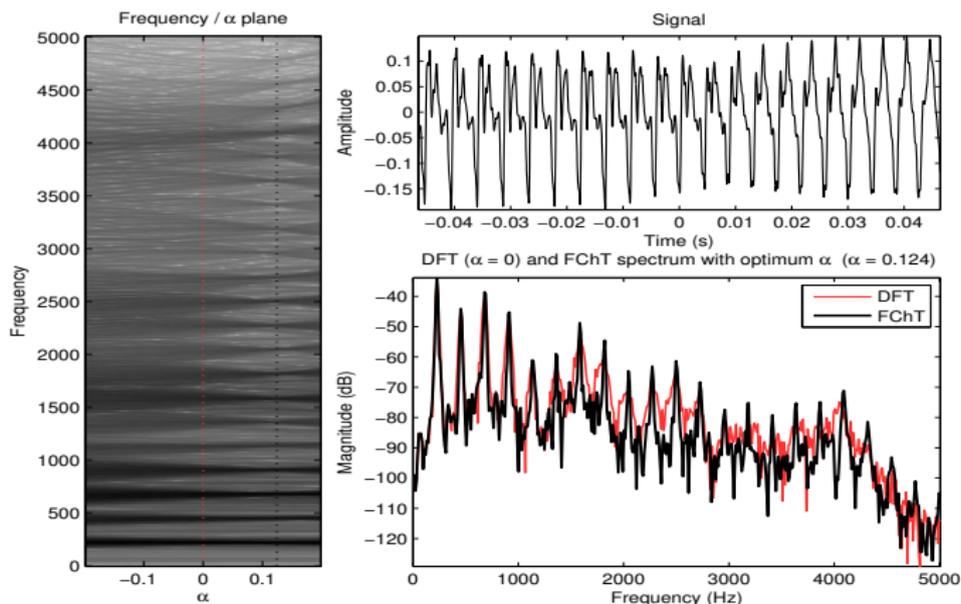
FChT Ejemplo Voz hablada



Estimación de la tasa de los Chirps

Motivación para la estimación de α

- Los armónicos concentran más la energía para el α correcto
- Se calcula la FChT en un rango de valores de α en cada frame



Contenido

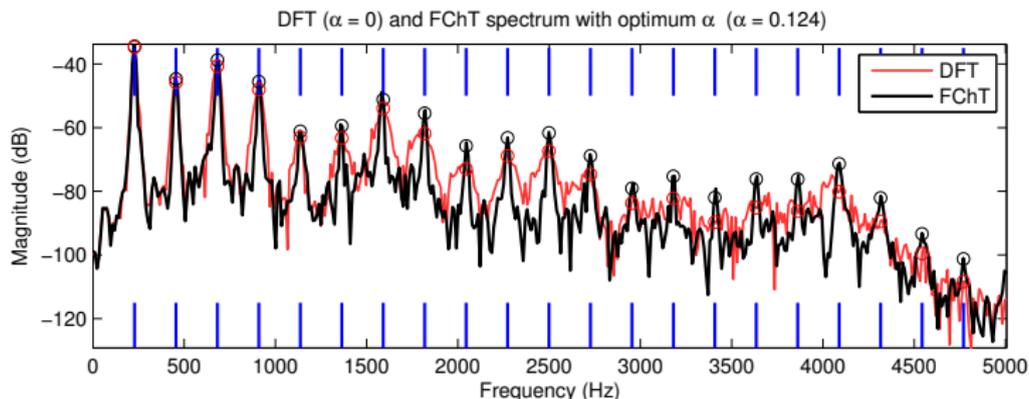
- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Gathered Log Spectrum [?]

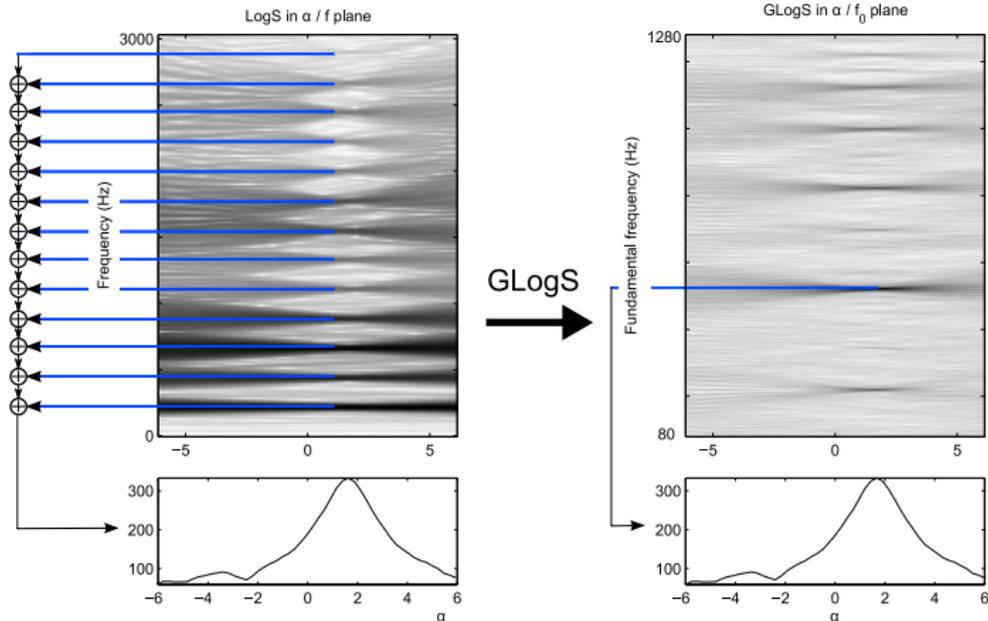
Definición

- Acumulación de la magnitud del espectro en posiciones armónicas
- Uso del logaritmo como proceso de blanqueado

$$\rho_0(f) = \frac{1}{n_H} \sum_{i=1}^{n_h} \log |S(if, \alpha)|$$



“Gathered Log Spectrum”



Contenido

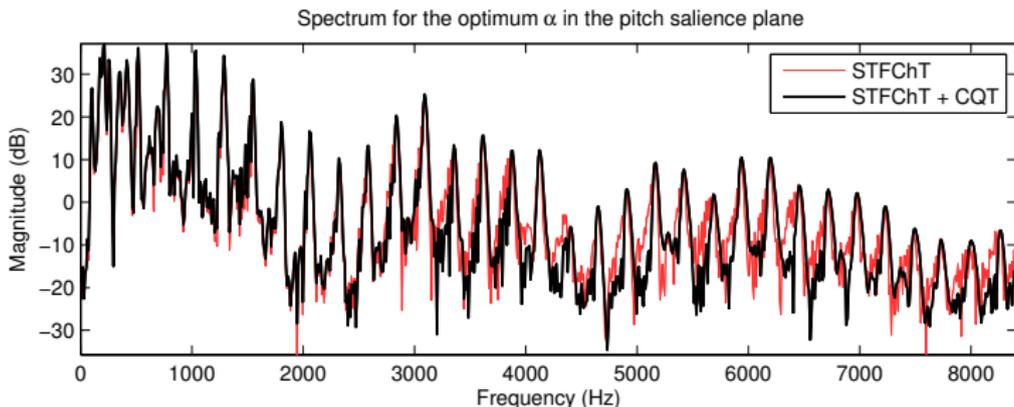
- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Combianación de la FChT y la CQT

Motivación

- Conjunto discreto de tasas α . Pueden usarse menos valores al combianar con CQT.
- Una aproximación lineal puede ser un poco pobre si la frecuencia cambia de manera no lineal.

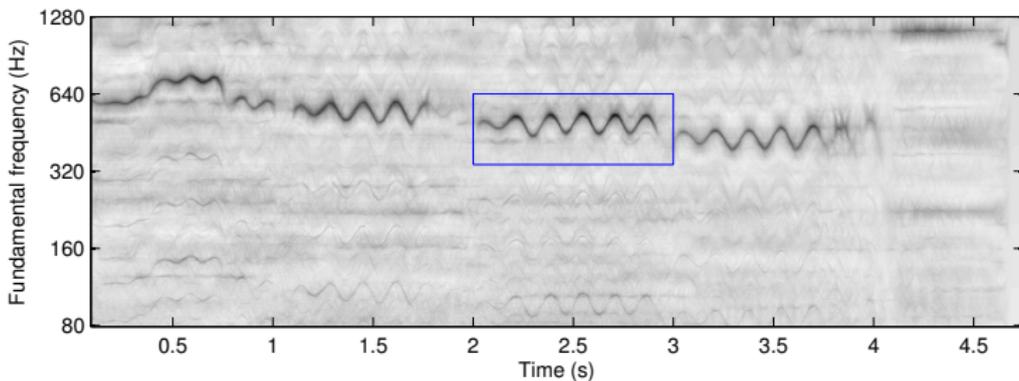
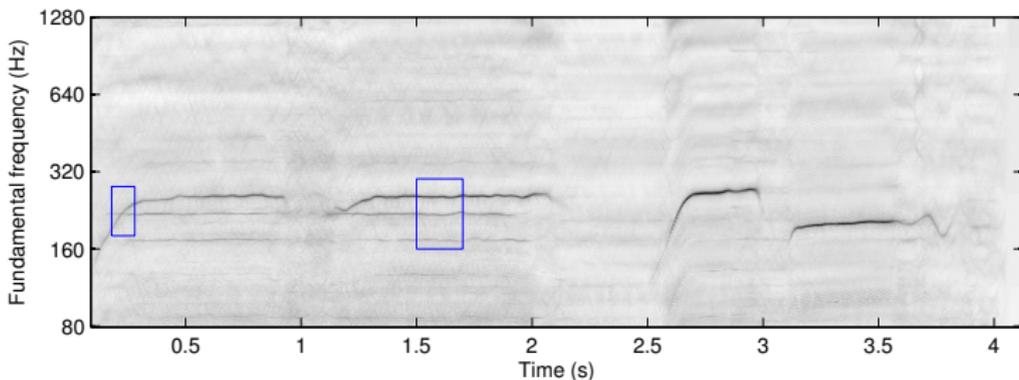
La señal temporalmente deformada puede no ser estacionaria.



Contenido

- 1 Introducción
 - Representaciones Tiempo-Frecuencia
 - Análisis de señales musicales
 - Herramientas clásicas
- 2 Transformada Fan Chirp
 - Definición
 - Cálculo
 - Implementación en tiempo discreto
 - Transformada Fan Chirp de Tiempo Corto
- 3 Estimación de saliencia
 - “Gathered Log Spectrum”
 - Combinación de FChT y CQT
- 4 Aplicaciones
 - Visualización de Altura

Visualización de Altura

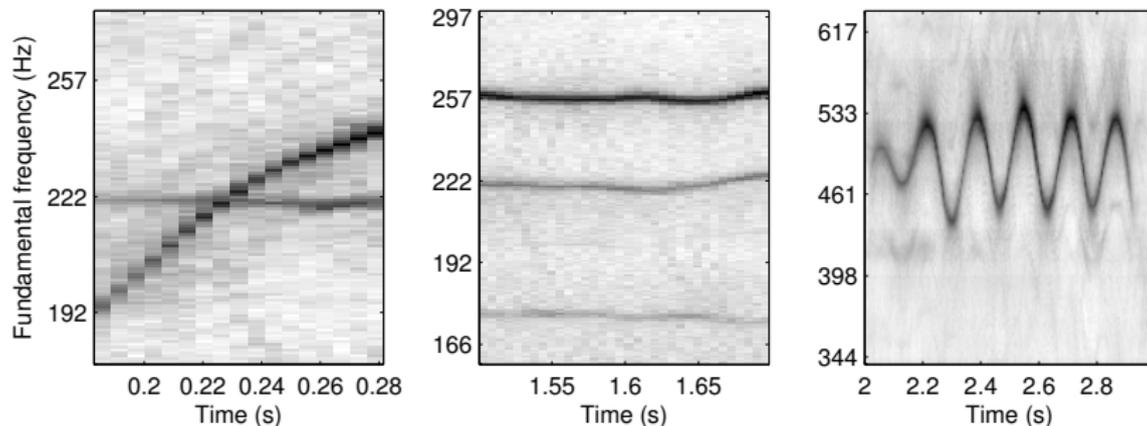


Visualización de Altura

Propiedades del F0-grama

- Se puede representar fuentes simultáneas
- Se puede representar puntos de cruce
- Representación fina de fluctuaciones de frecuencia

F0gram: α with highest salience for each fundamental frequency



Representación de una fuente en audio polifónico

