

GP 2: Análisis de transitorios en Circuitos RC

Unidades temáticas relacionadas:

UT III: MEDICIÓN DE SEÑALES VARIABLES EN EL TIEMPO
UT X: APLICACIONES EN BIOLOGÍA EXPERIMENTAL Y FISIOLÓGÍA

Introducción y repaso:

1ª Ley de Ohm: $R(\Omega) = V(V) / I(A)$; R es la *resistencia*; $R = 1 / G$; $1\Omega = 1/S$
 $G(S) = I(A) / V(V)$; G es la *conductancia*; $G = 1 / R$; $1S = 1/\Omega$

2ª Ley de Ohm: dependencia de R o G con la geometría y las características del material

Para un conductor de sección transversal homogénea $S(\text{cm}^2)$ y longitud $l(\text{cm})$

$R(\Omega) = \rho \cdot l / S$; donde $\rho(\Omega \cdot \text{cm}) = 1 / \sigma(\text{S/cm})$ es la *resistividad* del material

$G(S) = \sigma \cdot S / l$; donde $\sigma(\text{S/cm}) = 1 / \rho(\Omega \cdot \text{cm})$ es la *conductividad* del material

Conexión de resistencias (conductancias): series y paralelos

Dos resistencias R_1 y R_2 conectadas *en serie* equivalen a la suma de ambas resistencias --> $R_{\text{serie}} = R_1 + R_2$
Recíprocamente, $1/G_{\text{serie}} = 1/G_1 + 1/G_2$ o bien $G_{\text{serie}} = (G_1 \cdot G_2) / (G_1 + G_2)$

Dos conductancias G_1 y G_2 conectadas *en paralelo* equivalen a la suma de ambas conductancias --> $G_{\parallel} = G_1 + G_2$
Recíprocamente, $1/R_{\parallel} = 1/R_1 + 1/R_2$ o bien $R_{\parallel} = (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$

Capacitores: $C(F) = Q(\text{Coulomb}) / V(V)$; C es la *capacitancia*

Dependencia de C con la geometría y las características del dieléctrico:

Para un capacitor de sección transversal $S(\text{cm}^2)$ y espesor $l(\text{cm})$, si el espesor es despreciable frente a las dimensiones que conforman la superficie (*capacitor "plano"*), se pueden despreciar los *efectos de borde* sobre el *campo electrostático*. En esas condiciones es válida la siguiente aproximación:

$C(F) = \epsilon \cdot S / l$; donde $\epsilon(\text{F/cm})$ es la *constante dieléctrica* del material aislante

Conexión de capacitores: series y paralelos

Dos capacitancias C_1 y C_2 conectadas *en paralelo* equivalen a la suma de ambas capacitancias --> $C_{\parallel} = C_1 + C_2$

Dos capacitancias C_1 y C_2 conectadas *en serie* equivalen a un capacitor de valor $C_{\text{serie}} = (C_1 \cdot C_2) / (C_1 + C_2)$
es decir: $1/C_{\text{serie}} = 1/C_1 + 1/C_2$

Problema 2-1:

Se desea construir un resistor que valga 50Ω a T ambiente, utilizando un alambre de Ag de sección circular uniforme (diámetro $300 \mu\text{m}$). ¿Qué longitud de alambre deberá utilizarse?; ¿cuánto vale la conductancia de ese resistor? Los datos faltantes deberá encontrarlos en Tablas disponibles en la literatura o en INTERNET®.

Problema 2-2:

Utilizando los datos del modelo eléctrico de la membrana plasmática del soma neuronal en condiciones de reposo a temperatura fisiológica (**Problema 1-10**), haga un cálculo de la *conductividad* y la *resistividad* del material de dicha membrana; suponga que la membrana plasmática tiene un espesor de 70 nm ($70 \cdot 10^{-9} \text{ m}$). ¿Cuánto vale la *conductancia específica por unidad de superficie* $g(\text{S/cm}^2)$ de esa membrana? ¿Y la *resistencia específica por unidad de superficie*? ¿Qué unidades tendrá esa "resistencia específica"?

AYUDA: haga un dibujo de la geometría aproximada del soma, identifique la dirección de las líneas de corriente (se pueden suponer perpendiculares a la membrana), identifique donde "se encuentra" l y donde "se encuentra" S , y asígneles los valores que se han obtenido de la morfología (se incluyen entre los datos de ambos enunciados)

Problema 2-3:

Las membranas celulares pueden considerarse como dos *conductores* (las soluciones salinas intra- y extra-celular) separadas por un *aislador* (la bicapa lipídica). Experimentalmente se ha determinado que la *capacidad específica por unidad de superficie* de la membrana es aproximadamente $1 \mu\text{F/cm}^2$ (resulta un valor bastante conservado, cuando se estudian membranas de diferentes células y en diferentes especies). Dada la relación entre radio de curvatura y espesor, se puede suponer que un capacitor plano es un buen modelo para el soma neuronal. ¿Cuánto vale la constante dieléctrica de la bicapa lipídica? ¿Cuánto vale la capacidad total de la membrana somática?

Problema 2-4:

De acuerdo con lo expuesto en los problemas anteriores, la membrana neuronal puede considerarse como un generador de tensión en serie con una resistencia (circuito equivalente de Thevenin, véase el **Problema 1-10**) al que se le agrega un capacitor (*capacitor de membrana*) en paralelo. Dibuje el circuito completo. ¿Cuánto vale la constante de tiempo del modelo circuital de la membrana plasmática (*modelo del circuito RC simple*)?

Problema 2-5:

En un experimento de electrofisiología celular se sumerge totalmente el soma de la neurona del **Problema 2-4** en una caja de Petri con solución fisiológica y se lo "empala" con un microelectrodo de vidrio (*micropipeta*) lleno de solución salina y que presenta una resistencia de $20 \text{ M}\Omega$, de modo que la punta extremadamente fina del microelectrodo está en contacto con el lado intracelular de la membrana. La pipeta de vidrio está a su vez conectada, mediante un alambre de Ag, a una fuente de tensión *ideal* cuya fem es un *escalón de tensión* de amplitud $\epsilon = +10 \text{ mV}$ (puede considerarse como un generador de tensión constante, con un *interruptor* que se "cierra" en $t=0$). Mediante un electrodo de Ag, el terminal negativo de la fuente de tensión se conecta a la solución extracelular en la caja de Petri. Se pueden despreciar los efectos resistivos de la solución extracelular, de los electrodos de Ag y los potenciales de contacto de las diferentes interfases líquido-metal.

a) Confeccione un diagrama (croquis) que permita visualizar los diferentes elementos del diseño experimental

b) Dibuje un circuito que represente a la membrana y a los elementos externos conectados a ella. Coloque un nodo en el punto de unión de la fuente de tensión y la micropipeta (*nodo "A"*). Coloque un nodo en el punto de unión del extremo intracelular del

microelectrodo con el lado intracelular de la membrana (*nodo "i"*). Coloque un nodo en el punto de unión del lado extracelular de la membrana con la solución salina extracelular (*nodo "e"*). Conecte el nodo "e" a tierra ($V_e = 0$).

c) Calcule los valores de tensión sobre el capacitor de membrana y sobre la resistencia de membrana, para el estado estacionario previo a $t=0$ (estado de reposo, estado estacionario inicial). ¿Cuánta carga hay acumulada en el capacitor de membrana en estado de reposo?

AYUDA: considere que la corriente que atraviesa la membrana tiene una *componente iónica* que circula a través de la resistencia de membrana, y una *corriente capacitiva* cuyo efecto es modificar la carga del capacitor de membrana. En estado de reposo, la corriente transmembrana es nula. En estado estacionario, el capacitor de membrana es un circuito abierto (no drena corriente).

d) Calcule los valores de tensión sobre el capacitor de membrana y sobre la resistencia de membrana para el estado estacionario posterior a $t=0$ (estado final). ¿Cuánto vale la corriente transmembrana final? ¿Qué porcentaje de esta corriente es transportada por iones? ¿Cuánta carga tiene el capacitor de membrana en el estado estacionario final? ¿Cuánto vale la constante de tiempo τ ?

AYUDA: resuelva el circuito en el estado estacionario final ($t \equiv \infty$).

e) Dibuje una gráfica aproximada X-t para cada una de las variables eléctricas de interés, desde un tiempo anterior al inicio, hasta un tiempo superior a 10τ . Represente los ejes a escala, de manera que los valores estacionarios inicial y final puedan ser representados.

NOTA: en términos prácticos, puede considerarse que el estado estacionario se alcanza después de haber transcurrido un lapso aproximadamente igual a 5τ .