

Radio Taller Fourier

Laboratorio 4

Filtros I

1. Introducción

En este laboratorio analizaremos uno de los elementos que apareció en la práctica anterior para poder interpolar o decimar correctamente una señal: los filtros. Exploraremos su utilización y verificaremos algunas de sus propiedades.

2. Uso de filtros digitales

Comenzaremos con un flowgraph vacío, recuerde guardar los distintos flowgraphs que vaya armando para futuras referencias.

1. Agregue un bloque **Low Pass Filter**. Los parámetros **Cutoff Frequency** y **Transition Bandwidth** serán configurados desde un slider. A su entrada deberá poner un tono complejo. Mientras no incluya la tarjeta de audio será necesario usar un bloque **Throttle**. Lea la documentación de este último y verifique su utilidad.
2. Deje fijos los parámetros del filtro y divida la señal de salida por la señal de entrada. ¿Porqué esta división debe dar una señal que no depende del tiempo (o sea, una constante)? Demuéstrelo matemáticamente. Tome nota y grafique (en otra aplicación) la amplitud y la fase del resultado en función de la frecuencia. ¿A qué corresponde esta curva?
3. Basado en lo anterior conteste: ¿Qué son exactamente el **Cutoff Freq** y el **Transition Width**? ¿Es verdaderamente plana la respuesta en frecuencia en la banda pasante del filtro? ¿Cómo se comporta en la banda de rechazo? Esto último será más conveniente graficarlo en escala logarítmica.

Ahora que sabemos qué son los parámetros que hay que configurar en el filtro, vamos a ejercitarnos con algunas grabación de audio.

4. Tome como señal de entrada a los filtros un archivo `~44_1.wav`. Compare cualitativamente en el tiempo la señal de entrada y salida para filtros pasa-bajos y pasa-altos. Busque información sobre el ancho de banda del audio en telefonía cableada y radio AM comercial. Simúlelos y escúchelos.

5. Descargue del EVA del curso el archivo `musica.wav`, muestreado a 44.100 Hz, y que contiene la grabación de un contrabajo y un piano. Procese la señal de tal manera que se escuche únicamente un instrumento. ¿Porqué parece ser más fácil escuchar sólo el contrabajo que sólo el piano?

Habiendo analizado la respuesta del filtro a distintas frecuencias de entrada, intentemos ahora analizar su respuesta a impulso.

6. ¿Cómo podría obtener la respuesta a impulso del filtro? Quizá le sea de ayuda el bloque `Vector Source`. ¿Y graficarla en un `QT GUI Time Sink`? Observe como cambia la respuesta a medida que varía el `Cutoff Freq` y `Transition Width`.
7. Verifique el uso del procesador de la PC a medida que decrece los parámetros `Cutoff Freq` y `Transition Width` (el comando `top -H` se puede usar con tal fin). Relacione este comportamiento con la respuesta impulso estimada en la parte anterior. Es decir, si el filtro se implementa como un FIR (*Finite Impulse Response*, o sea un filtro con respuesta a impulso finita), ¿cuántas y cuáles operaciones debe hacer por muestra la PC?

3. Filtrando ruido

Ahora cambiaremos la señal de entrada a los filtros. En particular, vamos a verificar qué sucede cuándo la señal es aleatoria.

8. Explique cómo generaría una señal de ancho de banda arbitrario por medio de una fuente de ruido (bloque `Noise Source`) y un filtro.
9. Pruebe qué espectro obtiene a la salida con distintos filtros cuando tiene ruido a la entrada. En particular, verifique las diferencias entre un filtro pasa-banda real y uno complejo (preste especial atención al tipo de dato de los `taps`).
10. Explique porqué a medida que subimos el parámetro `FFT Average` la curva que muestra el `QT Frequency Sink` debería tender a la Densidad Espectral de Potencia de la señal (PSD por su sigla en inglés). ¿Qué hipótesis parece razonable pedirle a una señal cualquiera para que esto se cumpla?

4. Algunas aplicaciones de la adaptación de tasas

Más allá de una necesidad por un tema de hardware (como algunas tarjetas de audio o equipos SDR que solo aceptan ciertas tasas) o minimizar la tasa de muestreo por un tema de procesamiento, cambiar la tasa tiene otras aplicaciones interesantes.

11. Revisitamos el archivo `musica.wav`, muestreado a 44.100 Hz, que usamos en la parte 5. El contrabajo toca únicamente tres notas de la octava 2 mientras que el piano toca cuatro notas de la octava 5. Las frecuencias correspondientes a las siete notas de cada octava se presentan en la tabla. ¿Qué notas suenan en la grabación?

Octava	Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si
5	523	587	659	698	784	880	988
2	65	73	82	87	98	110	123

Cuadro 1: Frecuencias aproximadas en Hz para la escala de Do natural de las octavas 5 y 2.

Como segunda aplicación consideraremos un conversor digital-a-analógico (DAC por su sigla en inglés). Éstos toman una señal muestreada $x[n]$ y la convierten en una señal continua $x(t)$ tomando las muestras a cierta tasa $1/T$. Si bien existen varios tipos de DAC, los denominados ZOH (*zero-order hold*) mantienen la señal durante los T segundos entre muestras. Es decir

$$x(t) = x[n] \text{ para } nT < t < (n+1)T. \quad (1)$$

Esta aproximación genera una gran distorsión respecto al interpolador ideal. El objetivo de esta parte es simular esta distorsión, luego modelarla, para finalmente mitigarla mediante filtros. En particular consideraremos el caso de un CD (muestreado a 44.100 Hz) que contiene audio hasta los 20 kHz.

12. Tome alguna canción a 44.100 Hz. Para simular la señal continua de la ecuación (1), la sobre-muestrearemos (con un factor de, por ejemplo, 10) y la pasaremos por un filtro FIR con respuesta a impulso rectangular. Para esto puede usar el bloque **Interpolating FIR Filter** que ya incluye la interpolación pero seguida de un filtro con taps a especificar (en vez de un pasa-bajos). ¿Qué taps deben usarse en este caso? Verifique que está simulando lo pedido mediante un **QT GUI Time Sink**.
13. ¿Qué espectro tiene la señal resultante? Después del laboratorio 3 debería serle fácil argumentar porqué aparecen las repeticiones en el espectro. ¿Puede dar una expresión exacta?
14. Si elimináramos las repeticiones mediante un filtro pasa-bajos (que en la práctica será analógico y muchas veces se lo denomina *reconstruction filter*), ¿qué **transition bandwidth** puede tener como máximo el filtro?
15. Repita la pregunta anterior si ahora sobre-muestreamos la señal en el dominio digital (o sea, antes del DAC, que ahora pasará a trabajar a una tasa mayor a 44.100 kHz). ¿Qué se ganó? Seguramente sea necesario hacer un diagrama del sistema en lápiz y papel para terminar de entender la pregunta.
16. Aunque haya eliminado las repeticiones, su respuesta en la pregunta 13 indica que el espectro de la señal sigue siendo distinto del interpolador ideal. Brinde la expresión de un filtro FIR que con once taps minimice esta distorsión. Para esto deberá usar la expresión de la pregunta 13 y propiedades tanto de la convolución como de la DFT. Verifique el correcto funcionamiento de su diseño (por ejemplo, usando ruido a la entrada para determinar la respuesta en frecuencia del sistema).