# Optimización de Problemas de Producción

## Ejercicio de modelado

Una empresa desea obtener un plan de producción para satisfacer la demanda pronosticada para los siguientes 12 meses del año de un determinado artículo que vende en el mercado. Existe un costo por producir una unidad de artículo. La empresa tiene la posibilidad de producir en un mes determinado más de lo necesario para satisfacer la demanda de ese mes, y almacenar la cantidad restante de forma adecuada a un cierto costo por unidad y por mes. Los valores de los costos, así como de la demanda, pueden ser diferentes mes a mes.

1) Desarrollar un modelo de programación matemática para el problema planteado. ¿Cómo podría resolverlo?

2) Adaptar la formulación anterior si además del costo unitario, existe un costo por producir, independiente de la cantidad y siempre que esta sea mayor que cero. ¿Cómo podría resolverlo?

3) Piense alguna extensión al problema original, incluidos los costos mencionados en el punto anterior, y proponga un modelo de programación matemática para el mismo e indique que procedimiento utilizaría para resolverlo.

---

1) Definimos los siguientes parámetros:

- $T$: Horizonte de planificación, con $T = 12$.
- $D_t$: Demanda en el período $t$, con $t = 1,..,T$.
- $c_t$: Costo de producir una unidad en el período $t$, con $t = 1,..,T$.
- $h_t$: Costo de mantener en stock una unidad durante el período $t$, con $t = 1,..,T$.

Variables:

- $x_t$: Cantidad a producir una unidad en el período $t$, con $t = 1,..,T$.
- $y_t$: Nivel de inventario en el período $t$, con $t = 1,..,T$, luego de satisfacer la demanda del período.

Se asume que: 1) todos los valores son conocidos con anticipación, no negativos y pueden variar período a período, 2) la demanda se debe satisfacer a tiempo, 3) la capacidad de producción y de almacenamiento no está acotada, 4) el nivel inicial de inventario es cero.

Esta versión de problema de control de inventario con demanda determinista (conocida) y dinámica (puede variar período a período), se conoce en la literatura como *Problema de Dimensionamiento del Lote Económico*, ELSP por sus siglas en inglés. Se puede formular matemáticamente mediante el siguiente problema de Programación Lineal (PL):

$$\min \sum_{t=1}^{T} \left[ c_t x_t + h_t y_t \right]$$

sujeto a :

$$y_t = y_{t-1} + x_t - D_t, \ \ \forall t = 1,...,T \qquad (1)$$

$$y_0 = 0 \qquad (2)$$

$$x_t, y_t \geq 0, \ \ \forall t = 1,...,T \qquad (3)$$

La restricción (1) se conoce como ecuación de balance de inventario, y determina que el nivel de inventario de un período depende del nivel de inventario del período anterior, la cantidad producida y la demanda del período. Observar que mediante esta restricción también se asegura que la demanda de cada período se satisface a tiempo. La restricción (2) asegura que el nivel de inventario inicial es cero. Por último, la restricción (3) asegura la no negatividad de las variables.

Al tratarse de un problema PL puede ser resuelto de forma óptima mediante por ejemplo el Método Simplex.