

TL 2: Caracterización de transitorios en circuitos RC

Unidades temáticas relacionadas: UT III: MEDICIÓN DE SEÑALES VARIABLES EN EL TIEMPO

Introducción:

I) Descripción de funciones variables en el tiempo: Los observables que no se mantienen constantes a lo largo del tiempo, se representan mediante variables que son *funciones del tiempo* [genéricamente $f(t)$], y se representan mediante gráficas conocidas como *gráficas X-t*. En general, se denomina *señales* a este tipo de observables. Para observar y medir señales, se deben construir y visualizar sus respectivas gráficas X-t.

Una clase especial de funciones del tiempo son las *funciones periódicas*, que repiten sus valores a intervalos regulares cuya medida es el *período* de la función (T), es decir $f(t) = f(t+T)$ para todos los valores de t . Suele utilizarse como parámetro asociado a la periodicidad la *frecuencia de repetición* $\nu = 1/T$. Si T se mide en **s**, ν se mide en Hertz (**Hz**). $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$. 1 KHz corresponde a 1 ms (10^{-3} s). Con frecuencia se utiliza la unidad "ciclos por segundo" (cps, $1 \text{ cps} = 1 \text{ Hz}$).

II) Circuitos con tensiones y corrientes variables: En la teoría de circuitos que se desarrolla a continuación, los *elementos pasivos* (las resistencias/conductancias, las *capacitancias* y las *inductancias*) se suponen constantes a lo largo del tiempo, y solamente los generadores (de tensión o de corriente) se representarán mediante fems o corrientes de cortocircuito, variables en el tiempo [$\varepsilon(t)$, $i_0(t)$]. En consecuencia, en cada rama del circuito (aún si solamente se trata de un circuito resistivo) las ddp y las corrientes serán también funciones del tiempo (señales).

Es útil interpretar las tensiones $V(t)$ periódicas como la suma de una componente constante (V_{DC}) y una componente variable (V_{AC}), $V(t) = V_{DC} + V_{AC}$, donde V_{DC} es el *valor medio temporal* de $V(t)$: $V_{DC} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T V(t) dt$ y representa la parte constante de la señal (componente de "continua") mientras que $V_{AC} = V(t) - V_{DC}$ representa la parte variable (componente de "alterna"). Idéntica interpretación puede hacerse para las corrientes $I(t)$ periódicas.

III) Generador de funciones: Para proveer a un circuito de una fuente de tensión variable en el tiempo se utiliza un *generador de funciones* (GEN) que produce *tensiones* de salida $V(t)$ periódicas con *formas de onda* seleccionables, típicamente: función *sinusoidal* ("senoidal") onda *rectangular* ("cuadrada") y onda *triangular*. El GEN permite fijar la frecuencia de repetición ν (generalmente son valores *calibrados*), la máxima tensión de la componente variable (*amplitud*, V_p) y el desplazamiento del 0 en la tensión de salida (V_{off}), que generalmente son valores *no calibrados*. Habitualmente, el GEN produce funciones periódicas con valor medio nulo (simetría en amplitud) de modo que resulta $V_{DC} = V_{off}$. La amplitud de la componente V_{AC} puede indicarse también como *tensión "pico a pico"* $V_{pp} = 2 \cdot V_p$.

NOTA 1: habitualmente la tensión de salida del GEN está referida a tierra, es decir que uno de los terminales de salida corresponde a 0 V (excepcionalmente, algunos GENs proveen *salida flotante*, es decir ninguno de ambos terminales está referido a tierra). Cuando se utilizan simultáneamente un GEN con un CRT, la referencia (tierra) del GEN debe conectarse a la referencia (tierra) del CRT (ver más abajo)

NOTA 2: el GEN provee además una *salida de sincronía* (SYNC) que puede utilizarse para sincronizar el barrido horizontal del CRT con la base de tiempos del GEN (ver más abajo). La salida SYNC está referida a tierra.

IV) Osciloscopio: Si el cambio de la señal es suficientemente lento (por ejemplo $T > 10 \text{ s}$) es posible realizar medidas con un instrumento de continua (analógico o digital), anotar los valores medidos en una tabla y construir la gráfica X-t "a mano" en tiempo diferido. El supuesto en este procedimiento es que la señal se mantiene invariable durante el tiempo en que el observador realiza cada lectura individual. Pero lo habitual es que las señales varíen tan rápido que no es posible suponerlas estacionarias durante la "lectura".

En estos casos, para visualizar la gráfica X-t de una tensión variable $V(t)$ se utiliza un *osciloscopio* (CRT, según la denominación inglesa "cathode-ray tube", por la tecnología utilizada en los osciloscopios analógicos). El CRT "dibuja" en una pantalla luminosa sobre la que se desplaza un punto: el movimiento horizontal (*barrido horizontal*) se realiza a *velocidad constante* generando una *base de tiempos* cuyas equivalencias (**ms/cm**) son valores seleccionables calibrados, mientras que el movimiento vertical (*deflexión vertical*) reproduce la tensión $V(t)$ conectada al *amplificador vertical*, con equivalencias (**mV/cm**) seleccionables en valores calibrados. El amplificador vertical de un CRT se comporta como un Voltímetro con impedancia ("resistencia de entrada") elevada; típicamente $1 \text{ M}\Omega // 0,47 \text{ pF}$, una resistencia de $10^6 \Omega$ conectada en paralelo con un capacitor (ver más abajo) de $0,47 \cdot 10^{-12} \text{ F}$

La *entrada* del amplificador vertical ofrece tres modos de *acoplamiento*: i) acople DC - exhibe la señal competa $V(t) = V_{DC} + V_{AC}$, ii) acople AC - exhibe solamente la componente V_{AC} (bloquea la componente V_{DC}), iii) GND (*ground*) cortocircuita a tierra la entrada del amplificador, de modo que la señal que se visualiza es $V = 0 \text{ V}$. Casi siempre un CRT ofrece 2 canales independientes de amplificación vertical (CH1 y CH2).

NOTA: la entrada del amplificador vertical está siempre referida a tierra (uno de sus terminales corresponde a 0 V). Cuando se utilizan simultáneamente un CRT con un GEN, la referencia (tierra) del CRT debe conectarse a la referencia (tierra) del GEN (ver más arriba).

El CRT provee una función de *sincronía* (*trigger*, "disparo") que permite estabilizar la imagen cuando se exhiben señales periódicas la sincronía se consigue disparando el barrido horizontal en fase con un señal de referencia (*señal de sincronía*). La señal de sincronía puede ser "interna" (INTSYN) proveniente del CH1 o del CH2, o externa (EXTSYN, ver más arriba), y estar acoplada en DC o en AC. La sincronía se obtiene disparando el barrido horizontal cuando la señal de sincronía cruza un nivel de referencia prefijado (*trigger level*). En modo automático (AUTO) el nivel de disparo es 0 V. En modo LINE la señal de sincronía se toma de la tensión de alimentación del CRT (en Uruguay es 220 ACV, 50 Hz) y sirve para que en la imagen, las interferencias generadas en la línea aparezcan "fijas" lo que permite individualizarlas.

V) Condensadores: Una disposición de 2 (dos) conductores separados por un *aislador* se denomina *condensador* ("capacitor"). El condensador permite acumular una carga Q (en valor absoluto) proporcional a la ddp (V) que exista entre los conductores. Se denomina *capacidad* ("capacitancia") C al cociente $C = Q/V$; en el SI C se mide en *Farad* ("faradio", **F**), $1 \text{ F} = 1 \text{ Coulomb}/1 \text{ V}$. Las capacitancias habituales son mucho menores que 1 F , por lo que se utilizan los *submúltiplos*: $\mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$, $\text{nF} = 10^{-9} \text{ F}$, $\text{pF} = 10^{-12} \text{ F}$.

NOTA 1: no debe confundirse la unidad de capacitancia Farad ("faradio", F) con la unidad de carga eléctrica Faraday (Fy) de uso habitual en electroquímica; $1 \text{ Fy} = 96485,3399 \text{ Coulomb}$, que es la carga eléctrica (en valor absoluto) de 1 Mol de electrones.

NOTA 2: en la literatura, a veces se denominan "armaduras" del condensador al par de conductores y "dieléctrico" al aislador, aunque estos términos exigen definiciones más rigurosas.

La "carga" Q de un condensador se distribuye en cada conductor como cargas de distinto signo: $Q^+ = +Q$ y $Q^- = -Q$, en consecuencia los terminales de un capacitor cargado adquieren polaridad positiva (+) y negativa (-) respectivamente, asemejándose a un generador de tensión continua. Idealmente, el dieléctrico es un aislador perfecto, por lo que a través de un condensador no puede haber circulación de carga, comportándose como circuito abierto. Debido a la geometría de un condensador dado y a las características intrínsecas del dieléctrico, este último pierde sus propiedades aislantes si la tensión V supera un valor crítico (*tensión de ruptura*), en tal caso, el dieléctrico (y el condensador) quedan en cortocircuito.

VI) Circuito RC-serie: Si se conecta a los terminales de un generador de tensión ideal ($fem = \mathcal{E}$, $R_i = 0$), un capacitor ideal (su dieléctrico es un aislador ideal) descargado, instantáneamente el capacitor adquiere entre sus terminales la tensión $V_C = \mathcal{E}$ (el generador y el capacitor están en paralelo) con la polaridad que fija el generador y en consecuencia una carga $Q = C \cdot \mathcal{E}$.

NOTA 1: el terminal positivo del capacitor adquiere la carga $+C \cdot \mathcal{E}$ mientras que su terminal negativo adquiere la carga $-C \cdot \mathcal{E}$. Puede interpretarse que la carga $+C \cdot \mathcal{E}$ fluyó del terminal positivo del generador a un terminal del capacitor (que quedó entonces con polaridad positiva) y la carga $-C \cdot \mathcal{E}$ fluyó (del generador) al otro terminal del capacitor, o alternativamente que la misma carga $+C \cdot \mathcal{E}$ fluyó del terminal "negativo" del capacitor hacia el generador. Ambas descripciones son aceptables.

Si se considera el circuito formado por el generador y el capacitor, para "cargar" el capacitor se necesita transferirle una carga Q . Como en el instante inicial el capacitor está descargado, $V_C = 0$ y se comporta como un cortocircuito (el capacitor "cortocircuita" al generador), y al ser $R_i = 0$ circula una corriente $I_{C \text{ inicial}} = \infty$ durante un tiempo infinitesimalmente corto, $t_{\text{carga}} = 0$, para satisfacer el valor finito de $Q = C \cdot \mathcal{E} = I_{C \text{ inicial}} \cdot t_{\text{carga}} = \infty \cdot 0$. Una vez cargado el capacitor, la corriente $I_{C \text{ final}}$ que circula es nula pues el dieléctrico es un aislador ideal y el condensador se comporta como un circuito abierto.

Diferente es la situación si se considera una resistencia R en serie interpuesta ente el generador y el capacitor (podría ser la R_i de un generador real, o una R intercalada ex profeso). La resistencia R reduce la corriente de carga del capacitor, ahora $I_{C \text{ inicial}} = \mathcal{E}/R$, por lo que se necesitará tiempo para transferir la misma carga $Q = C \cdot \mathcal{E}$ al capacitor. La carga ya no es instantánea, pero finalmente, con el capacitor completamente cargado, $V_C \text{ final} = \mathcal{E}$ e $I_{C \text{ final}} = 0$ como antes. Más aún, la circulación de corriente va cargando el capacitor y su tensión V_C va aumentando, con lo que la tensión V_R entre los terminales de R va disminuyendo, y en consecuencia disminuye lentamente $I_R = V_R / R$ (que es igual a I_C pues están en serie). De modo que en el circuito RC-serie conectado a un generador de tensión constante, la corriente de carga $I_R = I_C$, las ddp V_R y V_C y la carga acumulada Q_C , son todas ellas funciones exponenciales del tiempo con *constante de tiempo* $\tau = R \cdot C$ (no daremos aquí la demostración).

La solución al circuito RC-serie, conectado a un fem constante, y con el capacitor inicialmente descargado es:

$$I_R(t) = I_C(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau} \text{ con } I_0 = \mathcal{E}/R \text{ (corriente inicial), } I(\infty) = 0 \text{ (corriente en estado estacionario)}$$

$$V_R(t) = R \cdot I_R(t) = \mathcal{E} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$Q_C(t) = \int_0^t I(t) dt = Q_C(\infty) \cdot [1 - e^{-t/\tau}] \text{ con } Q_C(\infty) = C \cdot \mathcal{E} \text{ (carga del capacitor en estado estacionario), } Q_C(0) = 0 \text{ (carga inicial del capacitor)}$$

$$V_C(t) = Q_C(t)/C = \mathcal{E} \cdot [1 - e^{-t/\tau}] \text{ con } V_C(\infty) = \mathcal{E} \text{ (tensión del capacitor en estado estacionario), } V_C(0) = 0 \text{ (tensión inicial del capacitor)}$$

NOTA 2: se denomina *estado transitorio* (transiente) al estado del sistema que cambia en el tiempo y *estado estacionario* al estado final en el que todas las variables de estado $Y(t)$ alcanzan valores que ya no cambian (matemáticamente, $dY/dt = 0$)

Objetivos del TL 2:

- Identificar los controles (*mandos*) de un GEN y de un CRT
- Aprender a disponer los mandos de un GEN para producir una forma de onda con características (valores) predeterminados
- Aprender a disponer los mandos de un CRT para producir una gráfica X-t de una tensión $V(t)$ conectada a su entrada
- Realizar medidas de los parámetros relevantes de la señal $V(t)$ exhibida en el CRT
- Determinar experimentalmente la respuesta de un circuito RC-serie a una excitación de tensión on forma de "escalón"
- Recolectar los datos experimentales en una tabla, a efectos de comparar las medidas experimentales con las predicciones del *cálculo* realizado en el mismo circuito.

Materiales utilizados:

- Generador de funciones (¿marca, modelo?)
- Osciloscopio analógico (¿marca, modelo?)
- Plaqueta de montaje experimental Protoboard (®), alambres aislados de colores diversos, pinza de puntas, pinza de corte (alicate)
- Componentes electrónicos: resistencias varias, capacitores varios, cables blindados "BNC"

Procedimiento:

- Examine el gabinete del GEN e identifique todos los mandos y conectores al frente (*front panel*), en su parte posterior (*rear panel*) y en cualquier otra localización que sea necesaria. Preste especial atención a la *función* que cumple cada uno y al *rango* y *resolución* de cada variable controlada. Anote marca, modelo y N° de serie del instrumento.
- Examine el gabinete del CRT e identifique todos los mandos y conectores al frente (*front panel*), en su parte posterior (*rear panel*) y en cualquier otra localización que sea necesaria. Preste especial atención a la *función* que cumple cada uno y al *rango* y *resolución* de cada variable controlada. Anote marca, modelo y N° de serie del instrumento.
- Conecte la salida de señal del GEN a un canal (amplificador vertical) del CRT, y la salida SYNC del GEN a la entrada TRIGG EXT del CRT, utilizando cables BNC.
- Configure los mandos del GEN para producir sucesivamente una señal senoidal, una rectangular y una triangular, de aproximadamente **100 mV_{pp}** y **1 KHz**
- Configure los mandos del CRT para visualizar esas señales (una señal a la vez). Comience poniendo el modo de trigger en AUTO o en LINE.
- Para cada señal, mida el período T , la amplitud (V_p , V_{pp}) y V_{DC} ; utilice cada vez la mejor resolución compatible con su observación. Construya una **Tabla** que permita representar los valores preseleccionados en el GEN (con sus incertidumbres) y los valores medidos mediante el CRT (con sus incertidumbres).

- g) Explore, sobre las señales visualizadas, el efecto de modificar V_{off} en el GEN (pruebe valores de V_{off} cercanos a V_p positivos y negativos) y mida cada vez el valor de V_{DC} . Explore el efecto de medir en "acople DC" y en "acople AC", sobre la resolución en la medida de V_p .
- h) Arme el circuito RC-serie sobre la Protoboard y conecte el circuito al GEN y al CRT. Utilice un canal (CH1) para ver la "entrada" (excitación) y el otro (CH2) para la "salida" (respuesta) del circuito RC-serie (V_{GEN} y V_C respectivamente).
- i) Configure el GEN para producir una onda rectangular de $1 V_{pp}$ y T aproximadamente igual o ligeramente mayor que $5 \cdot \tau$, con V_{off} nulo. Configure el CRT para poder visualizar uno o dos períodos completos de la excitación. Trate de superponer ambas señales, a la misma ganancia. Mida los valores de estado estacionario (con sus incertidumbres) de las tensiones a la entrada y a la salida del circuito RC-serie, utilice la mejor resolución posible. Vuelque los valores a una **Tabla**, que permita verificar los resultados experimentales con las predicciones teóricas.
- j) Sin modificar la ganancia, modifique la base de tiempos del CRT de manera de poder ver en pantalla una fracción del período, de modo tal que pueda medir una amplitud de V_C cercana al 80% de su valor de estado estacionario. Mida la constante de tiempo τ con su incertidumbre. Vuelque los valores a la misma **Tabla**, para verificar los resultados experimentales con las predicciones teóricas.
- f) Valore la *exactitud* (**Ex**) de sus medidas comparando con los valores teóricos: **Ex = valor medido - valor teórico** y vuelque los resultados en la **Tabla** ¿Cuál es el valor ideal para la "exactitud" (el mejor valor posible)? ¿Resultaron sus medidas "exactas" dentro de los intervalos de incertidumbre?