DINÁMICA Y CONTROL DE PROCESOS

Repartido 3

3.1. Considere el sistema de dos tanques en serie interactivos.

a. Asumiendo que el flujo entre ellos es proporcional a la diferencia de altura de líquido entre los mismos ($v_1 = \alpha_1(h_1 - h_2)$), el flujo saliente del segundo es proporcional a la altura de líquido en el mismo ($v_2 = \alpha_2 h_2$) y que los tanques tienen áreas transversales constantes (A_1 y A_2 respectivamente), demuestre que las ecuaciones de modelo son:

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{v_0}{A_1} - \frac{\alpha_1}{A_1}(h_1 - h_2)$$
$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{\alpha_1}{A_2}(h_1 - h_2) - \frac{\alpha_2}{A_2}h_2$$

b. Reduzca el sistema de ecuaciones a una EDO de orden 2.

c. Sean los valores de estado estacionario v_0 = 3 cfm, h_{1ss} = 7 ft y h_{2ss} = 3 ft; y además $A_1 = A_2$ = 5 ft^2. Resuelva analíticamente la EDO de segundo orden y grafique en Octave cómo evoluciona el sistema, si las condiciones iniciales son: $h_1(t = 0)$ = 6 ft y $h_2(t = 0)$ = 5 ft. Discuta los resultados.

d. Resuelva la parte c. con la rutina *lsode* de Octave, y compare los gráficos obtenidos.

3.2. En un reactor fed-batch se lleva a cabo una reacción reversible de primer orden, cuyas constantes son: k_1 = 1 h^{-1} y k_{-1} = 0,5 h^{-1}. La concentración del reactante en la alimentación es 10 M. El reactor se encuentra inicialmente vacío y se alimenta durante dos horas con un caudal de 10 L.h^{-1}. Grafique la evolución de la concentración de reactante en el reactor durante el llenado. ¿Cuánto tiempo debería operar el reactor (más allá del tiempo de llenado) para que la producción sea 120 mol de producto por tachada?

3.3. Se supone que en un reactor químico la función de transferencia que relaciona la temperatura del reactor con el caudal de refrigerante se comporta como un sistema de segundo orden:

$$\frac{k}{\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1}$$

Se sabe que a las 14:00, con el reactor a 150 °F, se produce un escalón en el caudal de refrigerante, pasando de 10 a 15 gpm, y a las 14:10 la temperatura llega a un mínimo en el reactor de 115 ºF. Eventualmente, la temperatura se estabiliza en 125 ºF. Halle k, τ y ζ con sus respectivas unidades.

3.4. Considere un sistema que presente la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{s^2 + s - 2}{s^2 + 4s + 3}$$

a. Halle polos y ceros de la función de transferencia. Y discuta la estabilidad del sistema.

b. Halle el valor de la salida usando el teorema de valor inicial y el teorema de valor final, según corresponda, para una entrada en escalón unitario:

i. Mucho tiempo después.
ii. Inmediatamente después del cambio.

c. Verifique los resultados de la parte b. usando la rutina *lsim* de Octave.

3.5. Considere un reactor exotérmico con la siguiente función de transferencia que relaciona el caudal de entrada (L.min^{-1}) y la temperatura del reactor (ºC):

$$G(s) = \frac{2(-2{,}5s + 1)}{9s^2 + 3s + 1}$$

a. Calcule los ceros y polos del sistema y determine si este está subamortiguado o sobreamortiguado.

b. Para un cambio en la entrada en forma de escalón de +3 L.min^{-1}, obtenga el gráfico de la respuesta y determine cuanto decrece la temperatura antes de aumentar. Utilice la rutina *lsim*.

c. ¿Cuánto cambia la temperatura transcurrido un largo período de tiempo?

d. Siendo los valores iniciales de entrada y salida 10 L.min^{-1} y 75 ºC respectivamente, determine los valores finales de estas variables.

e. Si el cambio en forma de escalón hubiera sido de –3 L.min^{-1}, recalcule las partes b., c., y d.

3.6. Sea un RCAI donde se lleva a cabo la reacción irreversible de primer orden A $\rightarrow$ B, se puede demostrar que las ecuaciones del modelo son:

$$\frac{dC_A}{dt} = -\left(\frac{v}{V} + k\right)C_A + \frac{v}{V}C_{A0}$$
$$\frac{dC_B}{dt} = kC_A - \frac{v}{V}C_B$$

a. Dados los siguientes valores para los parámetros y valores de estado estacionario para las entradas, demuestre que las concentraciones de estado estacionario son: $C_A = C_B = 0{,}5$ M.

$v/V = 0{,}2\ \text{min}^{-1}$ $\qquad$ $k = 0{,}2\ \text{min}^{-1}$ $\qquad$ $C_{A0ss} = 1$ M

b. Demuestre que la función de transferencia que relaciona la concentración de A a la entrada con la concentración de B en el reactor es:

$$G(s) = \frac{0{,}5}{(5s+1)(2{,}5s+1)}$$

Con la ganancia dada en gmol B/gmol A

c. Debido a problemas aguas arriba del proceso, la concentración a la entrada de A comienza a variar sinusoidalmente con una amplitud de 0,25 M y una frecuencia de 0,5 min^{-1}. Usando Xcos, determine cómo se comporta la salida con el tiempo.

d. Compare el gráfico obtenido en la parte anterior con el que se desprende de resolver el problema aplicando la rutina *lsode*.

e. Ídem parte d., pero aplicando la rutina *lsim*.

3.7. En farmacocinética se suele aplicar el modelo de compartimientos para describir la distribución de un fármaco hacia el resto del cuerpo. El modelo de compartimientos consiste en suponer que, de la cantidad del fármaco que ingresa al compartimiento 1 (zona de aplicación del medicamento), una parte se "elimina" (se consume o reacciona), otra parte difunde hacia el compartimiento 2 y el resto se acumula en dicho compartimiento. Análogamente, en el compartimiento dos sucede lo mismo, así como la redifusión del fármaco hacia el compartimiento 1.

Considere entonces, la aplicación de un fármaco a un sistema de dos compartimientos. Asumiendo que las velocidades de difusión y de consumo son directamente proporcionales a la concentración del fármaco en el compartimiento de interés, muestre que surgen las siguientes ecuaciones de balance y discuta cada parámetro:

$$\frac{dx_1}{dt} = -(k_{10} + k_{12})x_1 + k_{21}\,x_2 + u$$
$$\frac{dx_2}{dt} = k_{12}\,x_1 + -(k_{20} + k_{21})x_2$$

Donde x_1 y x_2 son la concentración del fármaco en los compartimientos 1 y 2 respectivamente (mg/L), u es la velocidad de administración del fármaco (mg/L.min) y las unidades de las constantes cinéticas, k_{ij}, son min^{-1}.

Tras realizar estudios de respuesta en el compartimiento 1 ante varias infusiones del relajante muscular atracurium, se obtienen los siguientes valores de los parámetros de las ecuaciones de modelo:

$$(k_{10} + k_{12}) = 0{,}26 \text{ min}^{-1} \qquad (k_{20} + k_{21}) = 0{,}094 \text{ min}^{-1} \qquad k_{12} = k_{21} = 0{,}1225 \text{ min}^{-1}$$

a. Halle polos y ceros de la función de transferencia que relaciona la infusión de entrada (u) con la concentración en el compartimiento 1. Y discuta la estabilidad del sistema.
b. Utilizando Xcos, halle la respuesta en el tiempo de la concentración en el compartimiento 1 ante una entrada en escalón de 1 μg/L.min. ¿Cuál es la concentración tras 10 min? ¿Cuál es el valor final de la salida?
c. Utilizando Xcos, halle la respuesta en el tiempo de la concentración en el compartimiento 1 ante una entrada en pulso de 10 μg/L. ¿Cuál es el valor de la respuesta a t = 0 min? ¿Cuál es la concentración tras 10 min?

3.8. La función de transferencia que relaciona el cambio de presión arterial, y, frente a un cambio en la tasa de perfusión de nitroprusiato de sodio, u, está dada por la siguiente función:

$$G_p = \frac{K\, e^{-\theta_1 s}\left(1 + \alpha e^{-\theta_2 s}\right)}{\tau s + 1}$$

Los dos tiempos muertos resultan de la recirculación de la sangre en el cuerpo, y α es el coeficiente de recirculación. Los valores de los parámetros son: $K =$-1 mmHg/mL.h, $\alpha =$0,4, $\theta_1 =$30 s, $\theta_2 =$45 s, y $\tau =$40 s.

Simule la respuesta de la presión arterial frente a un cambio de 1 en la tasa de nitroprusiato de sodio.