Dinámica y Control de Procesos

Repartido 3

3.1.

a.

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{v_o}{A_1} - \frac{\alpha_1}{A_1}(h_1 - h_2) \quad \text{(ec.1)}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\alpha_1}{A_2}(h_1 - h_2) - \frac{\alpha_2}{A_2}h_2 \quad \text{(ec.2)}$$

b.

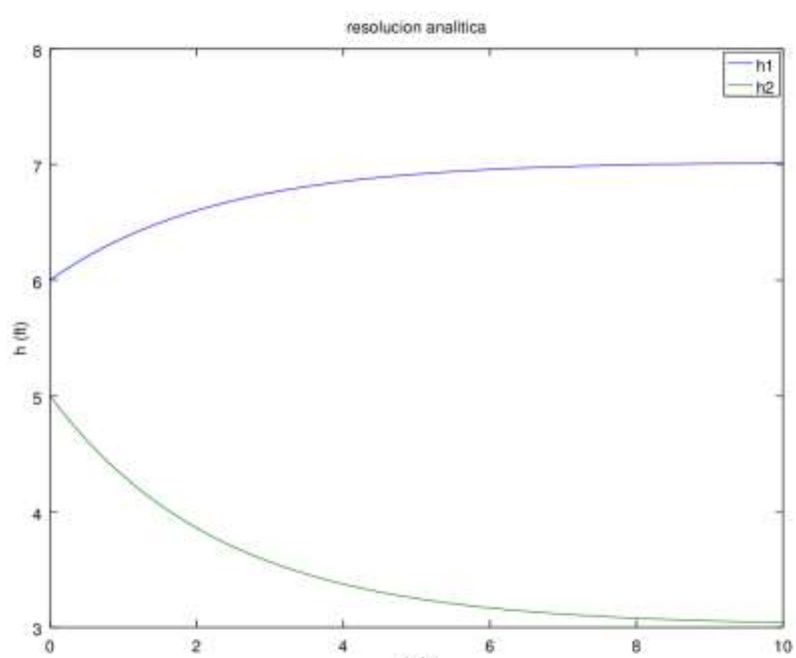
Despejando h_1 de la ecuación *2* y Derivando

$$\frac{d^2h_2}{dt^2} + \left(\frac{\alpha_1}{A_2} + \frac{\alpha_2}{A_2} + \frac{\alpha_1}{A_1}\right)\frac{dh_2}{dt} + \frac{\alpha_1}{A_2}\frac{\alpha_2}{A_1}h_2 = \frac{v_o}{A_1}\frac{\alpha_1}{A_2}$$

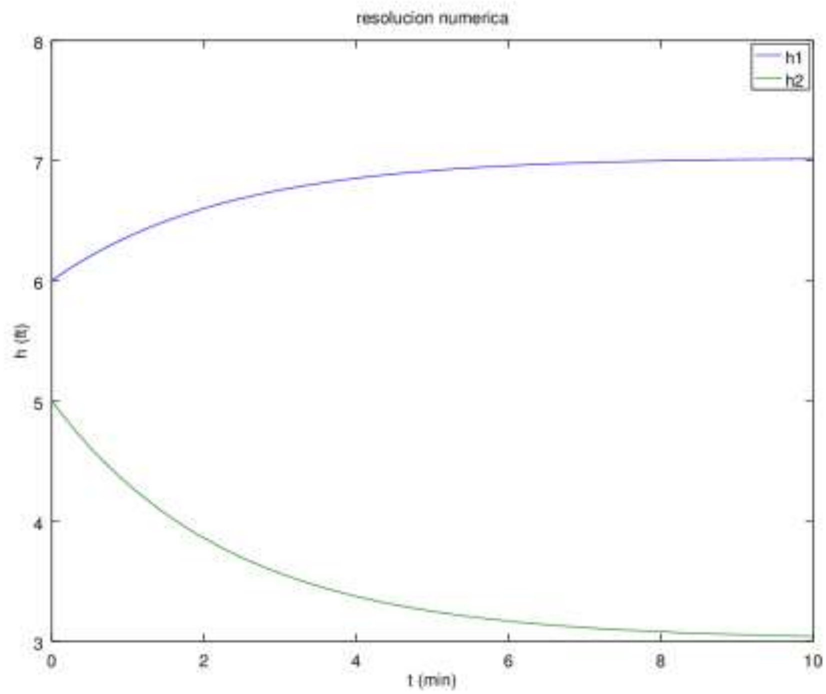
c.

$$h_1 = -1.0547 * e^{-0.4303t} + 0.0547e^{-0.0697t} + 7$$

$$h_2 = 1.9707 * e^{-0.4303t} + 0.0293e^{-0.0697t} + 3$$

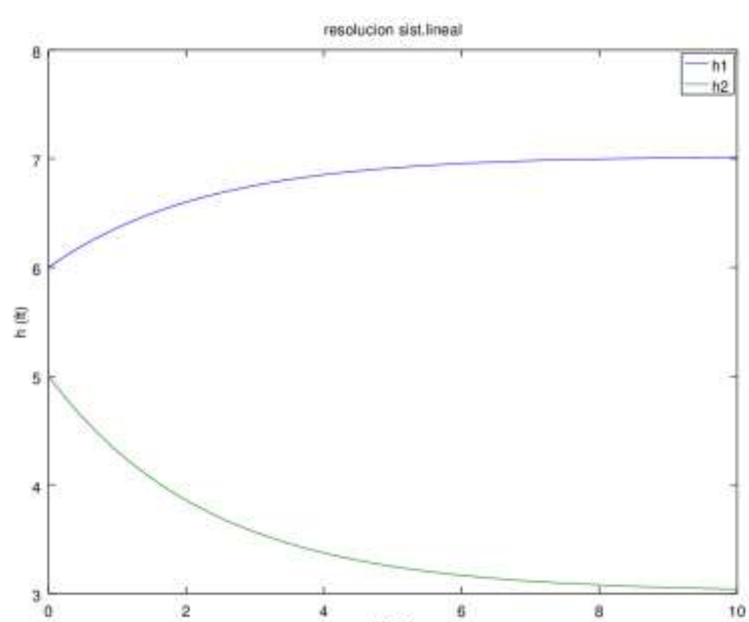


d)



También se podría resolver de esta manera considerando que es un sistema lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{h_1} \\ \dot{h_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{A_1} & \frac{\alpha_1}{A_1} \\ \frac{\alpha_1}{A_2} & -\frac{(\alpha_1+\alpha_2)}{A_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{A_1} \begin{bmatrix} v_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



3.2.

Fed-batch:

$$\frac{dV}{dt} = v$$

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{v}{V}(C_{Ain} - C_A) - k_1 C_A + k_{-1} C_B$$

$$\frac{dC_B}{dt} = -\frac{v}{V} C_B + k_1 C_A - k_{-1} C_B$$

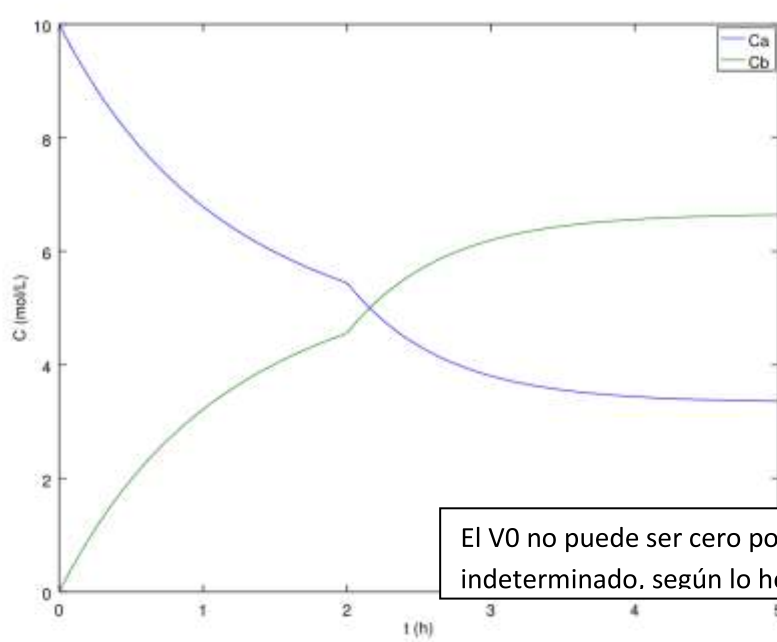
batch :

$$\frac{dV}{dt} = 0$$

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_A + k_{-1} C_B$$

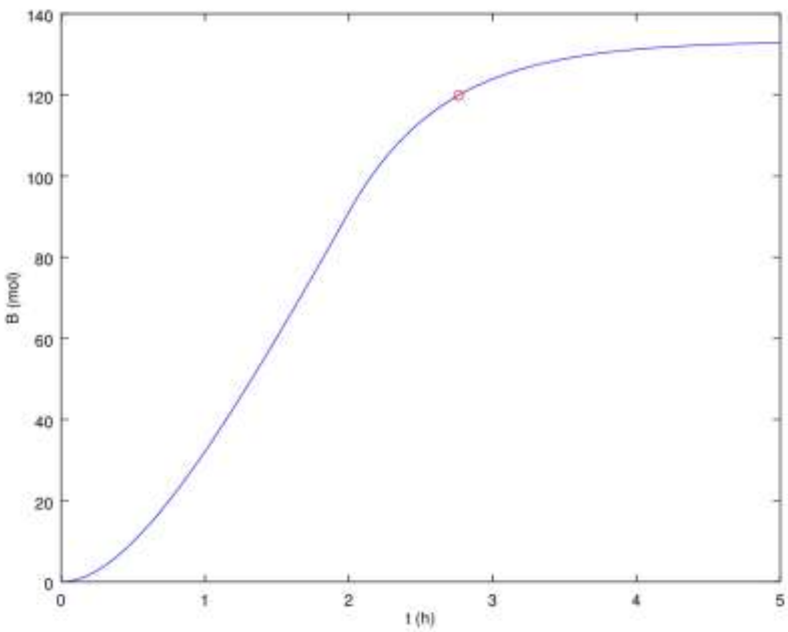
$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 C_A - k_{-1} C_B$$

Las condiciones iniciales son V_0 = 0; C_{A0} = 10 M, C_{B0} = 0 M



El V0 no puede ser cero porque quedaría indeterminado, según lo hemos escrito

```
t al que se alcanzan los 120 moles:
ans =   2.7638
```



140
120
100
80
60
40
20
0
B (mol)
0
1
2
3
4
5
t (h)

3.3.

k= $-5°\text{F}/gpm$
Dado que pasa por un punto inferior al que se estabiliza podemos inferir que se trata de un sistema subamortiguado; entonces

$$y(t) = k\Delta U\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\ e^{-(\zeta\frac{t}{\tau})}\sin(\beta t + \phi)\right]$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{k\Delta U}{\sqrt{1-\zeta^2}}\left[-\frac{\zeta}{\tau}e^{-(\zeta\frac{t}{\tau})}\sin(\beta t + \phi) + \beta e^{-(\zeta\frac{t}{\tau})}\cos(\beta t + \phi)\right]$$

con $\beta = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau}$ y $\phi = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)$

Sustituyendo $y(t)$ e $\frac{dy}{dt}(t)$ para t=10 min y resolviendo el sistema:

tau

3.0558

seda

0.28000

3.4.

a)

```
polos:
ans =

   -3
   -1

zeros:
ans =

   -2
    1
```

b)

i. Teorema Final

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

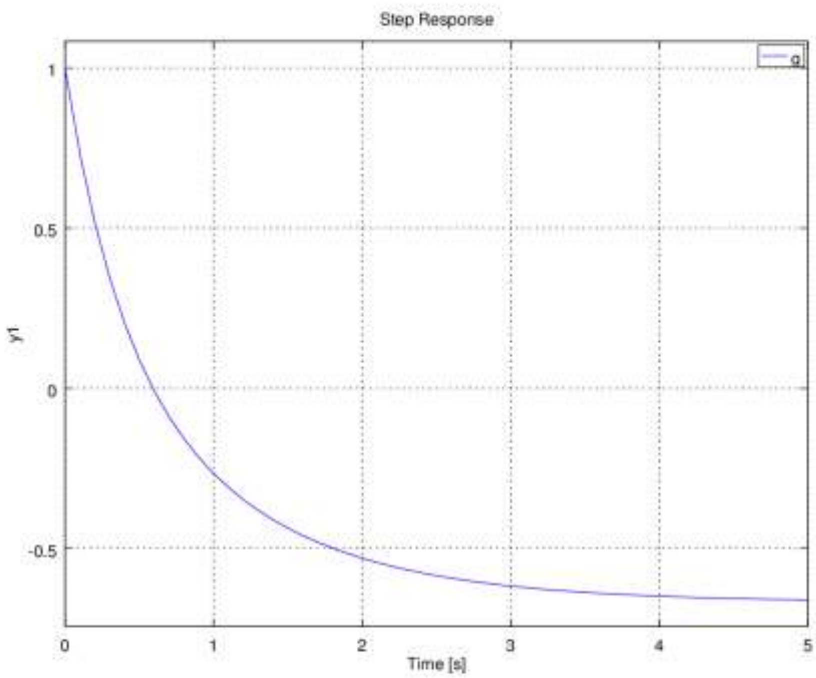
$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{s^2+s-2}{s^2+4s+3}\right)\left(\frac{1}{s}\right) = -\frac{2}{3}$$

ii. Teorema inicial

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} sF(s)$$

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} s\left(\frac{s^2+s-2}{s^2+4s+3}\right)\left(\frac{1}{s}\right) = 1$$

c)

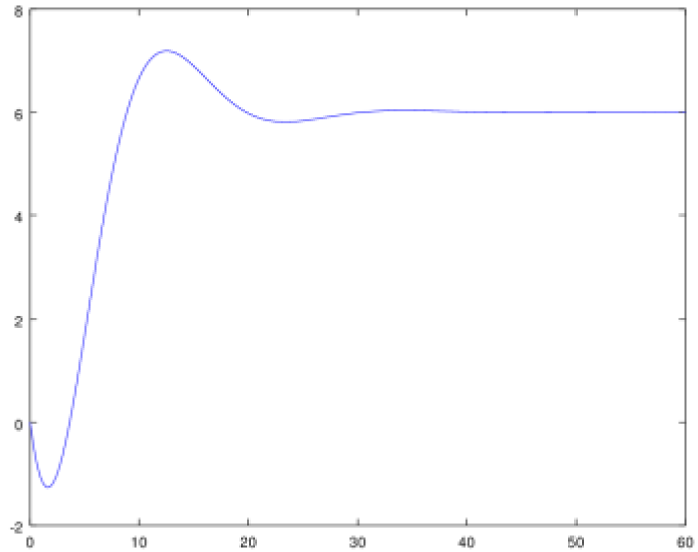


3.5.

a)

```
zeros =  0.40000
polos =

  -0.16667 + 0.28868i
  -0.16667 - 0.28868i

oscilante
```

b)

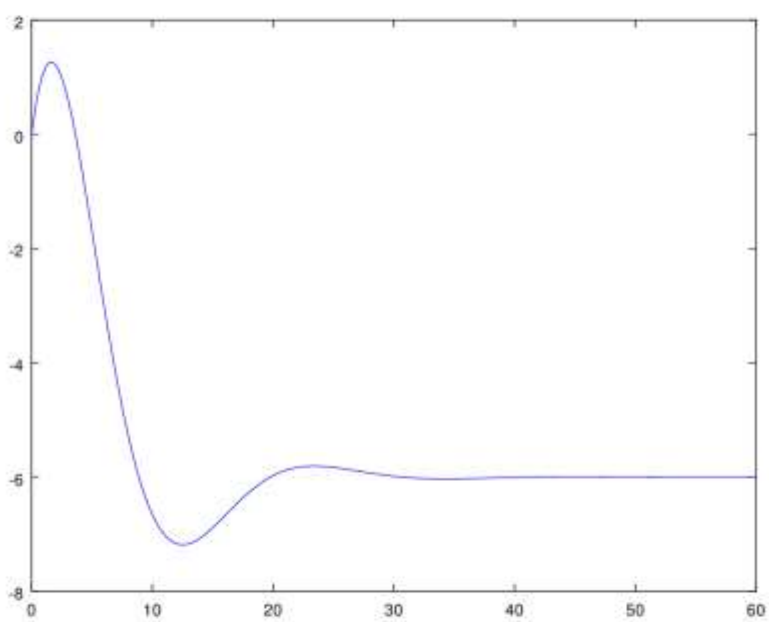


c) Del teorema del valor final:

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{-5s+2}{9s^2+3s+1}\right)\left(\frac{3}{s}\right) = 6$$

d) 10 + 3 = 13 $\mathrm{Lmin^{-1}}$ y 75 + 6 = 81 °C

e)



$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{-5s+2}{9s^2+3s+1}\right)\left(\frac{-3}{s}\right) = -6$$

10 - 3 = 7 $\mathrm{Lmin^{-1}}$ y 75 - 6 = 69 °C

3.6.

a) En estado estacionario

$$C_{As} = 0.5\ M$$
$$C_{Bs} = 0.5\ M$$

b) $y(s) = \frac{C_B(s)}{C_{A0}(s)}$

Despejando C_A de la ecuación (2)

$$C_A = C_B + 5\frac{dC_B}{dt}$$

y derivando con respecto al tiempo obtenemos:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{dC_B}{dt} + 5\frac{d^2C_B}{dt^2}$$

Sustituyendo en la ecuación (1) llegamos a:

$$C_{A0} = 25\frac{d^2C_B}{dt^2} + 15\frac{dC_B}{dt} + 2C_B$$

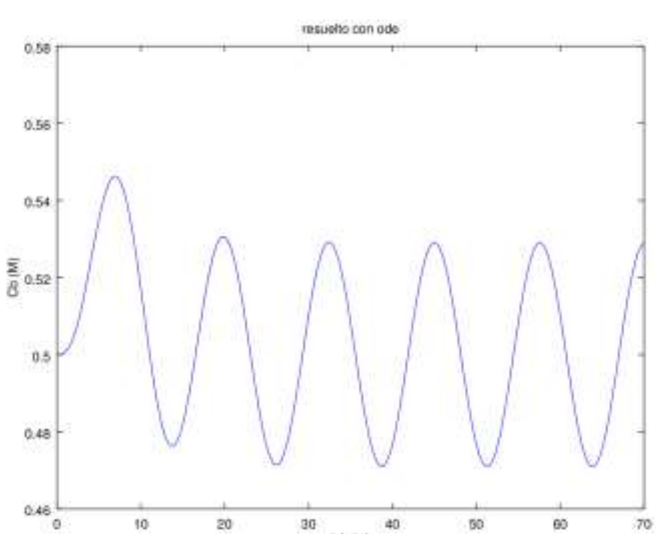
Transformando:

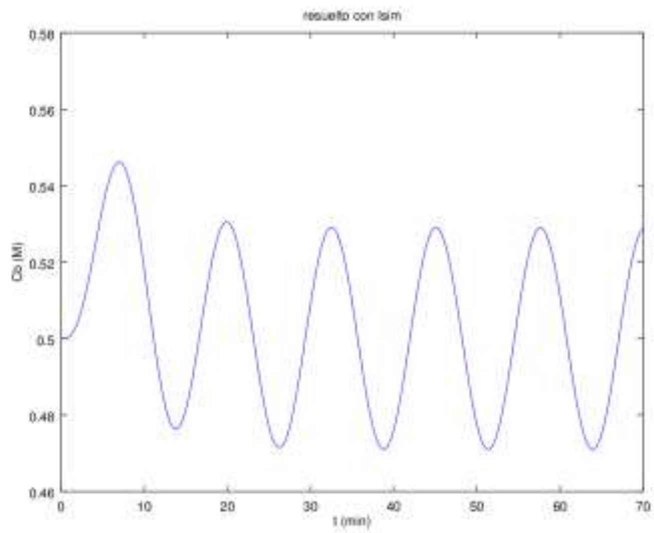
$$C_{A0}(s) = 25s^2C_B(s) + 15sC_B(s) + 2C_B(s)$$

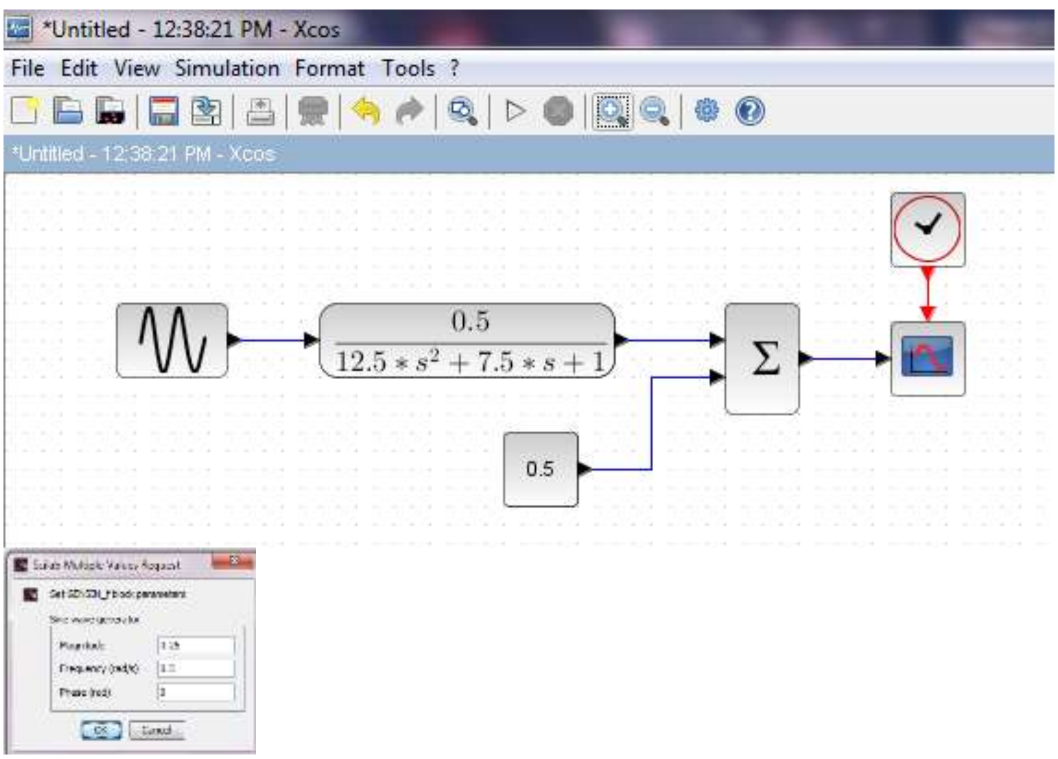
Por lo tanto:

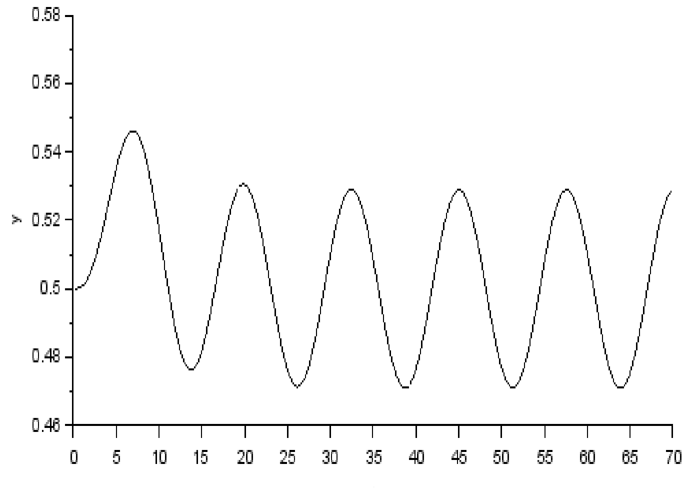
$$\frac{C_B(s)}{C_{A0}(s)} = \frac{1}{25s^2 + 15s + 2} = \frac{0.5}{(5s+1)(2.5s+1)}$$

c)




resuelto con lsim
Cb (M)
t (min)
0.58
0.56
0.54
0.52
0.5
0.48
0.46
0
10
20
30
40
50
60
70


*Untitled - 12:38:21 PM - Xcos
File Edit View Simulation Format Tools ?
*Untitled - 12:38:21 PM - Xcos
0.5
12.5 * s^2 + 7.5 * s + 1
Σ
0.5
Frequency (rad/s)
Phase (rad)
OK



3.7.

a) La función de transferencia que relaciona u(infusión de entrada) con la concentración en el compartimiento 1 es:

$$\frac{x_1(s)}{u(s)} = \frac{0.094 + s}{0.00944 + 0.354s + s^2}$$

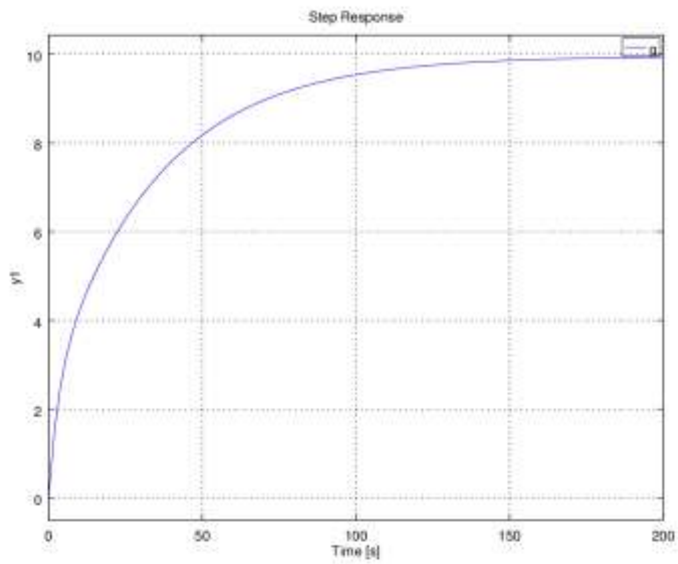
Ceros: z_1 = -0.094

Polos: p_1 = -0.029; p_2 = -0.325

b)

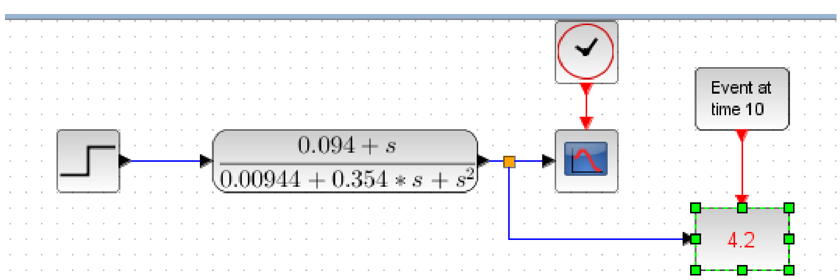
```
zeros = -0.094000
polos =

  -0.324949
  -0.029051
```

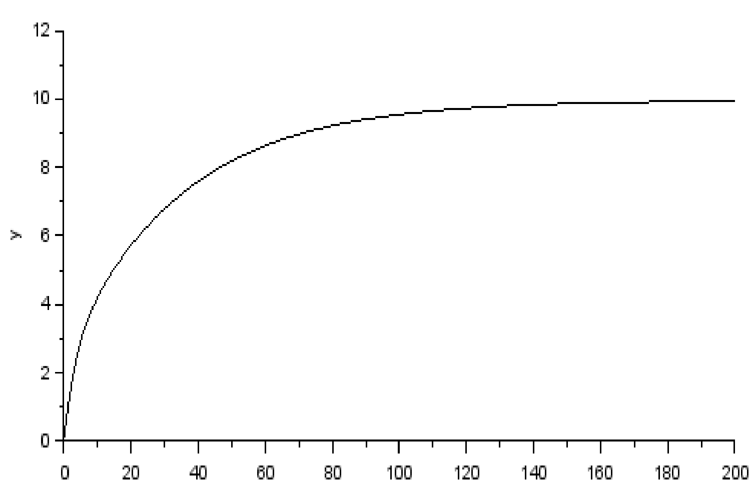
```
h10min =   4.2137
```



Observando la gráfica o aplicando el teorema final obtenemos que el valor final a la salida será 10µg/kg.

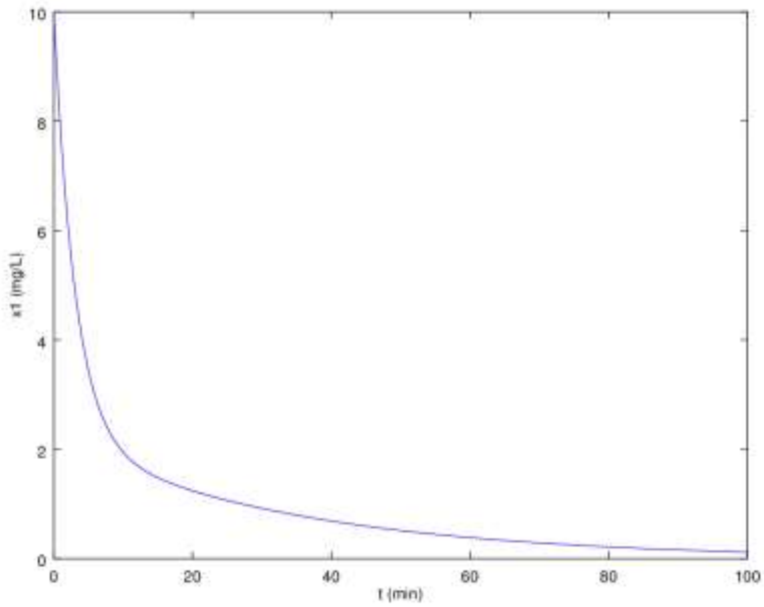
También se puede resolver en Xcos:



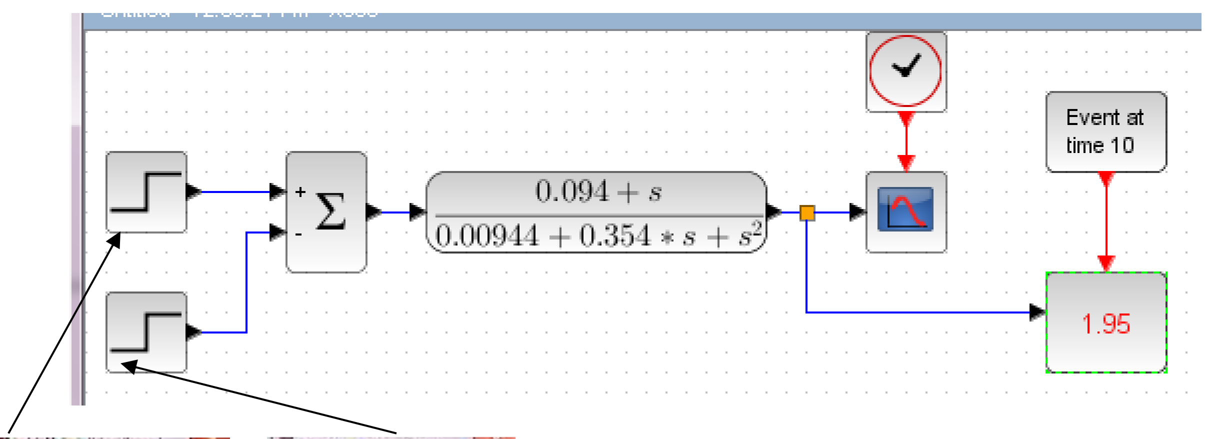


c) Trabajando con el sistema en el dominio de las variables de estado:

```
hh10min =   1.9449
```

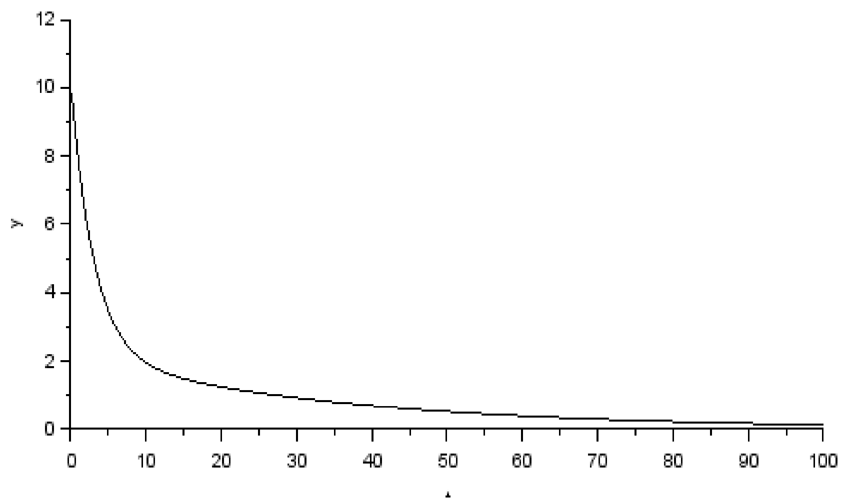


También se puede hacer en Xcos, simulando el pulso con dos escalones ligeramente desfasados y restados:



arbitrariamente tomo ancho 0.1 y alto 100 (área 10)

A tiempo 10 minutos x_1 = 1.9 μg/kg



12
10
8
6
4
2
0
y
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100