

Radio Taller Fourier

Laboratorio 9

Modulación en Frecuencia (FM) - Transmisión

1. Introducción

Hasta ahora en el curso hemos trabajado con modulación “tradicional” donde la señal es multiplicada por un tono para trasladarla en frecuencia. A esta técnica, desarrollada entre 1900-1920 y quizá históricamente la primera utilizada para radiotransmisiones de sonido si no contamos el telégrafo inalámbrico, se la denomina habitualmente AM (o de Amplitud Modulada). Como vimos en el laboratorio pasado, dependiendo de cómo se module, AM tiene la gran ventaja de ser muy fácil de sintonizar.

Sin embargo, el mensaje va modulado por el aire sin ninguna protección contra interferencias, además de otros problemas propios de la elección del sistema de AM comercial (como el pequeño ancho de banda). Esto llevó al desarrollo de la técnica denominada FM (o Frecuencia Modulada), desarrollada durante los 40's, y que dominaría el mercado a partir de los 70's. La idea básica es enviar el mensaje (o canción en nuestro caso) “embebido” en la frecuencia instantánea de una sinusoide.

2. Tareas

1. Considere la siguiente función:

$$x(t) = e^{j2\pi g(t)}.$$

¿Cuánto vale la frecuencia instantánea de esta señal?

2. Basado en lo anterior, demuestre que si la señal a ser transmitida es $s(t)$, entonces ésta coincide con la frecuencia instantánea de la siguiente función:

$$x(t) = e^{j2\pi \int_0^t s(\tau) d\tau}.$$

De todas formas, al igual que en AM, se supone que $s(t)$ tiene amplitud limitada (típicamente $|s(t)| < 1$), por lo que es conveniente amplificarla, que en los hechos significa multiplicarla por una constante (habitualmente notada como f_Δ y denominada *máxima desviación en frecuencia* por motivos que esperemos quedarán claros más adelante). Por supuesto, también se amplifica la amplitud de la propia exponencial (cuya amplitud notaremos como A_c). Lo anterior resulta en una señal compleja bandabase de la forma:

$$x_{FM}(t) = A_c e^{j2\pi f_\Delta \int_0^t s(\tau) d\tau}. \quad (1)$$

3. Muestre que la señal real pasabanda centrada en f_c de la señal compleja bandabase (1) es igual a:

$$x_{FM}^P(t) = A_c \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int_0^t s(\tau) d\tau \right). \quad (2)$$

4. ¿Qué valores puede tomar f_c en Uruguay para las radios FM?

En el resto de la práctica trataremos de analizar empíricamente la señal. Pero para eso primero tratemos de generarla.

5. Busque el bloque **Frequency Mod.** Lea su documentación con detalle y verifique que con él es posible implementar (1) en GNU Radio. ¿Qué aproximación realiza el bloque respecto a la expresión (1)?
6. Implemente un modulador FM al que se le pueda asignar f_Δ .

Nos interesaremos ahora en el espectro de la señal modulada. Al ser una transformación no lineal, el espectro no es nada sencillo de analizar. Comenzaremos por lo tanto modulando señales sencillas. La desviación en frecuencia la fijaremos en el valor utilizado en Uruguay para las radios FM: $f_\Delta = 75 \text{ kHz}$.

7. Ponga a la entrada una señal constante (entre -1 y 1), cuyo valor será configurable por un slider. ¿Qué espectro tiene la señal modulada resultante? ¿Qué relación guarda con f_Δ y el valor de la señal? Justifíquelo analíticamente. ¿Por qué a f_Δ se le denomina máxima desviación en frecuencia?

Ahora ponga a la entrada una senoide de frecuencia y amplitud (entre 0 y 1) configurable por sendos sliders.

8. ¿Cómo es el espectro de la señal modulada a medida que se varían la frecuencia de la senoide a ser modulada? Verifique qué sucede si las frecuencias son muy bajas (del orden de pocos Hz). Luego súbalo a varios kHz. En este último caso, relacione la distancia entre los picos del espectro observado y la frecuencia de la senoide modulada. Justifíquelo analíticamente. ¿Por qué es el espectro tan distinto cuando la frecuencia es baja?
9. ¿Cómo cambia el espectro a medida que varía la amplitud de la senoide? ¿Y si varía f_Δ ? ¿Cuál es el efecto sobre el ancho de banda que ocupa la señal modulada?

Aquí nos vamos a detener a resumir lo anterior con dos observaciones que son muy importantes:

10. ¿Respecto a la señal a modular, de qué depende el ancho de banda de la señal modulada en FM? ¿Qué diferencia importante hay con AM?
11. ¿Cuál es la potencia de la señal modulada en FM? ¿Depende de la señal a modular? Compárelo con AM.

Ahora trataremos de encontrar una señal en el espectro radioeléctrico como la que estuvimos analizando hasta ahora.

12. Conecte su dongle y busque una radio FM en algún momento que haya silencio.
¿Qué ve? ¿Qué tono están modulando?

Finalmente, ponga a la entrada del modulador una canción. Tome nota del ancho de banda y valor máximo de la señal a ser modulada. También preste atención a la tasa de muestreo para evitar aliasing en la señal modulada.

13. ¿Qué ancho de banda tiene la señal modulada? Tomando en cuenta el ancho de banda de la señal y el valor máximo, ¿se puede realizar un paralelismo con los experimentos realizados con la senoide?
14. Busque información sobre la denominada regla de Carson, verifíquela y justifique en función de lo realizado porqué la regla depende únicamente de dos parámetros.