

Notas sobre conexión fork

César Briozzo

IIE - Facultad de Ingeniería - Universidad de la República

20 de abril de 2017

Eliminación de armónicos mediante suma de tensiones de salida de inversores defasados

Ejemplo: Conexión fork

La eliminación de armónicos mediante PWM presenta al menos dos inconvenientes:

- a) El primer armónico no eliminado o atenuado se amplifica, pudiendo alcanzar un valor eficaz similar al de la fundamental de la onda cuadrada de potencial de fase no modulada. Si el primer armónico no eliminado es el de orden n , su valor es más próximo al de $U(1)_{rms}$, que a $\frac{U(1)_{rms}}{n}$, siendo este último el valor del armónico n en la onda de potencial no modulada.

Este hecho impone exigencias al sistema de filtrado de la salida, el cual debe tener una adecuada atenuación del primer armónico no eliminado en cuestión.

- b) Las pérdidas de encendido y apagado de las llaves son proporcionales a la tensión que debe bloquear la llave, a la corriente y al número de encendidos y apagados por período.

En un inversor controlado por PWM la tensión a bloquear es la de la fuente de CC , que en aplicaciones de alta potencia (Sistemas Eléctricos de Potencia, control de motores de escala del MW) puede ser de decenas a centenas de kV , y la cantidad de conmutaciones por período 4 veces el número de armónicos a eliminar.

En aplicaciones para sistemas eléctricos de potencia o potencias similares se emplean entonces convertidores en que la forma de onda de salida (por ejemplo de la tensión compuesta) tiene más de 3 niveles de CC .

Una forma clásica de implementación consiste en la llamada conexión "fork".

Conexión fork

La figura 1 muestra una forma de implementación. Consiste en 6 ramas de puente inversor conectadas a una fuente de C.C. de tensión U_d . Cada rama genera una tensión de C.A. de forma rectangular y frecuencia f_0 , siendo f_0 la frecuencia de la tensión del sistema trifásico a generar. La amplitud de la tensión de C.A. es $\frac{U_d}{2}$, tomando como referencia al punto medio de la fuente, que llamamos 0.

Tres ramas se comandan de manera de generar un sistema trifásico de tensiones U_{UO} , U_{VO} , U_{WO} ; las otras tres se comandan para generar un sistema trifásico U_{XO} , U_{YO} , U_{ZO} , con la propiedad de que el sistema XYZ está retrasado 30° eléctricos con respecto a UVW .

Los dos sistemas se conectan a los primarios de dos transformadores. Los primarios son idénticos y tienen n_1 vueltas por columna. Las tensiones compuestas de salida de cada inversor están definidas por el comando de las ramas y son independientes de si la carga está equilibrada o no; por lo tanto conectamos

los primarios en triángulo, de manera que la tensión sobre cada bobinado quede (idealmente) independiente de la condición de carga. En definitiva, los sistemas trifásicos que importan son los formados por las tensiones compuestas (U_{UV}, U_{VW}, U_{WU}) y (U_{XY}, U_{YZ}, U_{ZX}). Cada tensión es una onda cuasi cuadrada (de 3 estados) de amplitud U_d , sin 3^{er} armónico e independiente del potencial cero (punto medio de la fuente de CC). El secundario del transformador alimentado por UVW tiene n_a vueltas. El transformador alimentado por XYZ tiene 2 bobinados por columna, cada uno con n_b vueltas. La conexión se realiza según la figura 1.

La tensión de salida es el sistema trifásico RST con neutro accesible N . La tensión de fase queda determinada por la suma de tensiones de los bobinados secundarios involucrados, cada uno de los cuales está determinada por la tensión compuesta aplicada al primario. El sistema admite cargas monofásicas fase-neutro, lo cual es conveniente en -por ejemplo- sistemas de alimentación ininterrumpible (UPS) de gran porte - como para respaldo de todas las computadoras de una empresa, por ejemplo.

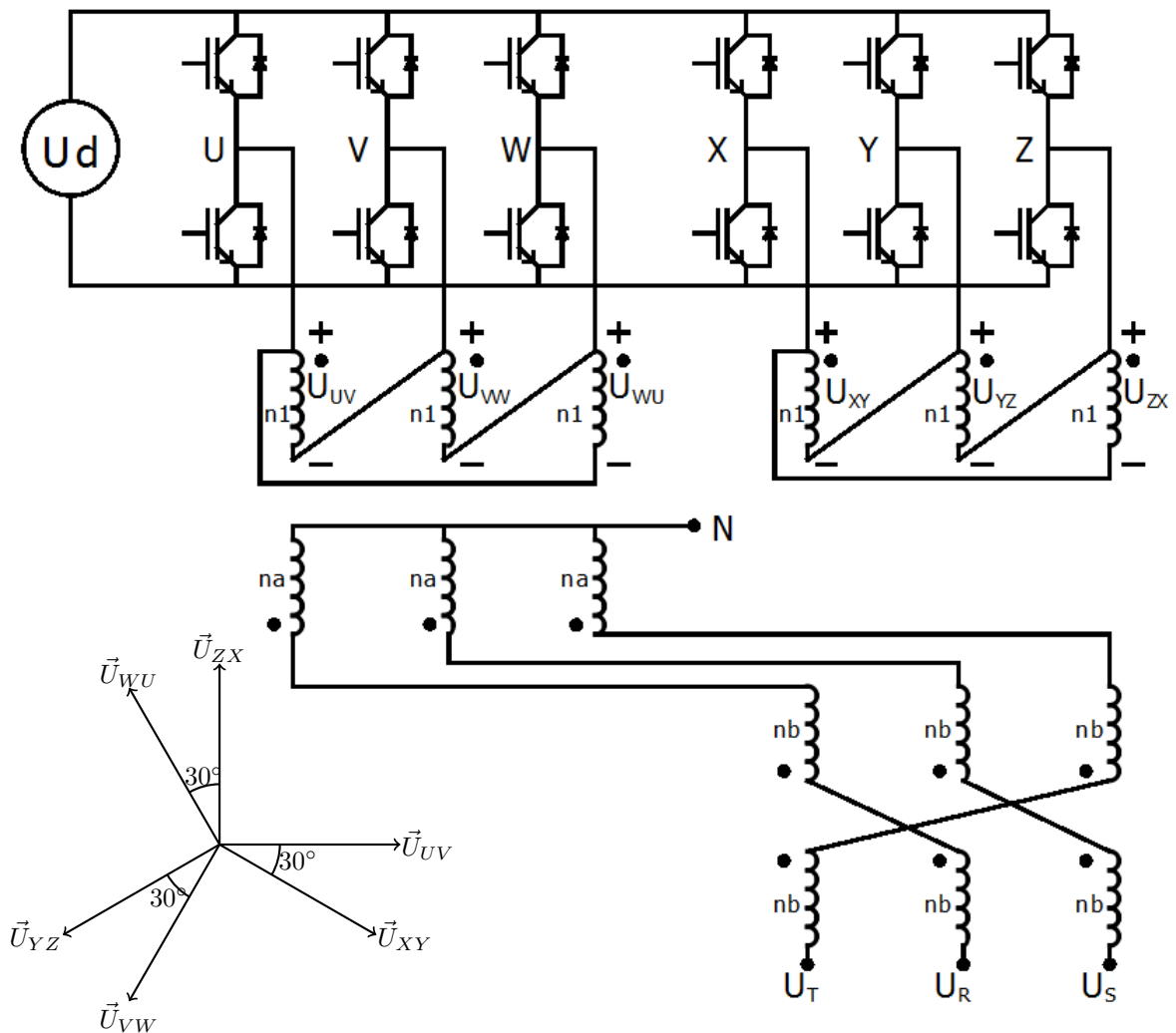


Figura 1: Conexión fork.

En lo que sigue calcularemos la tensión fase neutro del sistema trifásico de salida U_R, U_S, U_T , su forma de onda, amplitud, valor eficaz de la fundamental y de los armónicos. Veremos si se eliminan armónicos y cuáles. Calculamos como ejemplo la tensión U_{RN} . Según el circuito, en valores instantáneos vale que

$$u_{RN} = \frac{n_a}{n_1} u_{UV} + \frac{n_b}{n_1} u_{XY} - \frac{n_b}{n_1} u_{YZ}$$

La forma de onda de U_{RN} se puede construir a partir de las formas de onda de u_{UV} , u_{XY} y $-u_{YZ}$. Para cada armónico, representado con su fasor, vale que

$$\vec{U}_{RN(n)} = \frac{n_a}{n_1} \vec{U}_{UV(n)} + \frac{n_b}{n_1} \vec{U}_{XY(n)} - \frac{n_b}{n_1} \vec{U}_{YZ(n)} \quad (1)$$

La forma de onda de la tensión sobre cada bobinado primario es la cuasicuadrada de la figura 2.

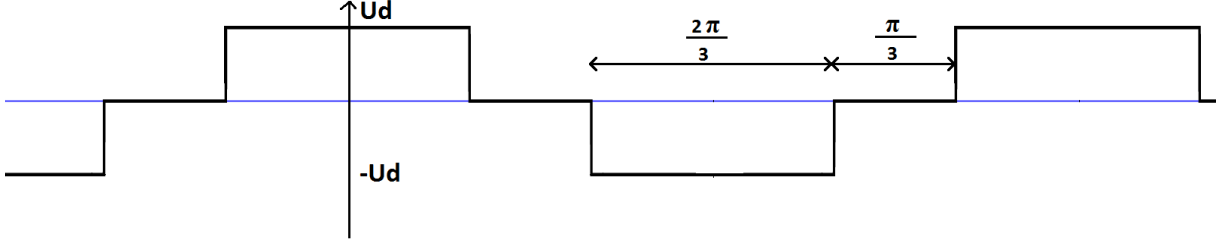


Figura 2: Tensión sobre los bobinados primarios.

El valor eficaz de la fundamental y en armónicos de las tensiones sobre los bobinados primarios es:

$$U_{RMS(n)} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} U_d \cos(n\nu) d\nu = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U_d}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right), \quad n = \dot{2} + 1$$

$$U_{RMS(n)} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{U_d}{n} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \frac{U_d}{n} \simeq 0,78 \frac{U_d}{n} \quad (2)$$

Este es el valor RMS de las tensiones

$$U_{UV(n)}, U_{VW(n)}, U_{WU(n)}$$

$$U_{XY(n)}, U_{YZ(n)}, U_{ZX(n)}$$

El sistema XYZ está retrasado 30° ($\frac{\pi}{6}$) con respecto al UVW . Además,

$$|\vec{U}_{UV(n)}| = |\vec{U}_{XY(n)}| = |\vec{U}_{YZ(n)}| = \text{etc.} \quad (3)$$

Para el primer armónico de cada tensión del primario vale que

$$\vec{U}_{XY(1)} = \vec{U}_{UV(1)} e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

$$\vec{U}_{YZ(1)} = \vec{U}_{UV(1)} e^{-j\frac{\pi}{6}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \vec{U}_{UV(1)} e^{-j\frac{5\pi}{6}}$$

$$-\vec{U}_{YZ(1)} = \vec{U}_{UV(1)} e^{-j\frac{5\pi}{6}} e^{j\pi} = \vec{U}_{UV(1)} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$-\vec{U}_{YZ(1)} = \vec{U}_{UV(1)} e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Si el sistema XYZ está retrasado $\frac{\pi}{6}$ con respecto al UVW , la fundamental está retrasada $\frac{\pi}{6}$, y el armónico de orden n lo está $n\frac{\pi}{6}$:

$$\boxed{\vec{U}_{XY(n)} = \vec{U}_{UV(n)} e^{-j \frac{n\pi}{6}}} \quad (4)$$

$$\boxed{-\vec{U}_{YZ(n)} = \vec{U}_{UV(n)} e^{j \frac{n\pi}{6}}} \quad (4)$$

La ecuación 1 queda:

$$\vec{U}_{RN(n)} = \frac{n_a}{n_1} \vec{U}_{UV(n)} + \frac{n_b}{n_1} \vec{U}_{UV(n)} e^{-j \frac{n\pi}{6}} + \frac{n_b}{n_1} \vec{U}_{UV(n)} e^{j \frac{n\pi}{6}} \quad (5)$$

$$\vec{U}_{RN(n)} = \vec{U}_{UV(n)} \left[\frac{n_a}{n_1} + \frac{n_b}{n_1} \left(e^{-j \frac{n\pi}{6}} + e^{j \frac{n\pi}{6}} \right) \right]$$

$$\vec{U}_{RN(n)} = \vec{U}_{UV(n)} \left[\frac{n_a}{n_1} + \frac{2n_b}{n_1} \cos \left(n \frac{\pi}{6} \right) \right] \quad (6)$$

La expresión del paréntesis es real, por lo tanto el fasor $\vec{U}_{RN(n)}$, si no es nulo, es colineal con $\vec{U}_{UV(n)}$. El sistema U_{RN} , U_{SN} , U_{TN} está en fase con el U_{UV} , U_{VW} , U_{WU} .

Representemos gráficamente el fasor $\vec{U}_{RN(1)}$ según ecuación 1 y 5.

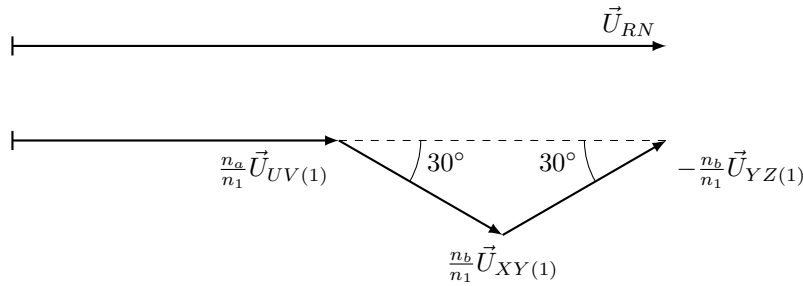


Figura 3

En valor eficaz:

$$U_{RN(1)rms} = \frac{n_a}{n_1} U_{UV(1)rms} + \frac{n_b}{n_1} U_{UV(1)rms} \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + \frac{n_b}{n_1} U_{UV(1)rms} \cos \left(\frac{\pi}{6} \right)$$

La tensión *rms* fundamental da:

$$U_{RN(1)rms} = U_{UV(1)rms} \left(\frac{n_a}{n_1} + 2 \frac{n_b}{n_1} \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) \right)$$

La tensión de fase de salida deseada se ajusta con las relaciones de vueltas $\frac{n_a}{n_1}$ y $\frac{n_b}{n_1}$.

Analicemos ahora qué sucede con los armónicos, ya que el objeto de la conexión es su eliminación.

El fasor del 5^{to} armónico según las ecuaciones 1 y 5, queda como sigue:

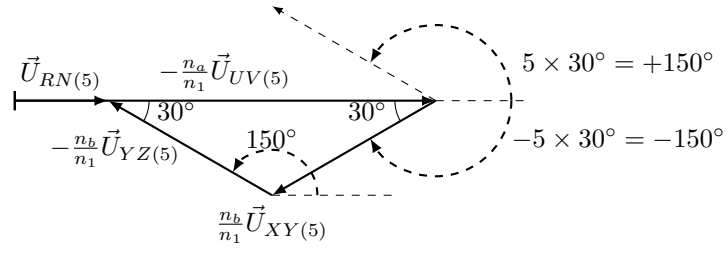


Figura 4

Se ve que eligiendo adecuadamente las relaciones de vueltas, $U_{RN(5)} = 0$.

$$|U_{RN(5)}| = \frac{n_a}{n_1}|U_{UV(5)}| - \frac{n_b}{n_1}|U_{XY(5)}|\cos(30^\circ) - \frac{n_b}{n_1}|U_{YZ(5)}|\cos(30^\circ)$$

$$U_{RMS} \left[\frac{n_a}{n_1} - 2\frac{n_b}{n_1}\cos(30^\circ) \right] = 0$$

$$\cos(30^\circ) = \frac{n_a}{2n_b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \boxed{\frac{n_a}{n_b} = \sqrt{3}}$$

Si las vueltas del secundario de UVW son $n_2 = n_a$, las vueltas de los secundarios de XYZ son $\frac{n_2}{\sqrt{3}}$.

Eligiendo $n_a = n_2$ y $n_b = \frac{n_2}{\sqrt{3}}$ eliminamos el 5^{to} armónico. Veamos qué sucede con los demás armónicos.

La ecuación 6 queda

$$\vec{U}_{RN(n)} = \vec{U}_{UV(n)} \left[\frac{n_2}{n_1} + \frac{2n_2}{\sqrt{3}n_1} \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) \right] = \frac{n_2}{n_1} \vec{U}_{UV(n)} \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) \right] \quad (7)$$

Los armónicos sólo pueden ser impares y no múltiplos de 3.

Iguando la ecuación 7 a cero obtenemos la condición de anulación de armónicos:

$$|\vec{U}_{RN(n)}| = 0 \text{ para } n \text{ tal que } \cos\left(n\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Los armónicos se anulan para:

$$\frac{n\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

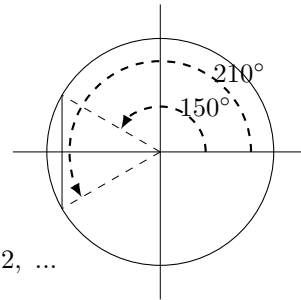
$$\Rightarrow n = 5 + 12k$$

y para

$$\frac{n\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow n = 7 + 12k$$

\therefore Se anulan los armónicos



$$n = (6 \pm 1) + 12k$$

La fundamental vale

$$\vec{U}_{RN(1)} = \frac{2n_2}{n_1} \vec{U}_{UV(1)}$$

$$U_{UV(1)_{rms}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_d$$

El primer armónico no nulo es el 11

$$\vec{U}_{RN(11)} = \vec{U}_{UV(11)} \left[1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cos\left(11\frac{\pi}{6}\right) \right] \frac{n_2}{n_1}$$

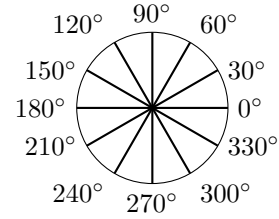
$$\vec{U}_{RN(11)} = 2 \frac{n_2}{n_1} \vec{U}_{UV(11)}$$

$$U_{RN(11)_{rms}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \frac{U_d}{11} \frac{2n_2}{n_1}$$

El armónico 11 tiene el mismo valor que tendría si tuviéramos un único inversor con un transformador de relación $\frac{2n_2}{n_1}$. El primer armónico no eliminado no se amplifica, como sí sucede en la eliminación de armónicos por PWM y un solo inversor.

En general, para $n = 3$ y $n = 2$ los armónicos son nulos, y el resto se puede dividir en dos clases. Por un lado aquellos que se pueden expresar por cualquiera de las dos siguientes expresiones:

$$\begin{cases} n = \frac{\pi}{6} \times 5 + 2k\pi \\ n = \frac{\pi}{6} \times 7 + 2k\pi \end{cases}$$



las cuales se pueden sintetizar en $n = (6 \pm 1) + 12k$. Para éstos, se tiene que $\cos(n\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, y por lo tanto, observando la ecuación 7, se ve que éstos armónicos se anulan. Son los especialmente eliminados por la conexión fork, y corresponden a $n = 5, 7, 17, 19, 29, 31, \dots$

La otra clase corresponde los n tales que

$$\begin{cases} n = \frac{\pi}{6} \times 1 + 2k\pi \\ n = \frac{\pi}{6} \times 11 + 2k\pi \end{cases}$$

expresiones que se pueden condensar en $n = |12k \pm 1|$. Para éstos armónicos, se tiene que $\cos(n\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, y por lo tanto

$$\vec{U}_{RN(n)} = 2 \frac{n_2}{n_1} \vec{U}_{UV(n)}$$

es decir, permanecen incambiados, sólo afectados por la relación de transformación. En este segundo conjunto considerado está presente la fundamental y por ejemplo los armónicos $n = 11, 13, 23, 25, 35, 37, \dots$

De lo anterior se concluye que en el caso de no eliminar ningún armónico en bornes de los inversores (simplemente una onda cuadrada, no modulada), el primer armónico no nulo sería el 11. Si se dedicaran dos conmutaciones para eliminar los armónicos 11 y 13 (y quizá una tercera para el control del fundamental), se tendría como primer armónico no nulo el 23. Además, en todos los casos, la amplitud de estos armónicos no nulos sería la misma que se obtiene en una onda no modulada, sin conexión fork y con un transformador de relación $2\frac{n_2}{n_1}$.

La forma de onda de la tensión de fase se muestra en la figura 5.

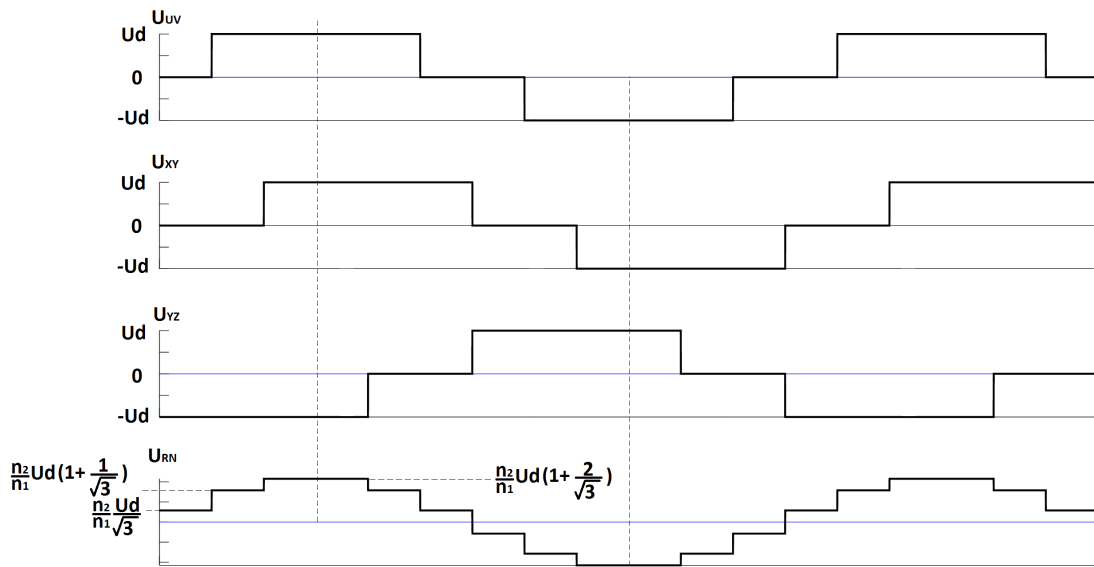


Figura 5: Construcción de la forma de onda de salida.

La conexión fork es una de tantas posibles para eliminar armónicos, generando una tensión que se aproxima más o menos a una sinusoide mediante escalones de tensión. El control de la amplitud o valor eficaz de la fundamental y la eliminación de los armónicos no eliminados puede hacerse combinando este método con PWM.