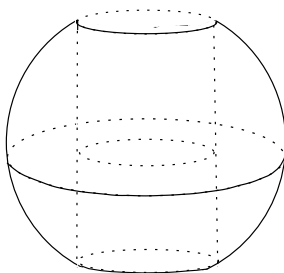


PRÁCTICO 6

Área e integral de una función escalar sobre una superficie. Flujo a través de una superficie.

- Hallar el área de la superficie parametrizada por $\Phi(\theta, \phi) = (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi)$ donde $\theta \in [0, 2\pi]$ y $\phi \in [0, \pi]$
 - ¿ qué pasa si cambiamos el intervalo de ϕ por $\phi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$? ¿ y por $\phi \in [0, 2\pi]$?
 - ¿ por qué se obtienen respuestas distintas?
- Sea $\Phi(u, v) = (u - v, u + v, uv)$ y sea D el disco unidad en el plano uv . Hallar el área de $\Phi(D)$.
- Hallar una parametrización de la superficie $x^2 - y^2 = 1$ donde $x > 0$, $y \in [-1, 1]$ y $z \in [0, 1]$. Usar la respuesta para expresar el área de la superficie como una integral. No evaluar.
- Encontrar el área de la superficie definida por $x + y + z = 1$, $x^2 + 2y^2 \leq 1$.
- Se considera una bola maciza de radio 2 y un cilindro sólido de radio 1 que “pasa” por el centro de la bola. Se considera el conjunto que se obtiene al quitarle a la bola su intersección con el cilindro (ver figura). Hallar el volumen y el área de la superficie.



- Calcular el área del trozo del cono $x^2 + y^2 = z^2$ con $z \geq 0$ que está dentro de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2Rz$, donde R es una constante positiva.
 - ¿Cuál es el área del trozo de la esfera que está dentro del cono?
- Calcular la integral $\iint_{\mathcal{S}} f \, dS$ de la función escalar $f(x, y, z) = 2y(x^2 + 1)^{-1}(1 + 4z)^{-1/2}$ sobre la superficie

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2, |x| < 1, |y| < 1\}$$

- Hallar el flujo del campo vectorial $q\vec{X}/r^3$, siendo q una constante, $\vec{X} = (x, y, z)$, y $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, a través de la esfera de centro el origen y radio a , con la normal orientada positivamente al exterior.
- Hallar el flujo del campo vectorial $\vec{X} = (x + y, y^2, y + z)$ sobre el cubo de centro el origen y arista a con normal exterior.

10. Calcular el flujo del vector $xz\vec{i} - y^2\vec{j} + xz\vec{k}$ a través de la superficie lateral del cilindro $x = R \cdot \cos(u)$, $y = R \cdot \sen(u)$, $z = v$, $0 \leq u \leq 2\pi$, $0 < v < 3$ normal orientada al exterior.
11. Sea S la superficie cerrada que consta de la semi esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ con $z \geq 0$ y su base $x^2 + y^2 \leq 1$ y $z = 0$ con la orintación dada por la normal exterior. Sea E el campo eléctrico definido por $E(x, y, z) = (2x, 2y, 2z)$. Encontrar el flujo eléctrico a través de S .
12. Calcular el flujo del rotor del campo vectorial $X(x, y, z) = (z - y, x - z, y - x)$ a través de la semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$ con la normal orientada tal que forma un ángulo agudo con el eje z .