

Modelado y Optimización

Instituto de Computación - Facultad de Ingeniería - Universidad de la República

Unidad **1**

INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN

En esta primera Unidad nos dedicaremos a desarrollar los siguientes temas:

SESIÓN 1

- 1.1 Modelos, computadoras y planificación.
- 1.2 Diferentes tipos de modelos.
- 1.3 Modelos cuantitativos de decisión.

SESIÓN 2

- 1.4 Construcción de Modelos.
- 1.5 Sobre el uso y la implementación de modelos.

1.1 Modelos, computadoras y planificación

Un concepto importante al momento de iniciar nuestro trabajo es la realidad. En ella nos manejamos en ambientes de futuro incierto, en los cuales se producen subas y bajas económicas. Las relaciones entre los elementos de la realidad son altamente complejas, lo que dificulta evaluar y predecir el impacto de las medidas que se tomen. Y aún cuando todo futuro es en cierta medida función del pasado, la realidad resulta diversa e impredecible.

En el mundo empresarial difícilmente pueda experimentarse con la realidad, ya sea por razones prácticas, económicas o éticas. Por ejemplo, si se debe decidir cuánto producir de modo de maximizar la ganancia, no es posible tomar la decisión "al tanteo": ir realizando pruebas y volver el tiempo atrás hasta dar con la cantidad óptima. O tampoco se debería decidir la cantidad de personal a contratar de maneras similares.

Las empresas se enfrentan a una gran dificultad a la hora de tomar decisiones y planificar. Se deben utilizar nuevas y cada vez mejores técnicas, de modo de realizar la planificación minimizando la incertidumbre de la realidad. El apoyo fundamental para realizar este tipo de tareas de planificación lo aportan los modelos cuantitativos y las computadoras.

Un modelo nunca es único, siempre se desprende de un contexto y de una intencionalidad. Resulta necesario cuestionar y entender a los modelos cuantitativos, para poder interpretarlos en el contexto y las perspectivas adecuadas.

Este curso tiene como objetivo utilizar modelos cuantitativos en el contexto de toma de decisiones.

Los modelos cuantitativos operan sobre cifras (cantidades).

Como los modelos cuantitativos operan sobre cifras, algunos sistemas son más factibles de ser analizados con ellos que otros.

Un modelo cuantitativo puede utilizarse siempre que haya medidas de interés que puedan ser cuantificables. Algunas propiedades típicamente cuantificables son: costo, nivel de producción, temperatura, cantidad de habitantes, etc.

Otras propiedades son más difíciles de cuantificar: la *satisfacción* de un cliente, el *optimismo* en una ciudad, la *disposición* al trabajo de un grupo, la *tristeza* de una persona. Sin embargo, es apresurado descartar que - con algo de ingenio - no pueda establecerse índices que las midan.

1.2 Diferentes tipos de modelos

Existen diferentes tipos de modelos que responden a diferentes tipos de actividades. Sin embargo, todos tienen un aspecto en común: un modelo es una selección idealizada de la realidad. A continuación presentamos los siguientes ejemplos, para ilustrar diferentes tipos de modelos.

Newton - Galileo

Si se deja caer un cuerpo desde cierta altura, la distancia recorrida en función del tiempo está dada por:

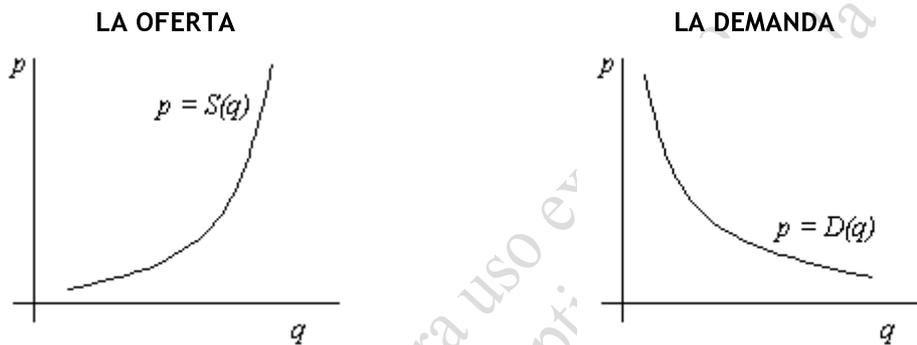
$$d = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

Un breve análisis de este modelo:

- La ecuación describe la relación entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido.
- Idealiza y simplifica la realidad: ignora la fricción, el viento, etc.
- No se satisface en forma exacta en la realidad.
- Es un modelo simple, es fácil de entender y de usar.

Precio de equilibrio de un producto dado.

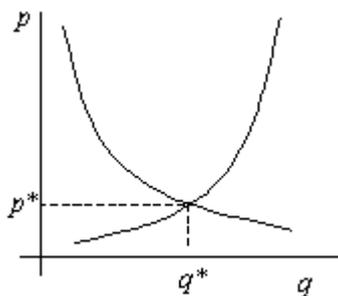
Siendo p y q las variables que indican el precio de un producto y la cantidad ofertada de cierto producto en un mercado, compradores y vendedores se comportan así:



Cuanto mayor sea el precio, más producto están dispuestos a vender los vendedores

Cuanto más producto haya disponible, menos están dispuestos a pagar los compradores.

Lo anterior modela el comportamiento (o las intenciones) de oferentes y demandantes. Para predecir el resultado de la acción conjunta de ambos, es decir, el precio al que el producto se venderá, se intersectan las dos curvas:



p^* y q^* son el precio y la cantidad de equilibrio

Un breve análisis de este modelo:

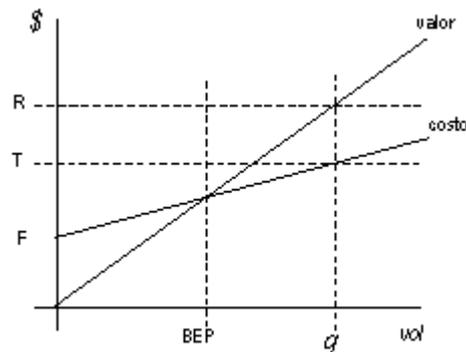
- El modelo está en equilibrio, cuando el precio encuentra un nivel tal que la oferta es igual a la demanda.
- Describe el precio de la cantidad ofertada y la cantidad comprada.
- Se realiza una simplificación, por ejemplo, se ignoran las variaciones de precio.
- Tiene en común con el modelo anterior que ambos describen una relación cuantitativa entre entidades de interés.

Análisis costo-volumen-ganancia. (Break-even analysis)

El modelo busca determinar el volumen de ventas en el cual se cumple:

$$\text{valor total} = \text{costo fijo} + \text{costo variable}$$

Este volumen es el llamado BEP (break-even point).



Vemos que para un volumen de ventas q :

- el costo total es T (costo fijo es F y el variable es $T - F$)
- el valor total es R
- la ganancia es $R - T$

Si se vende un volumen BEP, la ganancia es 0. Entonces, BEP da la mínima cantidad a producir de modo de obtener beneficios.

Es conveniente remarcar que en la práctica, la mayoría de los modelos cuantitativos son bastante más complejos que los tres anteriores. Sin embargo, no siempre es bueno aumentar la complejidad de un modelo. Enumeramos algunas razones:

- el modelo puede hacerse inmanejable y aquello que pretendía ayudarnos a entender la realidad se transforme en algo más incomprensible que ésta. Aquí entra en juego la capacidad de análisis de quien formula el modelo.
- un modelo más complejo puede requerir mayor cantidad de datos de la realidad. La recolección de datos puede ser un problema extremadamente difícil y costoso en ciertos casos. Incluso, algunos datos pueden no existir.
- no siempre aumentar la complejidad del modelo aporta información.
- los tiempos de cálculo crecen al aumentar la complejidad del modelo.

En la actualidad, si bien los modelos resultan cada vez más complejos, conviene destacar que los costos computacionales están en baja.

1.3 Modelos cuantitativos de decisión

Continuaremos introduciendo conceptos que resultan fundamentales para la comprensión de los modelos cuantitativos de decisión:

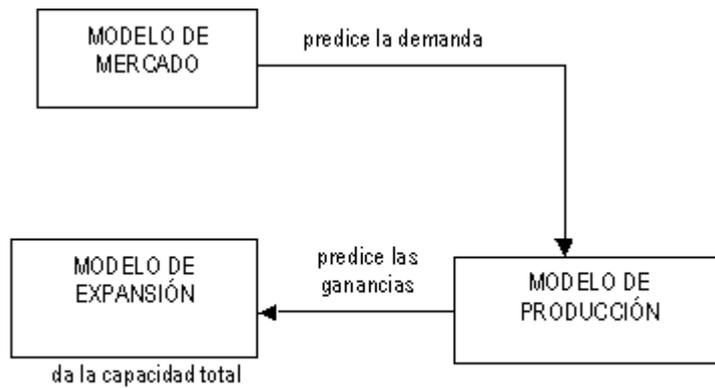
- Los modelos cuantitativos operan sobre cifras.
- Los modelos "gerenciales" son los denominados modelos de decisión.
- Todo modelo de decisión contiene variables de decisión.
- En el contexto de los modelos de decisión, las decisiones son cifras.
- Las decisiones están basadas en una evaluación de datos numéricos.
- Los modelos evalúan datos numéricos y brindan datos numéricos adicionales.

Para evaluar los datos, además de las variables de decisión los modelos de decisión contienen una función objetivo.

En general, los modelos de decisión:

- Describen en forma selectiva.
- Designan variables de decisión.
- Asignan funciones objetivo.

Los modelos pueden conectarse a otros modelos, como se ve en el siguiente ejemplo:



Este material es parte del curso Modelado y Optimización en la Universidad de la República

1.4 Construcción de modelos

Como hemos mencionado anteriormente, un modelo es una representación simplificada, idealizada y selectiva de la realidad.

Nos avocaremos ahora al estudio del proceso de construcción de un modelo.

Destacaremos algunos aspectos a tener en cuenta:

- No existen reglas o métodos para su construcción. Es necesario usar la imaginación, un poco de arte y el conocimiento técnico.
- Los modelos cuantitativos "envuelven" especificaciones sobre la interacción entre variables.
- Se debe plantear el problema en términos matemáticos.

Importante: no hay una "única forma correcta" de construir un modelo. Dos personas pueden formular dos modelos diferentes de la misma realidad y ambos ser válidos. Varios factores influyen en la formulación de modelos: experiencia previa, cuestiones políticas, estilos personales, capacidades, etc.

El proceso de construcción de un modelo cuantitativo de solución puede, en general, dividirse en las siguientes etapas:

- a) Estudio de la realidad.
- b) Formulación de la representación selectiva del problema.
- c) Construcción de una expresión simbólica (matemática) de la formulación anterior.

a) Estudio de la Realidad

En esta etapa del proceso de construcción, debe realizarse un análisis de la realidad que se desea modelar.

Algunas dificultades que pueden presentarse en esta etapa:

- Compendir las relaciones entre los componentes de la realidad.
- Diferencias entre objetivos personales y organizativos pueden dificultar el proceso y el acceso a la información.
- En algunos casos, el sistema a modelar puede ser difícil de estudiar, por ejemplo, el comportamiento sub-atómico.
- El problema presentado puede en algunos casos no ser el problema real.
- Si se desea modelar un sistema que aún no existe, decidir qué realidad estudiar se debe estudiar puede ser un problema complicado.

La experiencia es un ingrediente fundamental para el éxito de esta etapa. Es usual que personas con poca experiencia intenten pasar esta etapa rápidamente, con ansias de "implementar lo antes posible". Decisiones de ese tipo suelen tener un impacto negativo.

b) Formulación de la Representación Selectiva del Problema

En esta etapa debe determinarse los aspectos relevantes de la realidad a modelar, teniendo en cuenta los objetivos y capacidades de computación e interpretación de quien construye el modelo.

Consiste en:

- identificar y definir las decisiones, hipótesis y los objetivos
- marcar los límites del sistema a estudiar, seleccionando o aislando los aspectos relevantes
- conceptualizar las relaciones pertinentes

La formulación requiere la selección y aislamiento de las variables de decisión y la función objetivo.

c) Construcción de una expresión simbólica de la formulación anterior

En esta etapa se construye el modelo en sí, reflejando el análisis anterior en expresiones matemáticas. Incluye además, la recolección de datos y la realización de un programa de computación.

Es un proceso integrado a la etapa anterior, pues traduce la formulación a matemáticas, pero es menos crítica que ella.

1.5 Sobre el uso y la implementación de modelos

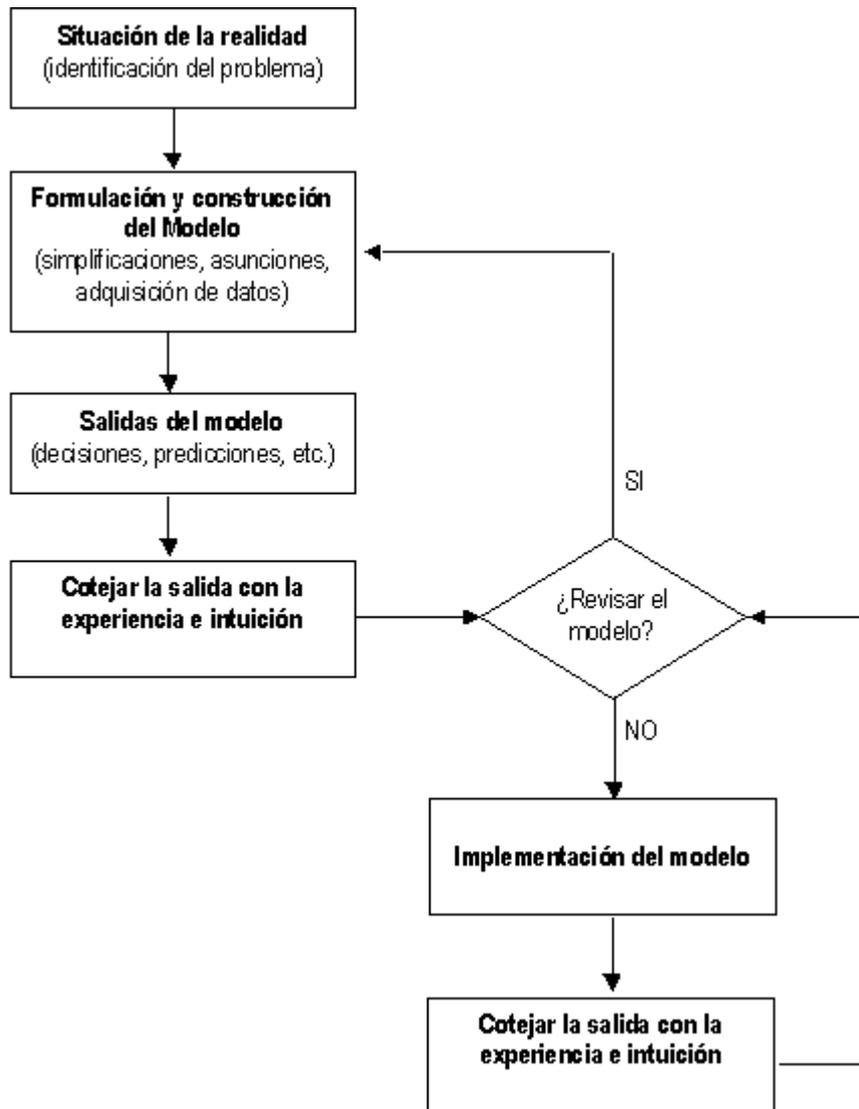
En el marco de las empresas, los modelos pueden ser considerados sinónimos de planificación. Los modelos se pueden utilizar para:

- Realizar predicciones
- Explorar diversas alternativas
- Aumentar la flexibilidad
- Aumentar el tiempo de reacción

En resumen, brindan al planificador todo tipo de datos. Pero ningún modelo puede garantizar la "mejor decisión". Un modelo no es la realidad, es una aproximación simbólica y selectiva de la realidad. Por tanto, un modelo no es un sustituto de la intuición y el sentido común.

Es la persona encargada de tomar las decisiones quién deberá combinar su intuición y sentido común con los datos provistos por el modelo, dando a cada uno su justo lugar. El modelo constituye, en este sentido, un apoyo a la toma de decisiones.

La interacción entre el modelo y la persona encargada de la toma de decisiones se desprende de la siguiente figura:



El papel de la persona que toma decisiones, puede resumirse fundamentalmente en dos tareas:

- Evaluar el modelo
- Definir peso que se le asigna al modelo

Existe un incentivo extra para el gerente (o para la persona que toma la decisión), ya que la decisión tomada puede influir en su carrera.

La utilización de modelos juega distintos papeles a diferentes niveles de la empresa.

A nivel de la dirección, los modelos son utilizados para:

- Entregar datos e información, no decisiones.
- Planificación estratégica.

Mientras que en otros niveles, se utilizan para la toma de decisiones.

Esta diferencia se ve justificada porque a niveles más bajos existe mayor claridad, ya que los datos están más al alcance. Resulta más fácil especificar interacciones y la realidad es menos incierta.

Esta situación esta en claro contraste con las decisiones a nivel de directorio, que están cargadas de incertidumbre y suposiciones.

La utilización de modelos tanto a nivel de dirección como en otros niveles, brinda una herramienta para análisis lógico y consistente.

En general, los modelos fuerzan a:

- Ser explícitos acerca de los objetivos y suposiciones.
- Identificar y guardar las decisiones que influyen los objetivos.
- Identificar y guardar las interacciones pertinentes entre las variables de decisión.
- Controlar las restricciones que estas variables reciben.

Este material es para uso exclusivo
en el curso Modelado y Optimización de la
Universidad de la República