Trabajo de Laboratorio 3: Mediciones en Circuitos de CA

Unidades temáticas relacionadas
UT III: MEDICIÓN DE SEÑALES VARIABLES EN EL TIEMPO
UT IV: CIRCUITOS DE “CORRIENTE ALTERNA”

Introducción y repaso:

a) Circuitos con excitación senoidal (circuitos de CA)

Se denominan *circuitos de CA* aquellos en los que los generadores *(de tensión* o de *corriente*) son *funciones senoidales del tiempo* con período **T**: **$f(t) = A$ sen $(\omega t + \varphi_o)$**, donde **A** es la *amplitud* de la función, **f(Hz) = 1/T(s)** es la *frecuencia (repeticiones por unidad de tiempo) y* **ω(rad/s) = 2π/T** es la *frecuencia angular*. En los circuitos de CA los *elementos pasivos* son resistencias **R(Ω)** (conductancias **G(S)=1/R(Ω)**), capacitancias **C(F)** e inductancias **L(Hy)**. En *estado estacionario* las tensiones y las corrientes instantáneas en cada elemento de circuito son funciones senoidales de la misma frecuencia pero desfasadas en el tiempo, el desfasaje es constante, pero depende de la frecuencia.

Ejemplo: La Figura que sigue muestra un capacitor conectado a un generador de tensión senoidal. Puede verse que la corriente es una sinusoide de la misma frecuencia, pero que está adelantada (los máximos de I ocurren antes que los de V) y el adelanto es ¼ del período (π/2).

Si V = Vo sen (ωt), resulta I = Io sen (ωt + π/2).

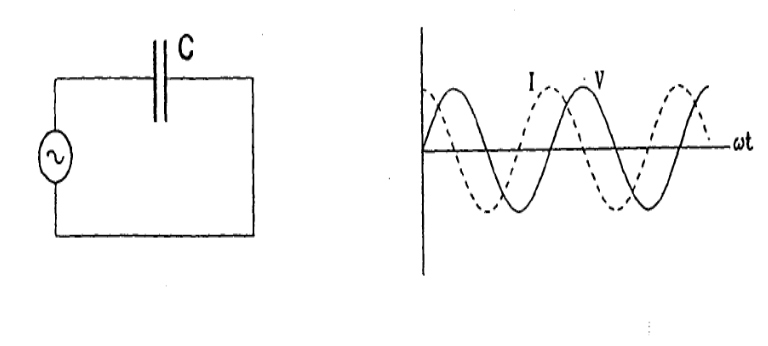

Fig. 7 Fig. 8

b) Impedancia compleja y 1ª Ley de Ohm

A efectos de que en estado estacionario se pueda definir el equivalente a la 1ª Ley de Ohm de los circuitos de CC (**V = I * R** donde **V** es la ddp entre los terminales de **R** e **I** la intensidad de la corriente que circula por **R**, de modo que la relación entre **V** e **I** es lineal), se introduce el concepto de *impedancia compleja* ***Z(Ω)*** *o admitancia compleja* ***Y(S)=1/Z(Ω)*** *que se representan mediante* números complejos. De esa manera, se tendrán las expresiones con números complejos:

Z = V(t)/I(t) --> I(t) = V(t)/Z ; V(t) = I(t)*Z
Y = I(t)/V(t) --> V(t) = I(t)/Y ; I(t) = V(t)*Y

NOTA: Los números complejos **Z** se representan bajo la forma *binomial* **Z = ReZ + j * ImZ,** o bajo la forma *exponencial:* **Z = |Z|*$e^{j\varphi}$** donde **|Z| = [ReZ^2+ImZ^2]$^{1/2}$** es el *módulo* del número complejo **Z**, ***j = √-1*** es la *unidad imaginaria*, φ es el *ángulo de fase* del complejo **Z**, **ReZ = |Z| * cos(φ)** e **ImZ = |Z| * sen(φ)** son respectivamente las *partes real e imaginaria* de **Z**. El número real puro **1** (*unidad real*) es el número complejo **1= 1+ j*0 = 1*e^{j0}** mientras que el número imaginario puro **j** (*unidad imaginaria*) es el número complejo **j = 0+ j*1 = 1*$e^{j\pi/2}$**. Téngase en cuenta que **ReZ** e **ImZ** son números reales positivos, negativos o nulos, y que **|Z|** es un número real positivo (a excepción del complejo cero, **Z = 0+j*0** cuyo módulo es 0, nótese que sus partes real e imaginaria son nulas, y que no está definido el ángulo de fase). Los números reales se representan gráficamente sobre la *recta real* mientras que los números complejos se representan como *vectores en el plano complejo*. En la suma o resta de números complejos, se suman (o restan) las partes reales entre sí y las imaginarias entre sí (lo mismo al multiplicar un complejo por un número real). En el producto (o cociente) de números complejos, se multiplican (o dividen) los módulos, y se suman (o restan) los ángulos de fase.

Para el circuito RC mostrado en la Figura anterior, la 1ª Ley de Ohm para CA en su forma “compleja” se escribirá:

$$V_C(t) = V(t) = Vo\, e^{j\,(\omega t)}$$

Como $Q_C = C * V_C(t) = C * Vo * e^{j\,(\omega t)}$ y por otra parte $I_C = dQ_C/dt$ resulta $I_C = Vo * C * d(e^{j\,(\omega t)})/dt = Vo * j\omega C * e^{j\,(\omega t)}$, es decir:

$$I(t) = Io\, e^{j\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}$$

donde Io = Vo/ωC y se utilizó la equivalencia $j = 1*e^{j\pi/2}$. I(t) resultó una sinusoide de la misma frecuencia ω que la tensión V(t), adelantada en π/2 respecto de V(t). Esto equivale a decir que Vt) está atrasada en π/2 respecto de I(t).

Si definimos $Z_C = V_C / I_C$, obtenemos $Z_C = 1/\,\omega C * e^{-j\frac{\pi}{2}}$

El número complejo Z_C tiene módulo $|Z_C| = 1/\omega C$ y fase $\varphi_C = -\pi/2$. Entonces, $ReZ_C = 0$ e $ImZ_C = -1/\omega C$. Z_C resulta independiente del tiempo, dado que representa una propiedad estable del elemento de circuito, pero sin embargo depende de la frecuencia.

NOTA: Análogamente se puede demostrar que la impedancia de una inductancia L es $Z_L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}$ (se parte de la expresión $V_L = L * dI/dt$) entonces, el módulo es $|Z_L| = \omega L$ y la fase $\varphi_L = \pi/2$, es decir $ReZ_L = 0$ e $ImZ_L = \omega L$.

Se conviene en renombrar a la “impedancia” Z de un capacitor o una inductancia, respectivamente, como:

Reactancia capacitiva $X_C = -j/\omega C = 1/\omega C * e^{-j\frac{\pi}{2}}$
Reactancia inductiva $X_L = j\omega L = \omega L * e^{j\frac{\pi}{2}}$

NOTA: Algunos autores definen las reactancias X como ImZ (sin agregar la unidad imaginaria j): $X_C = -1/\omega C$ y $X_L = \omega L$, que son números reales. Con esta convención, las impedancias complejas se escriben $Z_L = jX_L$ y $Z_L = jX_C$. Otros autores definen ambas reactancias como números reales positivos, entonces $X_C = 1/\omega C$ (sin el signo "-"), con lo que resultará $Z_C = -jX_C$. Hay que verificar la convención que utiliza la fuente bibliográfica para representar las reactancias.

Nótese que la reactancia capacitiva disminuye con la frecuencia mientras que la inductiva aumenta con la frecuencia. En un régimen de CC (DC, ω=0) el capacitor presenta impedancia ∞ mientas que la inductancia se ve como un cortocircuito.

Las impedancias de resistencias (R), capacitores (X_C) e inductancias (X_L) se agrupan en serie o en paralelo de acuerdo con las mismas definiciones dadas para CC, y sus equivalentes se calculan de la misma forma pero se opera con números complejos.

Si un circuito pasivo contiene resistencias (conductancias), la impedancia Z total tendrá parte real e imaginaria. La parte real (ReZ) representa una resistencia ideal ReZ = R mientras que la parte imaginaria se identifica con un componente reactivo ideal en serie con R, ImZ = X_K (reactancia inductiva si la fase es positiva, equivale a una inductancia de valor L = ImZ/ω, reactancia capacitiva si la fase es negativa, equivale a un capacitor de valor C = ImZ * ω).

Es decir que una impedancia Z puede pensarse como una resistencia R = ReZ en serie con una capacitancia o una inductancia:
Z = R + X (ó Z= R + jX, según la convención utilizada para expresar la reactancia, ver más arriba)

Análogamente, la admitancia compleja **Y = 1/Z**, puede pensarse como una conductancia G = ReY en paralelo con una *suceptancia* **B = ImY.** La conductancia G es igual a 1/R (R= ReZ), mientras que la suceptancia compleja B es igual a -1/ X (X= ImZ). De acuerdo con la convención utilizada para expresar la reactancia (ver más arriba), la suceptancia puede expresarse como -j/X

c) Disipación de potencia en circuitos de CA

En un circuito con excitación senoidal (corrientes y tensiones senoidales), en los hemiciclos "positivos" de la excitación se almacena energía en la componente reactiva del circuito, energía que es devuelta a los generadores en los hemiciclos "negativos"; por lo tanto, en un ciclo completo, la parte reactiva del circuito no consume potencia. En cambio, la parte resistiva del circuito disipa potencia en ambos hemiciclos, produciendo calor por Efecto Joule.

Dada una impedancia $Z = |Z| * e^{j\varphi}$ por la que circula una corriente Io $e^{j(\omega t)}$, la potencia media disipada en la parte resistiva (R = ReZ) en un ciclo completo (un período) se calcula con cualquiera de las expresiones siuientes:

$$Wm = 1/T \int_0^T V(t) * I(t)dt = 1/T \int_0^T \frac{1}{R} * V2(t)dt = 1/T \int_0^T R\, I2(t)dt$$

donde I(t) = Io $e^{j(\omega t)}$ y V(t) = Vo $e^{j(\omega t-\varphi)}$ o alternativamente V(t) = Vo $e^{j(\omega t)}$ e I(t) = Io $e^{j(\omega t+\varphi)}$, y se cumple Vo = Io * $|Z|$.

El resultado es Wm = ½ Vo * Io = ½ Vo^2 /R = ½ R * Io^2, es decir, la potencia que disiparía la resistencia R = ReZ si estuvese recorrida por una corriente constante de valor $I_{eff} = Io/\sqrt{2}$, o si estuviese sometida a una ddp constante de valor $V_{eff} = Vo/\sqrt{2}$.
Se denomina *valor eficaz* de una corriente o de una tensión periódicas, al valor de corriente (o tensión) constante que en un ciclo disipa la misma potencia en una resistencia. Para tensiones (corrientes) senoidales, el valor eficaz es la amplitud Vp dividido $\sqrt{2}$ (Ip/$\sqrt{2}$), aproximadamente 0,707 Vp (0,707 Ip)

Objetivos del TL 3:

i) Caracterizar señales de CA (morfología, Vp, Vpp, Vef, T, f, ω, φ)
ii) Caracterizar impedancias y admitancias complejas en circuitos de CA (resistencias, reactancias, $|Z|$, φ_Z, $|Y|$, φ_Y)
iii) Visualizar en el osciloscopio, en forma simultánea, tensiones y corrientes en circuitos de CA
iv) Determinar experimentalmente los parámetros de señales V(t) e I(t) de CA midiéndolos en la pantalla del osciloscopio
v) Determinar experimentalmente impedancias o admitancias ($|Z|$, φ_Z, $|Y|$, φ_Y), partiendo de medidas de V(t) e I(t) en CA

Materiales utilizados:

- Generador de funciones
- Osciloscopio
- Plaqueta de montaje experimental Protoboard (®), alambres aislados de colores diversos, pinza de puntas, pinza de corte (alicate)
- Componentes electrónicos: resistencias y capacitores
- Cables de conexión

Procedimiento:

a) Arme en la Protoboard el circuito de la Figs. **TL 3-1** (impedancia RC-serie). NÓTESE el intercalado de una resistencia pequeña R_I utilizada para medir I(t).
b) Seleccione en el Generador de funciones: forma de onda - senoidal, amplitud $\approx$ 10 Vpp, Voff - nulo, simetría (ciclo de trabajo) - 50%/50%. Conecte la salida SYNC del GEN a la entrada EXT TRIGG del osciloscopio.
c) Configure el osciloscopio para observar en pantalla, simultáneamente, las señales V1= V(t) V2= R_I * I(t). Conviene que los "0" de ambas señales aparezcan superpuestos. Sincronice para logara imágenes estáticas en la pantalla.
d) Utilizando la mejor resolución posible, mida los parámetros de las señales V1 y V2: Vpp, T, δ_t con sus incertidumbres. Vuelque los resultados experimentales en la Tabla **TL 3-1**. A partir de los valores medidos, calcule los observables de CA que correspondan. y asiéntelos en la Tabla **TL 3-1**.
e) Repita el armado, las mediciones y los cálculos, para el circuito de la Fig. **L 3-2** (impedancia RC-paralelo). Confeccione la Tabla **TL 3-2** en forma similar a la Tabla **TL 3-1**.
f) A partir de los valores experimentales de V_Z e I_Z, calcule módulo y fase de las impedancias Z y las admitancias Y, para el circuito RC-serie y el circuito RC-paralelo. Calcule ReZ, Im, ReY, ImY. Represente Z e Y en el plano complejo.
g) Valore la *exactitud* (**Ex = valor medido - valor teórico**) de sus resultados experimentales comparando con los valores teóricos (cuando estos se conozcan a priori).

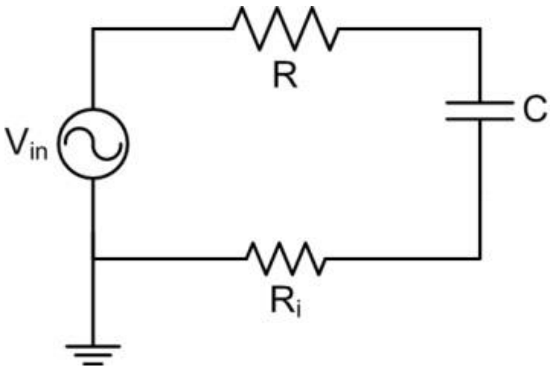

Fig. TL 3-1

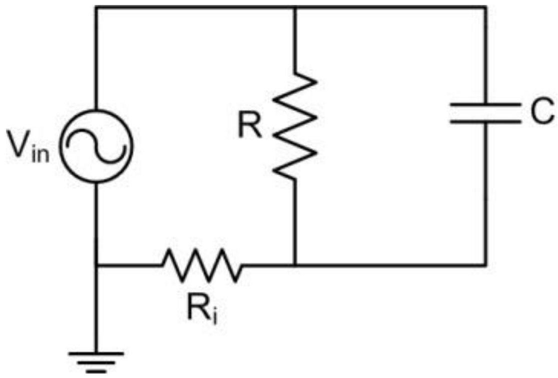

Fig. TL 3-2

Tabla TL 3-1			
	V-CH1 (V)	**V-CH2 (V)**	**I (A) = V_2 / R_I**
V_{pp} ó I_{pp}	±	±	±
V_p ó I_p	±	±	±
T(s)	±		
f(Hz)=1/T(s)	±		
ω(rad/s)=2πf	±		
	t_1(s)	**t_2(s)**	**δt(s) = t_2-t_1**
t "cruce x 0"	±	±	±
φ_V- φ_I = $\Delta\varphi$(rad) = 2$\pi\delta$t/T = $\omega\delta$t		±	
$\vert Z\vert$(Ω)=Vp/Ip	±	**φ_Z(rad)=φ_V- φ_I**	±
R_Z(Ω)=ReZ(Ω) = $\vert Z\vert$cosφ_Z	±	**X_Z(Ω)=ImZ(Ω) = $\vert Z\vert$senφ_Z**	±
$\vert Y\vert$(S)=$\vert Z\vert^{-1}$	±	**φ_Y(rad)= -φ_Z**	±
G_Y(S)=ReY(S) = $\vert Y\vert$cosφ_Y	±	**ImY(S) = $\vert Y\vert$cosφ_Y**	±