

Radio Taller Fourier

Laboratorio 7

Modulación II

1. Introducción

En la práctica anterior logramos transmitir una señal compleja por un canal real. Determinamos la relación entre la señal compleja banda-base y su correspondiente señal pasabanda, y probamos la equivalencia entre el sistema real y analizarlo todo (incluyendo la modulación) como complejos. En caso de dudas, repase sus experimentos del laboratorio anterior.

El punto de partida serán los dos sistemas que diseñó e implementó en esa práctica, los cuales generaron cierta polémica a principios del siglo pasado.

1. Antes de comenzar, y a modo de preparación de la práctica, lea la carta escrita por Ambrose Fleming publicada en la prestigiosa revista Nature en enero de 1930 (disponible en el EVA), tirando por tierra todo lo que hicimos en el taller pasado. Averigüe quién es Fleming, qué rol jugó en la historia de la radio, y argumente en qué se equivoca.

Convencidos que vamos por el buen camino, en esta práctica nos enfocaremos en algunas no-idealidades que puede imponernos el canal y cómo contrarrestarlas. En particular, estudiaremos dos que son inevitables en cualquier equipo radio: diferencias en los tonos usados en transmisión y recepción, y ruido.

2. Diferencias de oscilador

Comenzaremos por ver qué sucede cuando los tonos utilizados en transmisión y recepción no coinciden totalmente, algo que en la práctica siempre sucederá en menor o mayor medida. Dado que el oscilador del transmisor es distinto del utilizado en recepción, la fase de ambos seguro será diferente. Además, la frecuencia de los osciladores típicamente cambia con las condiciones de operación. Pero incluso bajo condiciones totalmente controladas, en un oscilador con una frecuencia en el orden de los MHz, errores de tan solo algunas partes por millón en la frecuencia de oscilación son suficientes para generar diferencias de varios Hz (recordemos que por ejemplo Wi-Fi opera en la banda de GHz).

2. Sustituya temporalmente la combinación de dos canciones que venía usando por un complejo fijo. Verifique (para ambos sistemas implementados en la práctica anterior) que recibe el complejo transmitido utilizando el bloque `QT GUI Constellation Sink`.

3. ¿Qué sucede si existe una diferencia de fase entre los tonos utilizados en transmisión y recepción? Llegue a una expresión analítica que relacione el complejo transmitido, el recibido y el error de fase. Verifique que la diferencia es la misma en ambos sistemas (nuevamente, nos referimos a los dos que diseñó e implementó en la práctica anterior).
4. Repita lo anterior pero para un error de frecuencia (para poder visualizarlo tome un error de alrededor de un Hz).
5. Verifique estos fenómenos con las dos canciones combinadas. ¿Cómo se pueden resolver estos dos problemas en el receptor? Implemente estas correcciones. ¿Qué debe saber o estimar el receptor para llevarlas a cabo?

Ahora tratemos de aplicar lo que aprendimos para una transmisión real. En el EVA del curso podrá encontrar una grabación de parte de la banda de AM (centrado en 1050 kHz y muestreado a 768 kSps) en formato WAV estéreo. Es decir que deberá leer la grabación con un `WAV File Source` configurada con dos `N channels` y armar un complejo con la salida de cada canal (usando el bloque `Float to Complex`). Una señal AM tiene la siguiente expresión:

$$s^{AM}(t) = A(1 + \mu x(t)) \cos(2\pi f_c t), \quad (1)$$

donde $x(t)$ es audio con un ancho de banda de 5 kHz (que generalmente se asume que cumple $-1 < x(t) < 1$) y μ es el denominado índice de modulación (que aquí supondremos $\mu = 1$).

6. Vea el espectro de la grabación e identifique una estación con potencia grande para simplificar la recepción. Bájela a banda-base y fíltrela (con seguridad le convendrá decimar). ¿Cuál es la expresión analítica de esta señal bajada a banda-base? Recuerde sus respuestas en las preguntas 3 y 4.
7. Trate de escuchar el audio. ¿Cómo puede evitar el problema de desfasaje en frecuencia y fase? Ayuda: Dadas las condiciones que dimos sobre $x(t)$ y μ , ¿qué operación podemos hacer sobre la señal compleja banda-base filtrada para poder recuperar $x(t)$?

3. Ruido

La otra fuente inevitable de problemas es el ruido. Éste proviene básicamente de dos fuentes: electrónico y numérico. El primero es generado tanto por el equipo receptor como por actividad electromagnética alrededor del equipo receptor que éste agrega a la señal recibida. En el EVA encontrará una grabación tomada con un buen equipo SDR de una banda con una única transmisión. Filtre y decime de manera de quedarse únicamente con la parte correspondiente al ruido eléctrico (es decir, donde no está la transmisión). Verificaremos algunas propiedades de esta señal para entender cómo podemos modelar este ruido.

8. Tome el ruido e ingrese su parte real e imaginaria a un bloque `QT GUI Histogram Sink`. Este bloque, como su nombre lo indica, grafica un histograma de los valores de entrada. ¿Qué distribución parecen tener los números aleatorios del ruido?

9. ¿Qué espectro tiene el ruido? Filtre la señal con un pasa-bajos de ancho de banda configurable en tiempo de ejecución, y verifique qué sucede con la distribución de las muestras a medida que cambia este ancho de banda. Justifique analíticamente lo que observa.

Una pregunta pertinente es si podríamos disminuir el ruido en la muestra actual a partir de muestras del pasado. Si fueran independientes, esto no sería posible. Una manera de gráficamente obtener una intuición de la (auto)correlación de la señal es con lo que se llama *lag plot*. Es decir, dada una señal real $x[k]$, dibujar en un **Constellation Sink** los puntos $(x[k], x[k-l])$ para varios valores de l .

10. ¿Qué forma debería tener este dibujo si los puntos no están correlacionados? Verifique que esto sucede con el ruido usando un bloque **Delay**. Esto puede hacerse para las partes real e imaginaria del ruido por separado, o incluso cruzando partes reales e imaginarias de distintas muestras.

Si no podemos decrementar el ruido con muestras del pasado, quizá sí sea posible usando muestras fuera de la banda.

11. Usando un método similar al de la parte anterior verifique que los procesos de ruido proveniente de dos porciones distintas del espectro no están correlacionados.

El otro ruido que analizaremos brevemente aquí es numérico. En particular, nos enfocaremos en el ruido de cuantización, producto de la adquisición de las muestras en el equipo SDR (y cualquier otro equipo digital que procese señales analógicas). Recordemos que si la señal analógica de entrada $x(t)$ (donde asumimos que $-1 \leq x(t) \leq 1$ y de ancho de banda finito W), entonces la salida del conversor analógico-digital (ADC por su sigla en inglés) será $Q_b(x(nT))$ con $1/T > 2W$ la tasa de muestreo del conversor y $Q_b(x)$ una función que lleva x al punto más cercano de una grilla de 2^b puntos en el intervalo $[-1, 1]$. El denominado “ruido de cuantización” es la diferencia $x(nT) - Q_b(x(nT))$.

12. Investigue el bloque **Quantization** y simule el proceso de cuantización de una canción. ¿Qué distribución tiene ahora el ruido? Use valores relativamente bajos de **Bits** para observar más fácilmente el fenómeno (e.g. 4 o menos) y justifique analíticamente el resultado.
13. ¿Qué espectro tiene el ruido de cuantización? Contraste lo que sucede cuando se usan valores bajos para **Bits** (3 o incluso menos) con respecto a valores mayores. Repita los experimentos del *lag plot* para justificar la forma de la PSD en este caso.

Ahora que tenemos más claras algunas propiedades del ruido en la señal, vamos a analizar de qué forma medir el ruido y su efecto sobre la señal, así como algunas técnicas para mitigarlo. La manera más clásica para medir el ruido es relativo a la señal de interés y se denomina SNR (*Signal-to-Noise Ratio*). Es decir, cuál es la magnitud del ruido $r[n]$ respecto a la señal de interés $x[n]$. Para ello, hace falta medir la potencia de la señal (P_X) y la del ruido (P_R), y la SNR se define entonces como

$$SNR = \frac{P_X}{P_R} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |x[n]|^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |r[n]|^2},$$

con un N suficientemente grande. Típicamente la SNR se expresa en dB.

14. Tome una canción y simule el ruido del canal. Mida la SNR y observe a partir de qué valor comienza a notarse el ruido.
15. Repita la parte anterior con el ruido de cuantización. ¿A partir de qué valor de b comienza a notarse el ruido de cuantización? El dongle SDR que le daremos tiene un conversor de 8 bits. ¿Qué SNR se obtiene con ese valor de b ? Compárelo con el conversor del SDR modelo ADALM-PLUTO de la empresa Analog Devices.

Ahora trataremos de mejorar en la medida de lo posible la SNR.

16. ¿De qué forma puede mitigarse el ruido del canal? Para la canción elegida en las partes anteriores, diseñe un filtro que maximice la SNR en recepción, implementelo y verifique la mejora en SNR.¹ Esto a su vez genera la pregunta: ¿Cómo medir la SNR ahora?
17. ¿Y el ruido de cuantización? En particular, explique porqué en caso de que b sea bajo un filtro pasa-bajos igual dejará buena parte de la energía del ruido en la banda de interés.

Sobre esta última parte, puede buscar información sobre la técnica denominada dithering (donde básicamente se sobre-muestra la señal, se agrega ruido fuera de la banda antes de cuantizar, y luego la reconstrucción filtra la señal). Es interesante que se obtiene un aumento significativo en la calidad del audio (con calidad razonable incluso con valores tan bajos como $b = 2$). Aunque es relativamente sencillo de implementar en GNU Radio, no es necesario hacerlo en esta práctica.

¹Si bien un simple pasa-bajos puede ser una respuesta posible, esperamos que al menos explore otras maneras de diseñar el filtro. Busque por ejemplo información sobre filtros de Wiener.