Problema X

a. Anulando las fuentes $Z_{TH} = R//R = R/2$

Hallamos V_0 por superposición:

Anulando $i(t)$ nos queda un divisor de tensión: $v_{01}(t) = v(t)/2$

Anulando $v(t)$ nos queda $v_{02}(t) = (R//R)i(t) = Ri(t)/2$

Sumando ambos términos $v_0(t) = \frac{v(t)+ri(t)}{2}$

b. Para esta parte usamos el equivalente Thevenin de la parte anterior, para que el período del régimen del circuito sea T, el período de la fuente de Thevenin debe ser T.

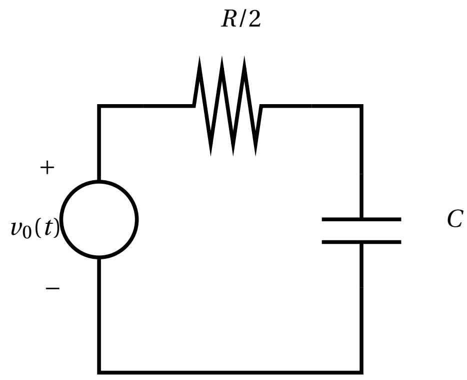

Figura 1: circuito sustituido por el equivalente Thevenin

Graficamos $v_0(t)$ con los datos de esta parte en la figura 2:

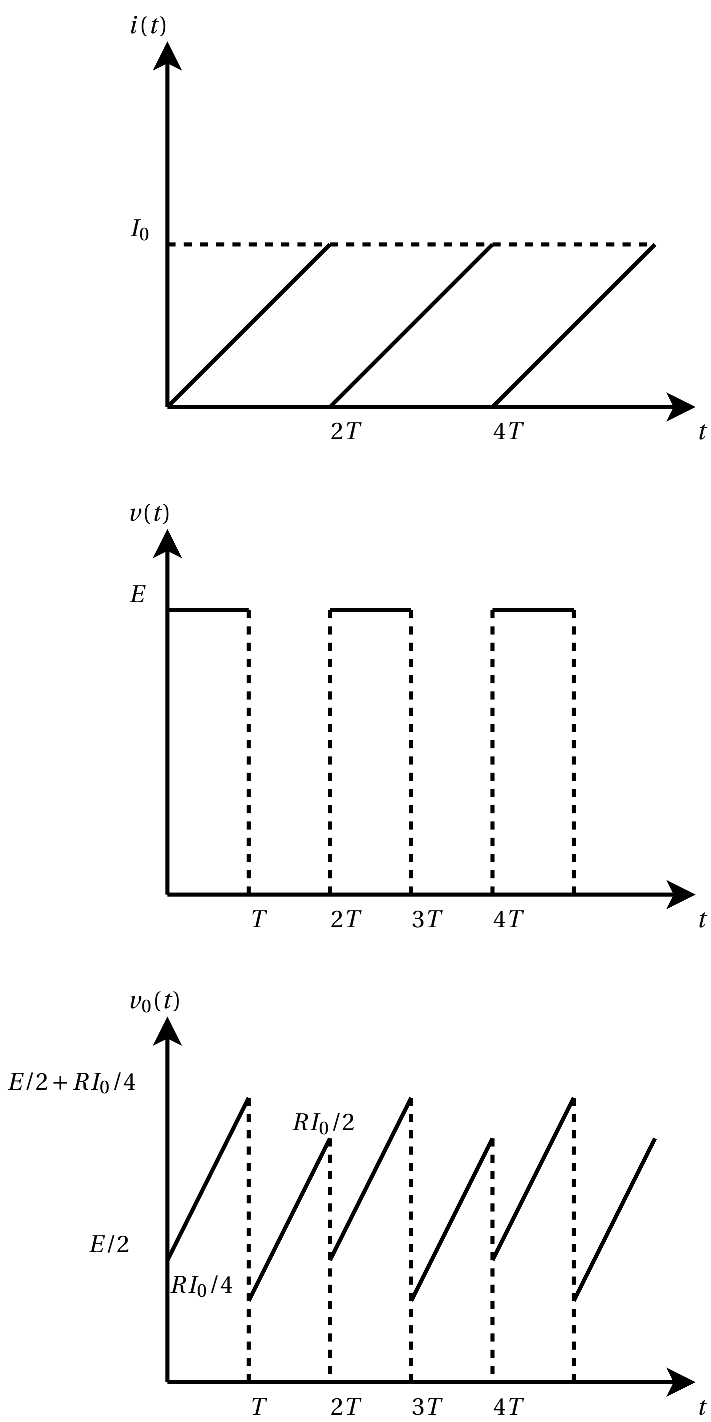

Figura 2: Voltaje de Thevenin

En la gráfica vemos que debe cumplirse $E/2 = RI_0/4$ o sea $2E = RI$.

Finalmente $v_0(t)$ queda como en la figura 3

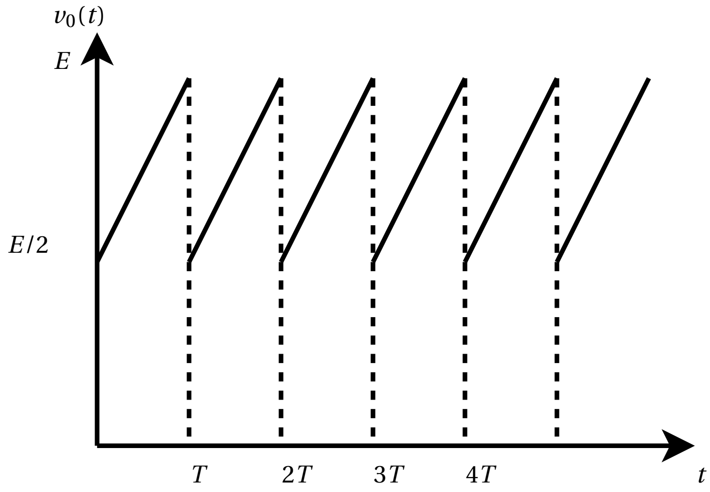

Figura 3: Voltaje de Thevenin

c. Para hallar la salida en régimen asumimos que el sistema arranca en un estado de régimen en $t = 0$ y luego imponemos que en $t = T$ el sistema se encuentra en el mismo estado. El único componente con estado del sistema es el capacitor, por lo cual asumimos que arranca con un voltaje inicial $v_o(0) = v_{c0}$.

El circuito en Laplace queda como en la figura 4

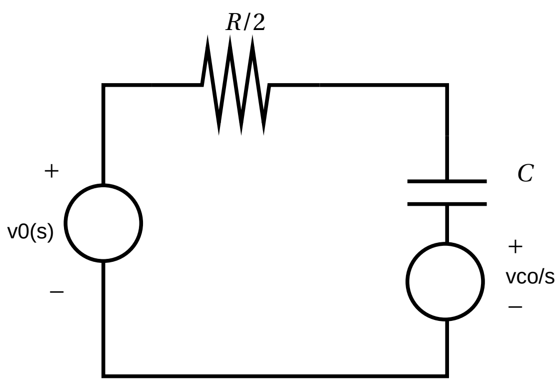

Figura 4: Circuito en Laplace

El voltaje de salida queda:

$$V_o(s) = \frac{\frac{1}{Cs}V_0(s) + \frac{R}{2}\frac{v_{c0}}{s}}{\frac{R}{2} + \frac{1}{Cs}}$$

Donde $V_0(s) = \frac{E}{2}\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{Ts^2}\right)$

$$V_o(s) = \frac{\frac{1}{Cs}\frac{E}{2}\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{Ts^2}\right) + \frac{R}{2}\frac{v_{c0}}{s}}{\frac{R}{2} + \frac{1}{Cs}} = \frac{\frac{E}{2T}\left(s + \frac{1}{T}\right) + s^2 v_{c0}}{s^2\left(s + \frac{1}{T}\right)} = \frac{E}{2Ts^2} + \frac{v_{c0}}{s + \frac{1}{t}}$$

Antitransformando: $v_o(t) = \left(\frac{Et}{2T} + v_{c0}e^{-t/T}\right)Y(t)$

Sólo resta hallar v_{c0}igualando condicion inicial y final: $v_{c0} = v_o(T) = \frac{E}{2} + v_{c0}e^{-1}$ entonces $v_{c0} = \frac{E}{2(1-e^{-1})}$

Sustituyendo en la expresión para $v_o(t)$:

$$v_o(t) = \frac{E}{2}\left(\frac{t}{T} + \frac{e^{-t/T}}{1-e^{-1}}\right) \qquad t \in (0, T]$$