

# Sistemas Lineales 2 - Solución Examen julio/2016

12/07/2016

## Problema 1

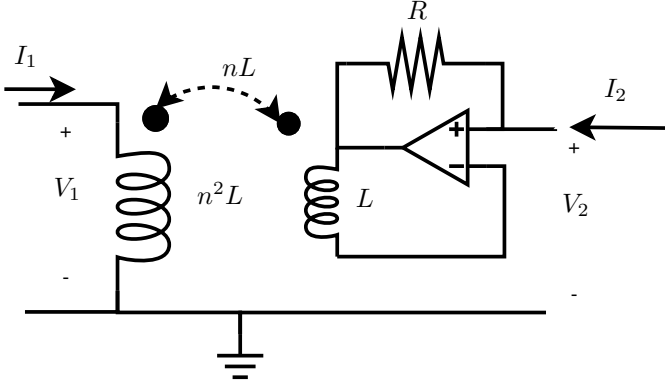


Figura 1:

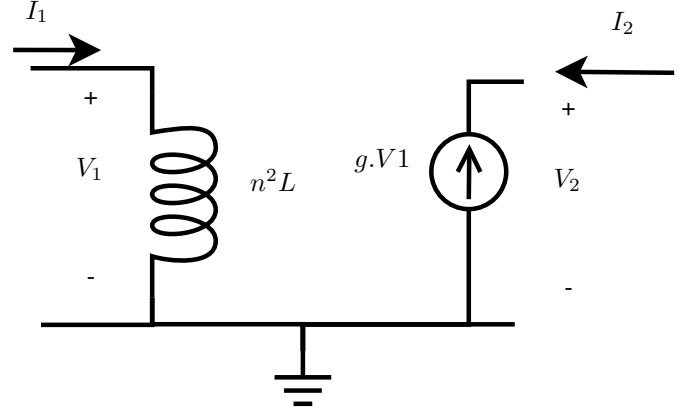


Figura 2:

a) En el cuadripolo de la figura 2:

$$I_2 = -gV_1 \implies V_1 = \overbrace{0}^A V_2 - \overbrace{\frac{1}{g}}^B I_2$$

$$I_1 = \frac{V_1}{n^2Ls} = -\frac{I_2}{gn^2Ls} \implies I_1 = \overbrace{0}^C V_2 - \overbrace{\frac{1}{gn^2Ls}}^D I_2$$

En el cuadripolo de la figura 1 la corriente por el secundario  $I_{L2}$  es nula debido a la impedancia de entrada infinita del operacional.

Usando las ecuaciones del transformador:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= n^2LsI_1 + nLs \overbrace{I_{L2}}^0 \\ V_{L2} &= nLsI_1 + Ls \overbrace{I_{L2}}^0 \end{aligned} \right\} \implies V_{L2} = \frac{V_1}{n}$$

El operacional funciona en zona lineal y es ideal por lo tanto hay cortocircuito virtual entre las entradas, esto hace que la caída de voltaje en la resistencia sea igual a  $V_{L2}$ . Nuevamente por la impedancia de entrada infinita la corriente por la resistencia es  $I_2$  por lo tanto por ley de Ohm:

$$I_2 = -\frac{V_{L2}}{R} = -\frac{V_1}{nR} \implies V_1 = \overbrace{0}^{A'} V_2 - \overbrace{\frac{1}{nR}}^{B'} I_2$$

$$I_1 = \frac{V_1}{n^2Ls} = -\frac{nRLI_2}{n^2Ls} \implies I_1 = \overbrace{0}^{C'} V_2 - \overbrace{\frac{R}{nLs}}^{D'} I_2$$

De las ecuaciones anteriores tenemos  $A = A' = 0$  y  $C = C' = 0$ , necesitamos que  $B = B'$  y  $C = C'$

$$B = B' \implies nR = \frac{1}{g} \implies g = \frac{1}{nR}$$

Con el valor de  $g$  hallado:  $D = \frac{nR}{n^2Ls} = \frac{R}{nLs} = D'$

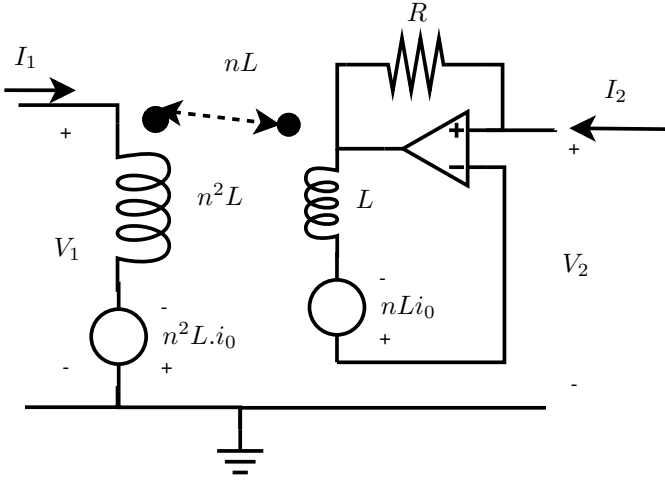


Figura 3:

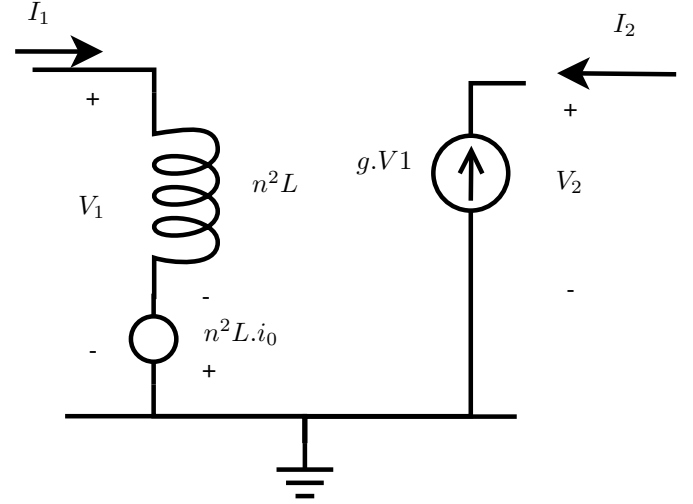


Figura 4:

- b) En la figura 3 se detalla el circuito en Laplace correspondiente al circuito de la figura 1 con las condiciones iniciales dadas, ahora  $V_1 = n^2LsI_1 - n^2Li_0$  e  $I_2 = \frac{-nLsI_1 + nLi_0}{R} = -\frac{V_1}{nR}$ . Observamos que en el circuito de la figura 4 cumple exactamente las mismas condiciones con  $g = \frac{1}{nR}$

- c) I- Como el operacional  $A_1$  está saturado a  $+V_{CC}$  es razonable asumir que el diodo comienza en estado cortado, Esto lo podemos verificar inmediatamente ya que la caída en el diodo es  $V_D = \frac{V_{CC}}{2} - V_{CC} = -\frac{V_{CC}}{2} < 0$ .

Observamos que las bobinas y el operacional  $A_2$  están en la misma configuración de la primera parte por lo que podemos reemplazar el circuito por su equivalente como se muestra en la figura 6.

Así tenemos una fuente de corriente que entrega  $\frac{1}{2R}V_{CC}$  al condensador que se cargará linealmente por lo que

$$v_c(t) = \frac{V_{CC}}{2RC}t$$

Esto se cumplirá hasta que  $v_c(t) = \frac{V_{CC}}{2}$  voltaje en la pata + del operacional lo cual ocurre en  $t = RC$

Luego el operacional  $A_1$  cambia de estado y el diodo pasa a conducir. Esto es fácil de comprobar, la corriente por el diodo será  $I_D = \frac{V_{CC}}{2} - -V_{CC} = \frac{3}{2}V_{CC} > 0$

El voltaje en la entrada positiva del operacional será  $e^+ = -\frac{V_{CC}}{4}$ , e inicialmente el voltaje en el condensador es el mismo que al final del intervalo anterior:  $v_c(RC) = V_{CC}/2 > e^+$  por lo que se verifica la saturación negativa del operacional.

Ahora la corriente por el condensador será negativa y opuesta a la del tramo anterior, por lo que el condensador se descarga a una tasa constante:

$$v_c(t) = \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_{CC}}{2RC}t'$$

Esto será válido hasta que  $v_c = e^+ = -V_{CC}/4$  lo cual ocurre en el instante  $t'_0/v_c(t'_0) = \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_{CC}}{2RC}t'_0 = -V_{CC}/4 \Rightarrow 1 - t'_0/RC = -1/2 \Rightarrow t'_0 = 3RC/2$

En el siguiente tramo nuevamente el diodo está en OFF y el operacional  $A_1$  saturado a  $+V_{CC}$  lo cual se verifica de manera análoga al primer tramo.

El condensador se vuelve a cargar a la misma tasa constante de ese tramo:

$$v_c(t'') = -\frac{V_{CC}}{4} + \frac{V_{CC}}{2RC}t''$$

Cómo la tasa de carga de este tramo es la misma que la tasa de descarga del tramo anterior, el tiempo que demora en volver el condensador a  $e^+ = V_{CC}/2$  es el mismo que demoró en descargarse en el tramo anterior  $t'_0$ .

En este punto ya estamos en las mismas condiciones (voltaje del condensador, y estados del operacional y el diodo) en las que comenzamos el segundo tramo por lo que el sistema alcanzó el régimen.

La gráfica de  $v_c$  se muestra en la figura ??

- II- El período será claramente  $T = 2t'_0 = 3RC$

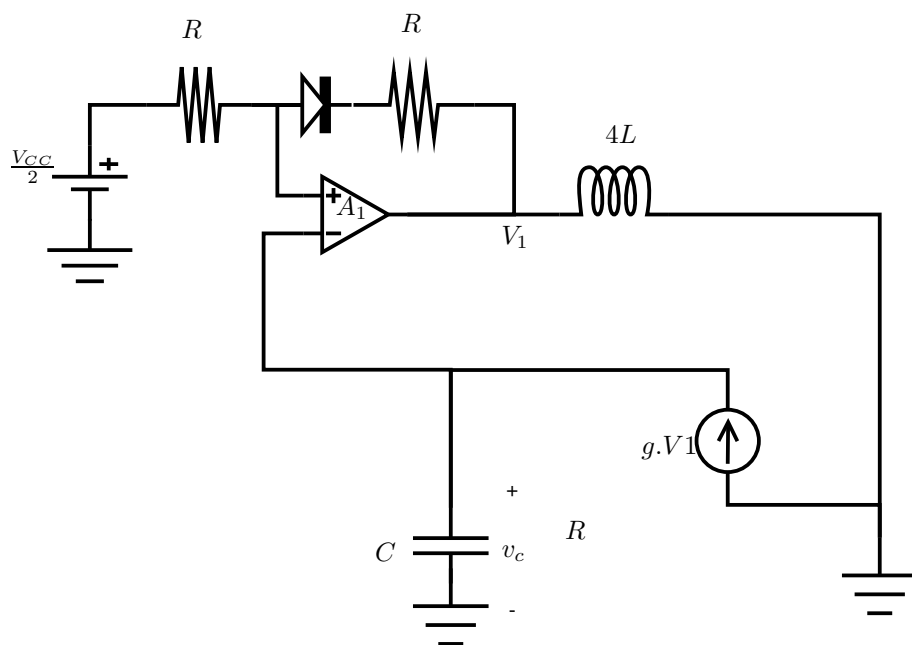


Figura 5: circuito equivalente

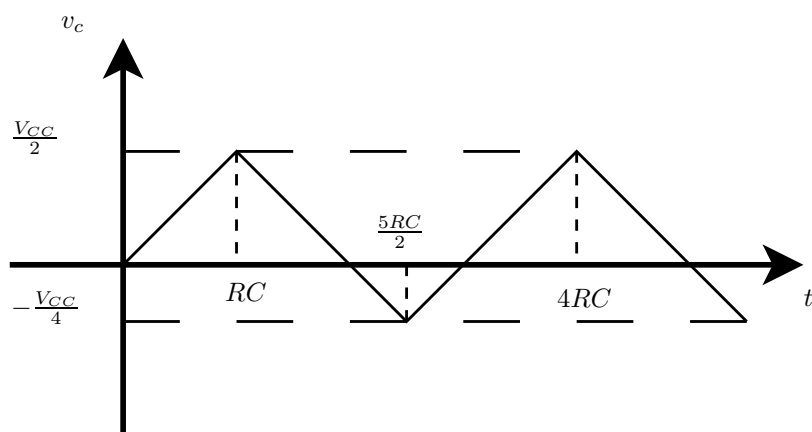


Figura 6: voltaje en el condensador