

Radio Taller Fourier

Laboratorio 2

Muestreo y Multi-Rate Signal Processing I

1. Introducción

Este laboratorio será la primera parte de una serie de experimentos cuyo objetivo será repasar qué se puede (y qué no) representar mediante muestras. Recordaremos rápidamente que la limitante más importante será la tasa de muestras que tengamos y veremos que en algunas aplicaciones el aliasing puede ser usado a favor. Dado que es extremadamente común tener más de una tasa de muestras, también repasaremos (e implementaremos) cómo se puede adaptar un flujo de datos a una tasa distinta de la original.

2. Tareas

1. Basándose en lo realizado en el laboratorio pasado, tome una senoide (cuya frecuencia se controlará desde un slider) y conéctela al audio. ¿Qué sucede si la frecuencia de la senoide es más de la mitad de `samp_rate`? Verifíquelo tanto con el audio como con su espectro (y para señales tanto reales como imaginarias).
2. Este fenómeno se denomina “Aliasing”. Busque otros ejemplos que lo ilustren. ¿Por qué cree que se le llama así?
3. Explique este fenómeno tanto teórica como gráficamente. Para lo segundo, dibuje una senoide (aunque quizá sea más fácil de visualizar con una exponencial compleja), y marque muestras cada tiempo menores o mayores que la mitad de su período (o lo que es lo mismo, a tasa mayor o menor que el doble de su frecuencia). Verifique que si interpola inteligentemente en el primer caso es capaz de recuperar la senoide original, pero no así en el segundo.
4. Generalice la respuesta a cualquier señal (y no solo sinusoides). Para esto, defina el ancho de banda de una señal y brinde una condición bajo la cual la señal se pueda recuperar a partir de muestras. ¿Cuál es la relación entre la señal continua y sus muestras?
5. Revisitaremos ahora el bloque `QT GUI Frequency Sink` a la luz de lo concluído en las partes anteriores. ¿Qué intervalo de frecuencia muestra el gráfico del bloque `QT Frequency Sink`?

Veremos ahora dos ejemplos sencillos que parecen contradecir la teoría.

6. Elija una frecuencia del tono cercana al límite máximo representable dada la tasa de muestreo, pero por debajo. Visualice la señal usando un QT GUI Time Sink. Verifique que no se parece a la señal original y explique porqué.
7. Considere una señal $u(t)$ idénticamente nula salvo en $t = 0$, donde $u(0) = 1$. ¿Cuánto es el ancho de banda de la señal? ¿Cuánto vale la señal recuperada a partir de las muestras tomadas a tasa $1/T$? ¿Porqué son tan distintas la señal original y la recuperada? Para mayor confusión, considere además otro ejemplo, donde $u(t) = 0$ salvo en $t = T/2$.

Veremos ahora dos ejemplos en los que el aliasing se puede usar a nuestro favor. En el primero se usa para recuperar una señal a una tasa de muestreo al parecer menor que el doble de su ancho de banda.

8. Considere una señal $y(t) = x(t) \cos(2\pi k f_s t)$ (con f_s una cierta frecuencia y $k \in \mathbb{N}$). Suponga que $x(t)$ tiene un ancho de banda menor a $f_s/2$ y transformada de Fourier $X(f)$. ¿Cuál es el espectro de $y(t)$? ¿Y su ancho de banda? Muestre cómo, a pesar de que $y(t)$ tiene ancho de banda mayor a $f_s/2$, se puede recuperar $y(t)$ y $x(t)$ de las muestras de $y(t)$ tomadas a tasa f_s (es decir, $y(n/f_s)$). ¿Con qué otro dato, además de las muestras, es necesario contar para recuperar $y(t)$?

En el segundo ejemplo, usaremos el aliasing para simplificar enormemente la implementación de un enmascarador analógico usada para transmisiones “seguras” de voz. La técnica denominada *voice inversion* (o pato Donald) toma una señal de voz e invierte su espectro. Es decir, si $x(t)$ es la señal de voz original con ancho de banda W , se genera otra señal real $y(t)$ tal que $Y(f) = X(f - W)$ para $0 \leq f < W$ (y su simétrico para las frecuencias negativas).¹

9. Si bien hay técnicas analógicas para (des)enmascarar la señal (ver, por ejemplo, el ejercicio 4 del práctico 7 de SAM), pruebe que simplemente multiplicando las muestras $x(n/2W)$ por la secuencia $(-1)^n$ es suficiente para obtener $y(n/2W)$ (viceversa para realizar el desenmascaramiento).

Descargue del EVA del curso un audio en formato WAV conteniendo una voz enmascarada con esta técnica. Esta fue grabada a una tasa de 8 kHz y se puede abrir con un bloque **Wav File Source**, que genera muestras del tipo **Float** entre -1 y 1, y debería leerse (en este caso) a una tasa de 8 kHz.

10. Verifique que el espectro es el que espera para una señal de este tipo (y escúchelo para verificar porqué se lo conoce como pato Donald) e implemente un desenmascarador que le permita identificar qué está diciendo. Para visualizar mejor el espectro, le resultará conveniente subir el **Average** del QT GUI **Frequency Sink**. Este parámetro será explorado con detalle en otra práctica más adelante, pero básicamente promedia los resultados de la DFT.

Ahora verificaremos con algunos experimentos sencillos qué sucede cuando configuramos erróneamente la tasa de muestreo. Esto será un problema muy común más adelante, cuando los diagramas incluyan varias tasas de muestreo. Descargue del EVA del curso la canción que más le guste en la versión de 44.1 kHz.

¹Para terminar de aclarar, con toda seguridad le convenga hacer un bosquejo de cómo es la relación entre $X(f)$ e $Y(f)$.

11. Escuche el audio y visualice su espectro. Recuerde configurar correctamente las tasas de muestreo.
12. Tomando en cuenta la tasa de muestreo, ¿hasta qué frecuencia se puede representar con este archivo?. Considerando los resultados del laboratorio pasado (cuando se analizó qué frecuencias eran audibles), ¿qué opinión le merece la tasa de muestreo del archivo de audio?
13. Tome algunos de los flujos desarrollados en la práctica anterior (donde se utilizó únicamente una senoide como fuente y se conectó al audio), y configure el bloque `QT GUI Frequency Sink` con un `Bandwidth` equivocado (distinto de la variable `samp_rate`). ¿Qué sucede con el espectro estimado? ¿Por qué cambió la estimación si la señal de entrada no cambió?

No todos los archivos `wav` tienen la misma tasa de muestreo. Por ejemplo, descargue alguna canción en las versiones `~24.wav` y `~96.wav` del EVA del curso (naturalmente el primero debería leerse a una tasa de 24 kHz y el segundo a 96 kHz).

14. Escuche los archivos con algún otro programa multimedia disponible para verificar que son válidos. Si así lo desea, puede probar de escucharlos dentro de GNU Radio.
15. Ahora configure equivocadamente el bloque `Audio Sink` a una tasa de 48 kHz y escuche ambos audios. ¿Qué sucede? Analice cuantitativamente qué sucede con el espectro a partir de la propiedad de dilatación o contracción temporal (o de cambio de escala). ¿Hay aliasing en alguno de los dos casos? Justifique analíticamente.
16. A partir de lo anterior, explique el fenómeno cualitativamente (¿cómo se escucha?) en base al siguiente artículo: <https://es.wikipedia.org/wiki/Octava>.