Solución Ejercicio 2

a) Asumimos que el diodo arranca en OFF. Con esta suposición la ecuación del primario en Laplace queda:

$$V_1 = \frac{E}{s} = LsI_1 \tag{1}$$

Y la ecuación en el secundario: $V_2 = MsI_1 = \frac{M}{L}\frac{E}{s} \implies v_2(t) = \frac{M}{L}EY(t) > 0$, $v_D = v_C - v_2 = -v_2 = -\frac{M}{L} < 0$, $\forall t > 0$ por lo tanto la condición del diodo se verifica.

De la ecuación 1 obtenemos $I_1(s) = \frac{E}{Ls^2} \implies i_1(t) = \frac{E}{L}tY(t)$

El fusible abre en el instante t_0 tal que $i_1(t_0) = I_0 \implies \frac{E}{L}t_0 = I_0 \implies t_0 = \frac{L}{E}I_0$

b) En el primer tramo $(0 < t < t_0)$ ya calculamos en la parte anterior v_2 y claramente $v_1 = E$ En el segundo tramo el circuito cambia a como se muestra en la figura 1, si asumimos que el diodo conduce. Llamaremos $t' = t - t_0$.

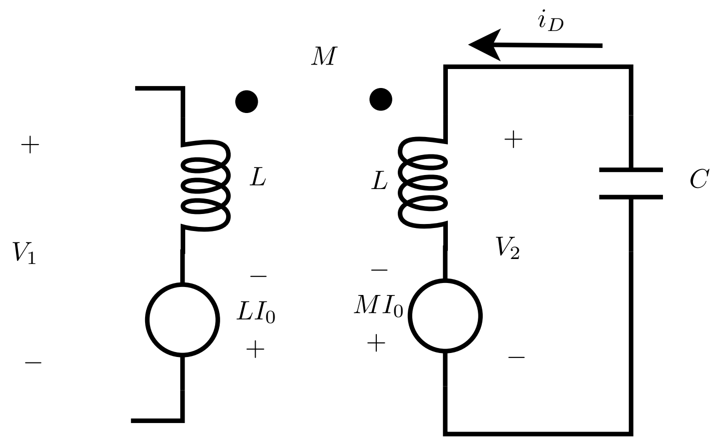

Figura 1: Circuito equivalente para el segundo tramo $(t > t_0)$

Primero calculamos la corriente por el secundario $i_2 = i_D$ para verificar que el diodo conduce. Resolviendo el secundario del circuito de la figura 1 en Laplace.

$$I_2(s) = \frac{MI_0}{Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{\frac{M}{L}sI_0}{s^2 + \frac{1}{LC}} \implies i_D(t') = i_2(t') = \frac{K}{L}I_0 \cos\left(\frac{t'}{\sqrt{LC}}\right)$$

i_D será positiva mientras el coseno sea positivo, esto es, el diodo conduce hasta que $\frac{t'}{\sqrt{LC}} = \frac{\pi}{2} \implies t' = t_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$, luego pasamos al tercer tramo en que el diodo corta.

Resta calcular v_1 y v_2 en este tramo. $v_2 = v_C$ voltaje en el condensador y se puede calcular en Laplace por divisor de tensión.

$$V_2(s) = V_C(s) = -MI_0\frac{\frac{1}{Cs}}{Ls + \frac{1}{Cs}} = -\frac{M}{LC}I_0\frac{1}{s^2 + \frac{1}{LC}} = -\frac{M}{\sqrt{LC}}I_0\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2 + \frac{1}{LC}} \implies v_2(t') = -\frac{M}{\sqrt{LC}}I_0 \sin\left(\frac{t'}{\sqrt{LC}}\right)$$

c) Ahora calculamos el voltaje en el primario:

$$V_1(s) = MsI_2 - LI_0 = \frac{M^2s^2}{L}\frac{I_0}{s^2 + \frac{1}{LC}} - LI_0 = I_0\left(\frac{\frac{M^2}{L}s^2}{s^2 + \frac{1}{LC}} - L\right) = I_0\left(\frac{M^2}{L}\frac{s^2 + \frac{1}{LC} - \frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{LC}} - L\right) \tag{2}$$

$$= I_0\left(\frac{M^2}{L} - L - \frac{M^2}{L}\frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{1}{LC}}\right) = I_0\left(\frac{M^2}{L} - L - \frac{M^2}{L\sqrt{LC}}\frac{\frac{1}{\sqrt{LC}}}{s^2 + \frac{1}{LC}}\right) \tag{3}$$

$$\implies v_1(t') = I_0\left(\frac{M^2 - L^2}{L}\delta(t') - \frac{M^2}{L\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t'}{\sqrt{LC}}\right)Y(t')\right) \tag{4}$$

Nota: lo que multiplica a la delta es menor que cero ya que $M < L$ por ser el transformador no perfecto

En el tercer ($t > t_0 + t_1$) tramo el diodo deja de conducir y el voltaje en el condensador pasa a ser constante $v_C(t) = v_C\left(t' = \frac{\pi}{2}\sqrt{LC}\right) = -\frac{M}{\sqrt{LC}}I_0$, los voltajes en el transformador (v_1 y v_2) son nulos ya que los datos previos y las corrientes son nulas. Por lo tanto el voltaje en el diodo es $v_D = v_C - v_2 = -\frac{M}{\sqrt{LC}}I_0 < 0$ por lo que se verifica su estado para todo $t > t_0 + t_1$.

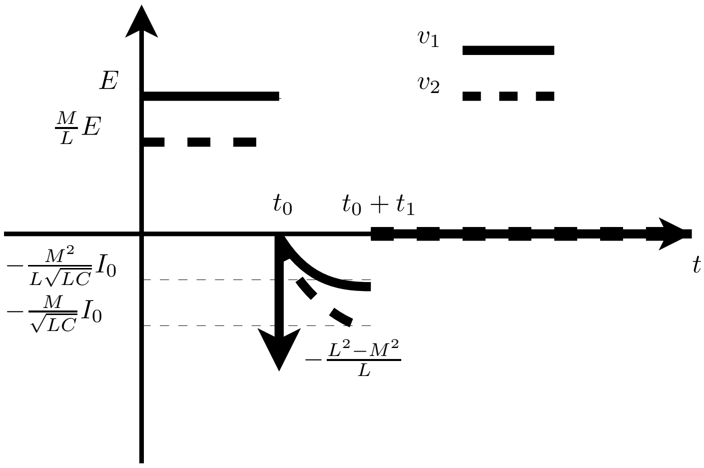

Figura 2: Gráfica de v_1 (continua) y v_2 (cortada)