Vista tridimensional

Basado en: **Capítulo 6**

Del Libro: **Introducción a la Graficación por Computador**

Foley – Van Dam – Feiner – Hughes - Phillips

Resumen del capítulo

- Proyecciones
- Proyección en perspectiva
- Proyección paralela
- Especificación de una vista tridimensional arbitraria
- Ejemplos de vista tridimensional
- Las matemáticas de las proyecciones geométricas planas
- Volúmenes de vista canónicos (o estándares)
- Implantación de proyecciones geométricas planas

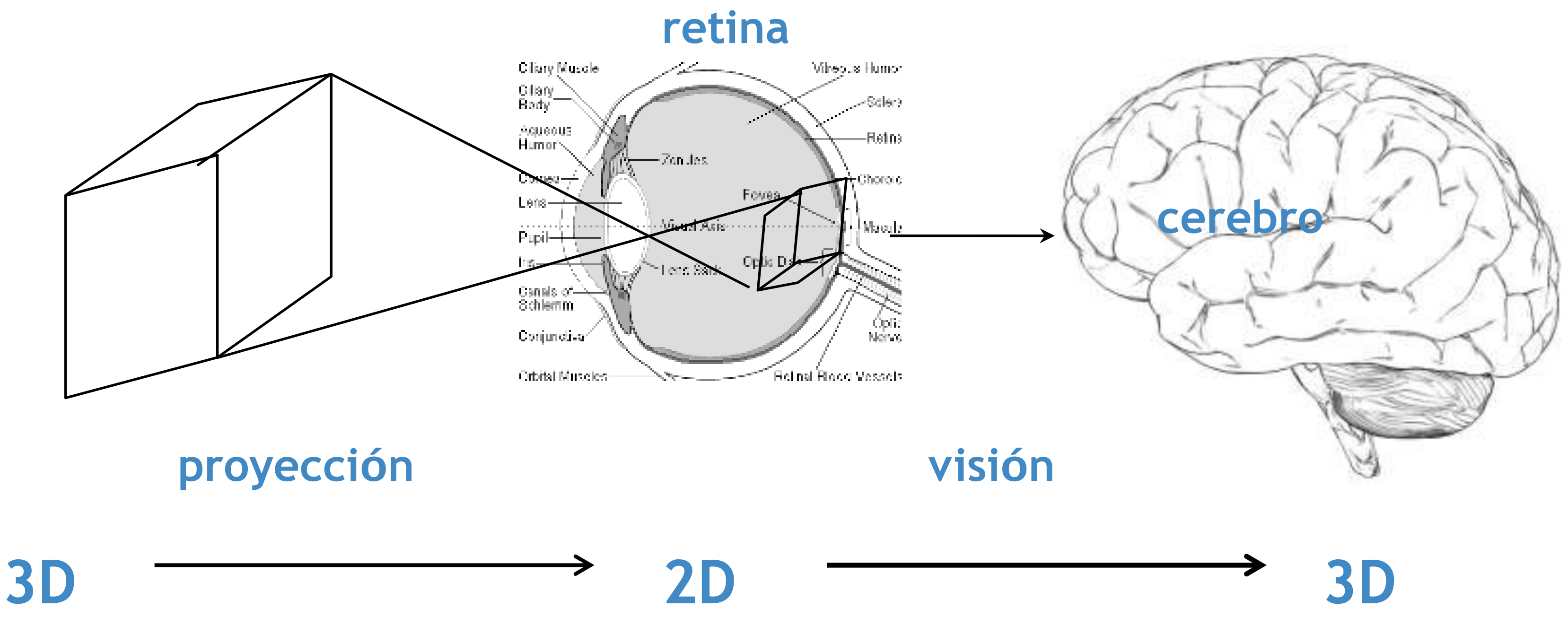
Vista tridimensional

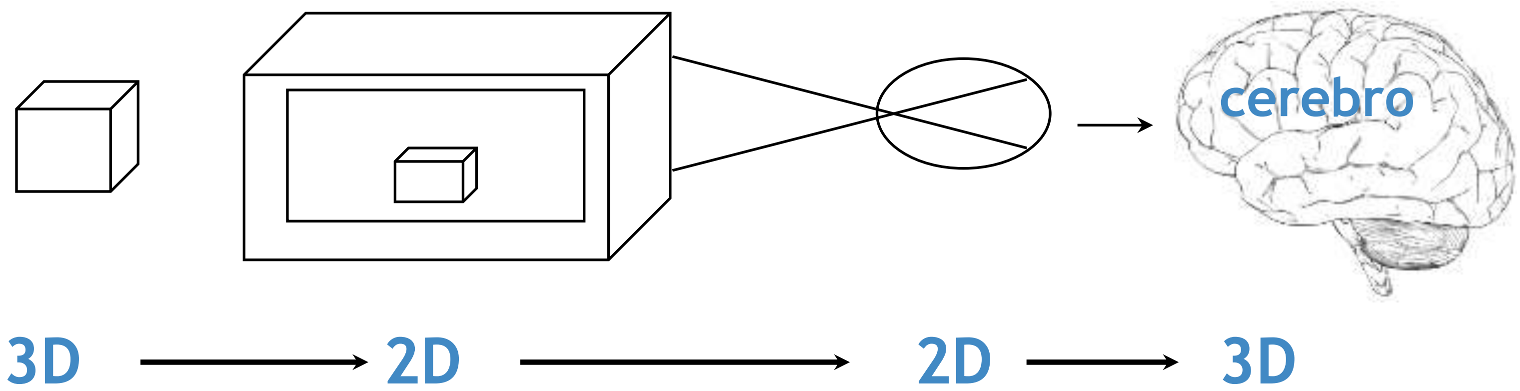
El proceso de visualización tridimensional es más complejo que el bidimensional, esta complejidad proviene del hecho de que los dispositivos de display son bidimensionales.

La solución a ésta problemática viene dada por las proyecciones, las cuales transforman objetos tridimensionales en objetos en un plano de proyección bidimensional.

La vista tridimensional es básicamente proyección

Proceso de visualización del ser humano

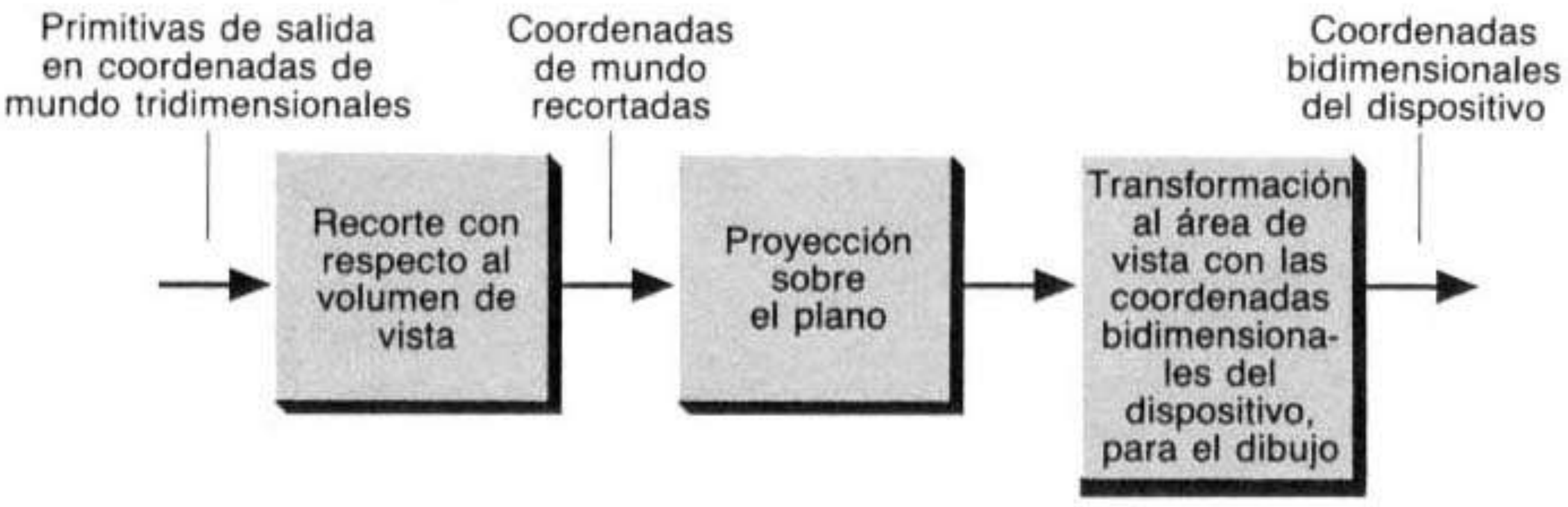




Vista tridimensional
en computación gráfica

Nos centraremos en esta parte

Modelo conceptual



Modelo Real

- Cámara.
- Plano de vista.
- Ventana.
- Volumen de vista (Frustum).

Proyecciones

Proyecciones

Una proyección es una transformación matemática que convierte puntos representado en n dimensiones en puntos representados en $n-i$ dimensiones, i:1.. $n-1$.

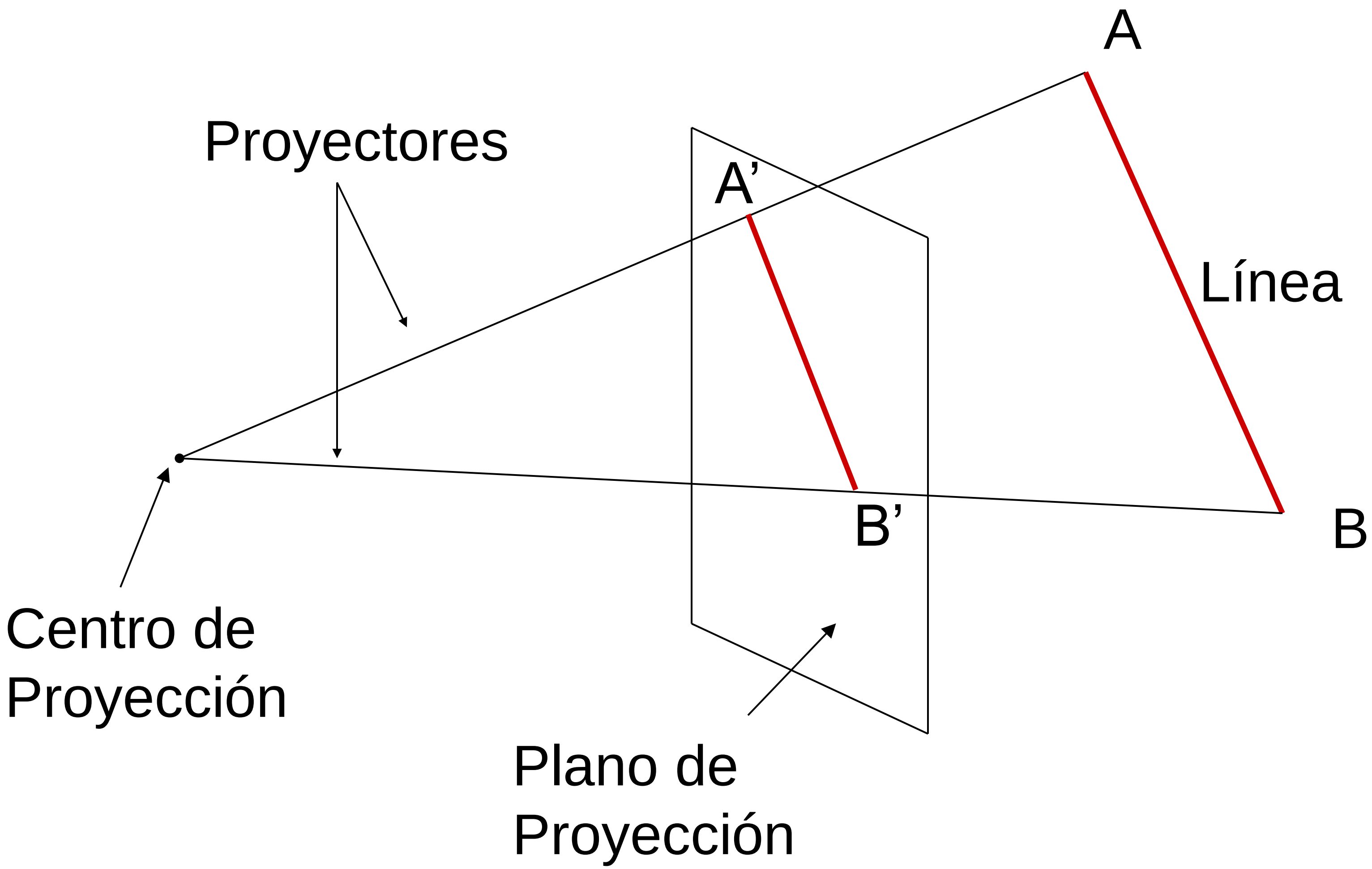
La proyección de un objeto tridimensional se define por unas líneas de proyección (proyectores) que comienzan en el centro de proyección, pasando a través de los puntos del objeto e interceptando el plano de proyección formando así la proyección.

Se tratan las proyecciones planares y se dividen en proyecciones paralelas y de perspectiva.

La diferencia entre ambas surge de la relación entre el centro y el plano de proyección.

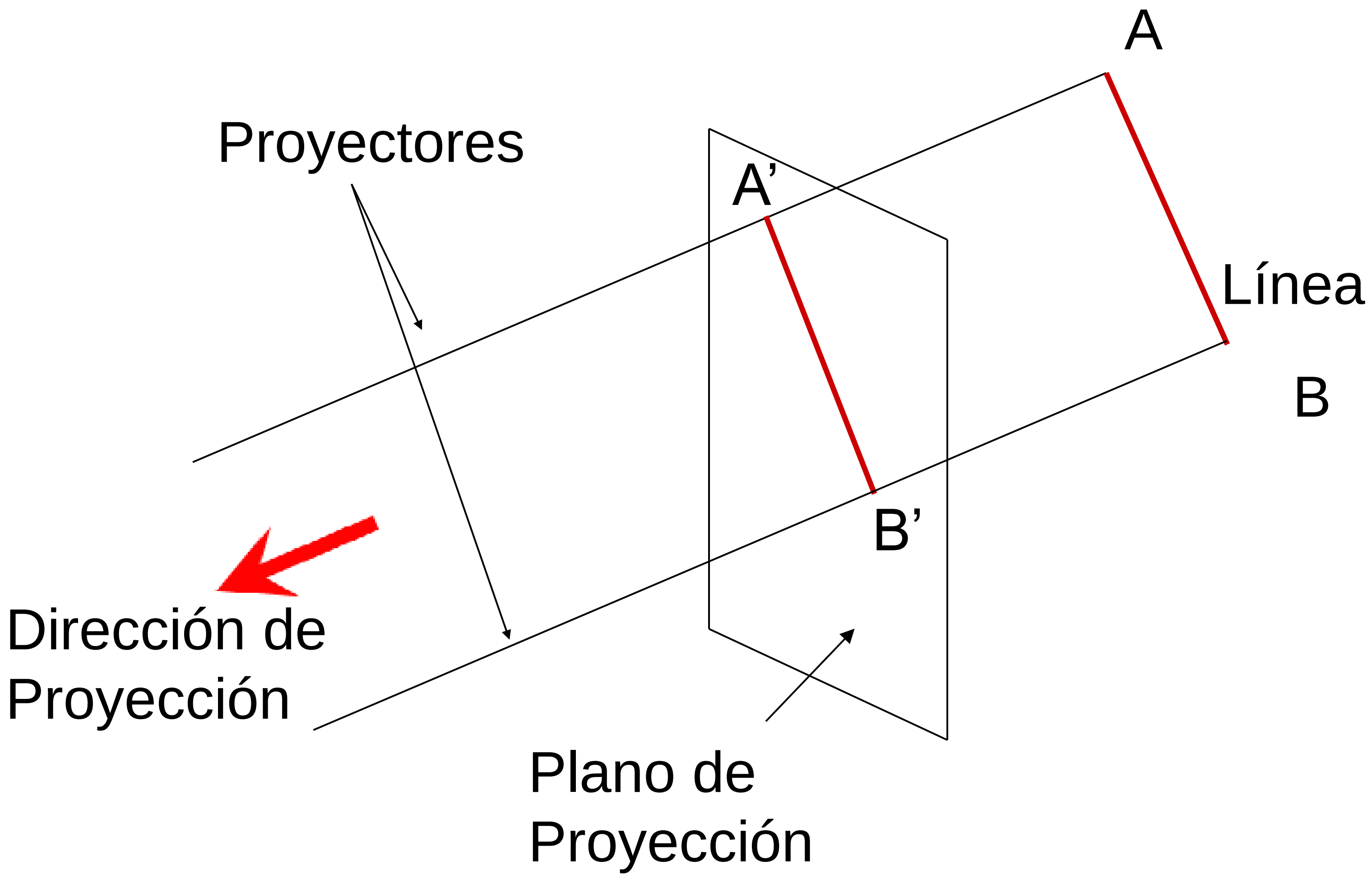
Proyección en perspectiva

Proyección en perspectiva



La línea AB y su proyección perspectiva A'B'.

Proyección Paralela



La línea AB y su proyección paralela A'B'.

Proyección paralela

- Centro de proyección se encuentra en el infinito
- Es importante la dirección de proyección
- La longitud de los objetos se preserva de una manera consistente

- Se usa en arquitectura e ingeniería

Proyección en perspectiva

Punto de fuga:

- Cualquier conjunto de líneas paralelas a una dirección dada, convergen a un punto de fuga.
- Cada dirección tiene asociado un único punto de fuga, excepto aquellas direcciones paralelas al plano de proyección.

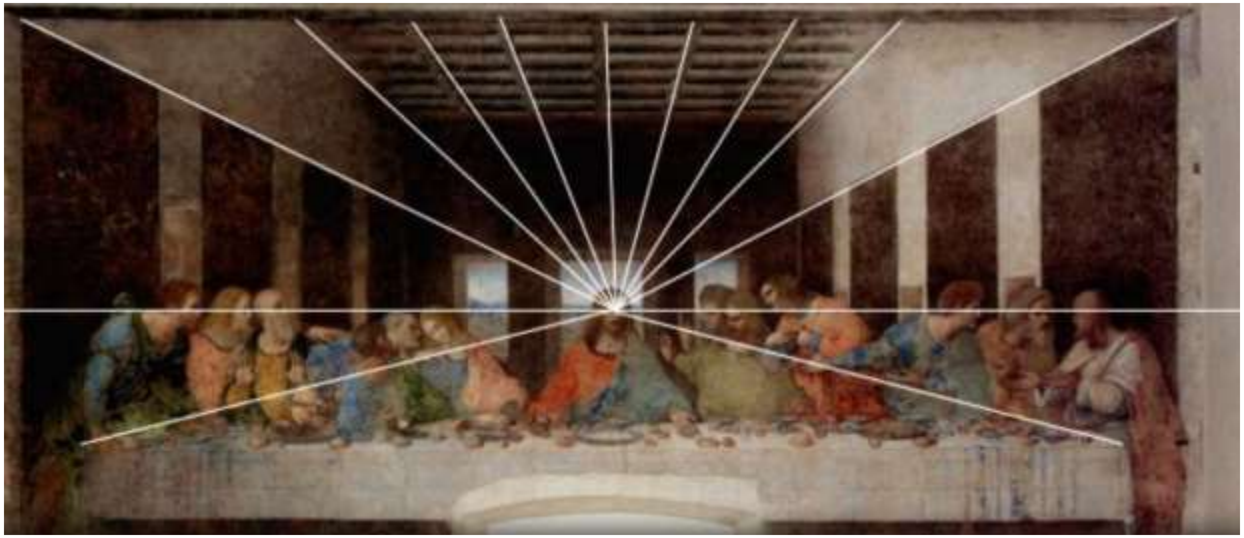
Punto de fuga de eje:

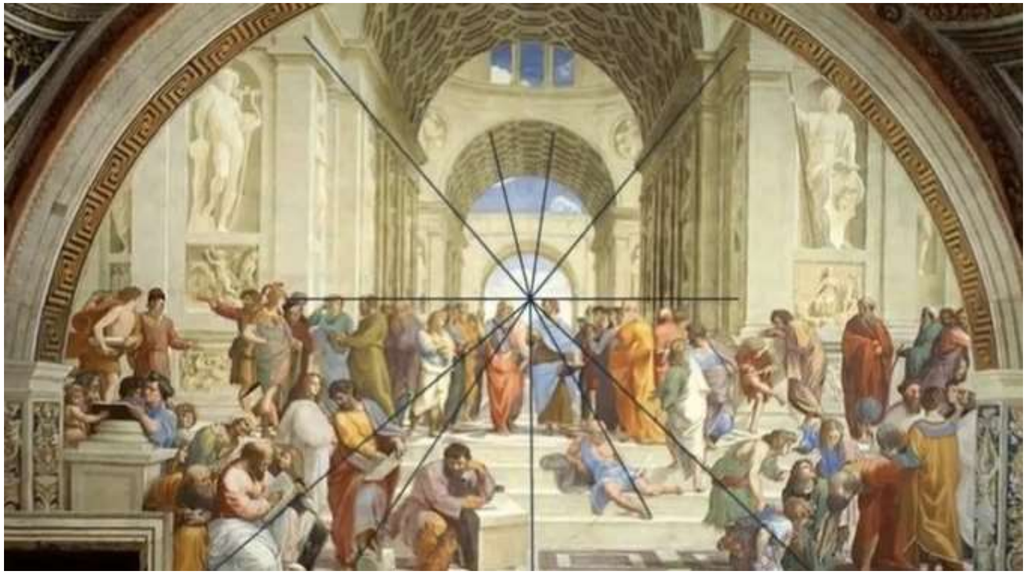
Punto de fuga en la dirección de uno de los ejes principales.

$$1 \leq \#(\text{puntos de fuga de eje}) \leq 3$$

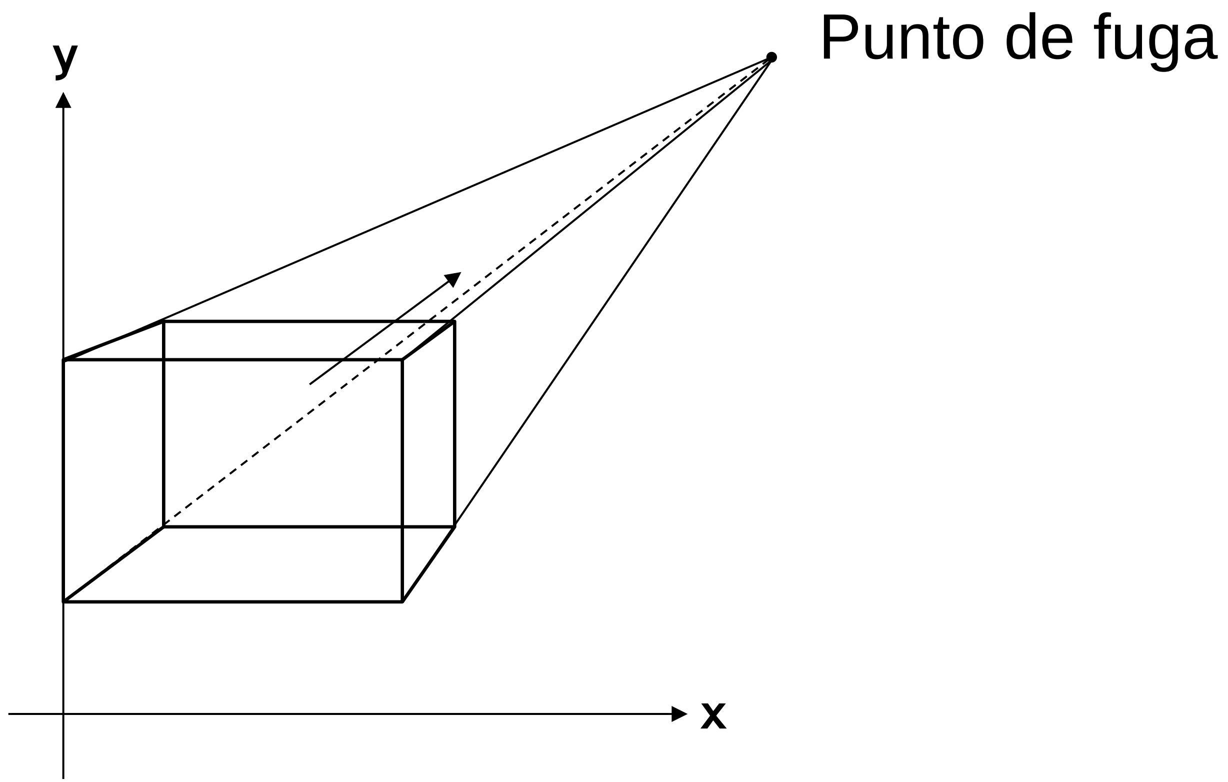
perspectiva de un punto de fuga
perspectiva de dos puntos de fuga
perspectiva de tres puntos de fuga

Proyección en perspectiva





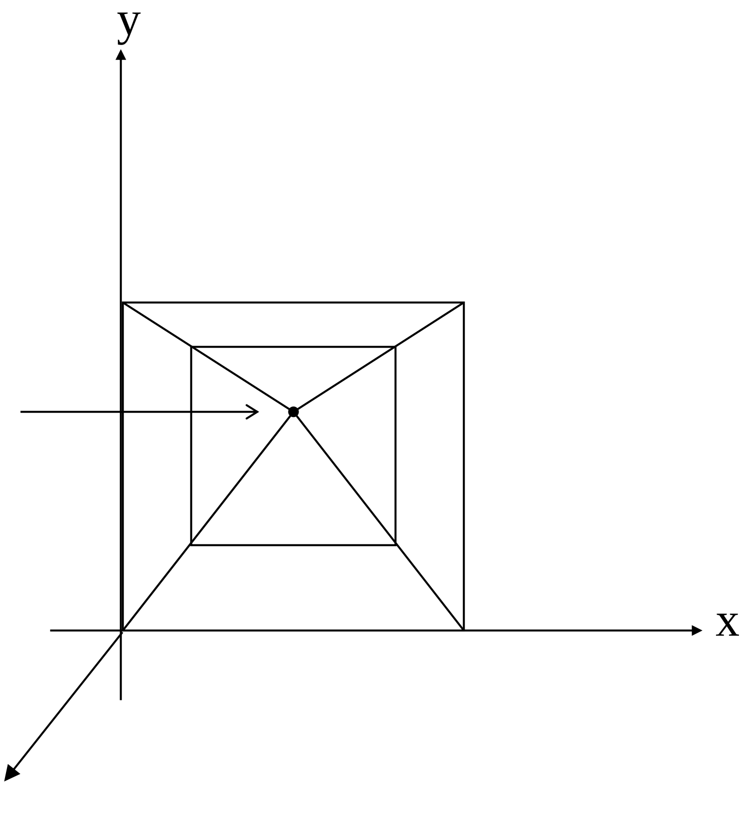
Proyección en perspectiva



Proyección Perspectiva de un cubo en un plano, cortando el eje z con el punto de fuga de las líneas perpendiculares al plano de proyección

Proyección en perspectiva

Punto de
Fuga del eje z



Vista frontal de la Proyección Perspectiva de un cubo en un plano, cortando el eje z con el punto de fuga de las líneas perpendiculares al plano de proyección

Clasificación de proyección en perspectiva

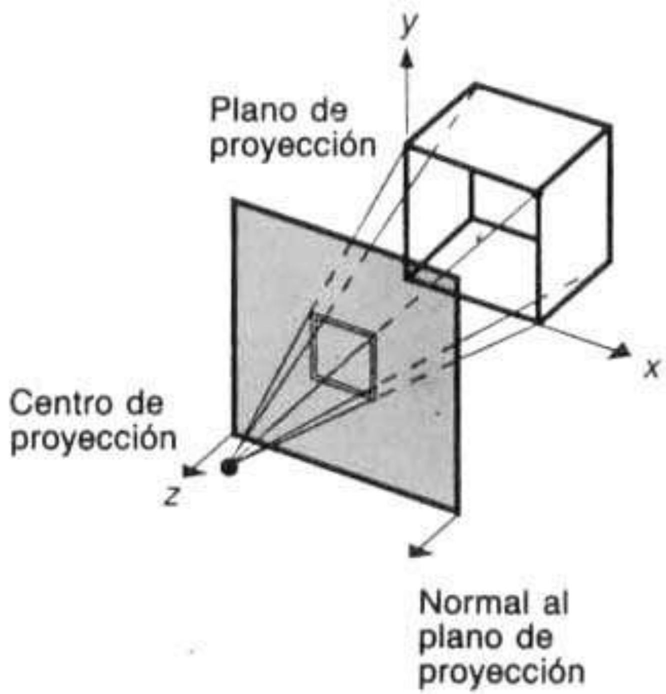
1 Centro de proyección es un punto propio.

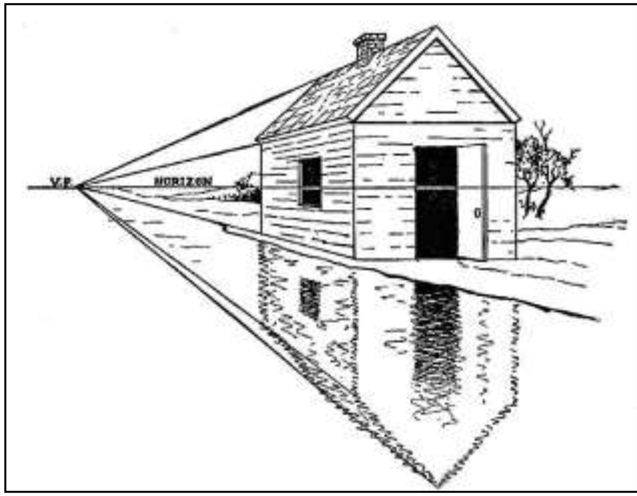
2 Perspectiva de un punto de fuga (vanishing point).

- Considerando un objeto con todas sus aristas paralelas a alguno de los 3 ejes principales, algunas caras son paralelas al plano de proyección, y alguna de las direcciones principales es perpendicular al plano de proyección.

- Las rectas perpendiculares al plano de proyección dejan de ser paralelas al proyectarse, ya que se unen en el punto de fuga.

Clasificación de proyección en perspectiva





Construcción de una proyección de perspectiva de un punto para un cubo sobre un plano que corta el eje *z*. La normal al plano de proyección es paralela al eje *z*. (Adaptado de [CARL78], Association for Computing Machinery, Inc.; utilizado con autorización.)

Clasificación de proyección en perspectiva

3 Perspectiva de dos puntos de fuga

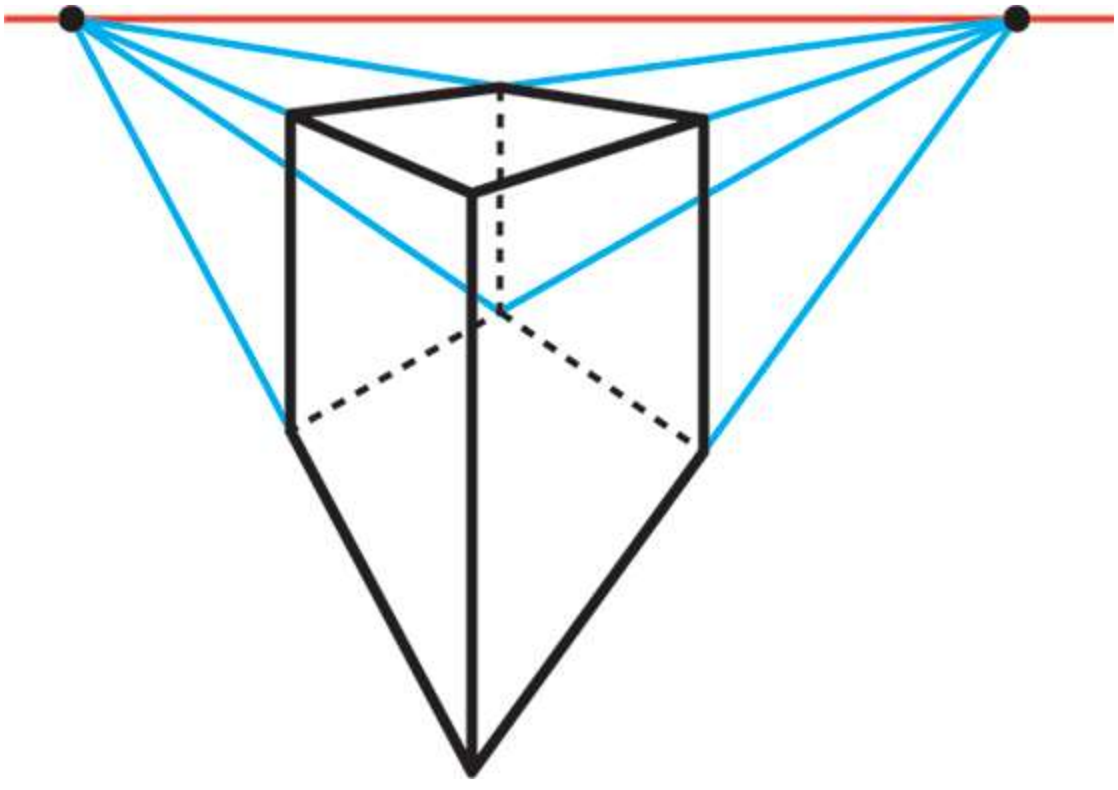
Uno de los ejes principales es paralelo al plano de proyección, o la normal al plano de proyección es perpendicular a una de las direcciones principales.

Las rectas paralelas entre sí, y perpendiculares al eje principal que es paralelo al plano de proyección, no se ven paralelas al proyectarlas en el plano de proyección, pues se unen en la línea del horizonte.

Las rectas paralelas entre sí, y paralelas al eje principal que es paralelo al plano de proyección, se ven paralelas al proyectarlas en el plano de proyección, y se ven perpendiculares a la línea del horizonte.

Clasificación de proyección en perspectiva

3 Perspectiva de dos puntos de fuga



Clasificación de proyección en perspectiva

3 Perspectiva de dos puntos de fuga

Clasificación de proyección en perspectiva

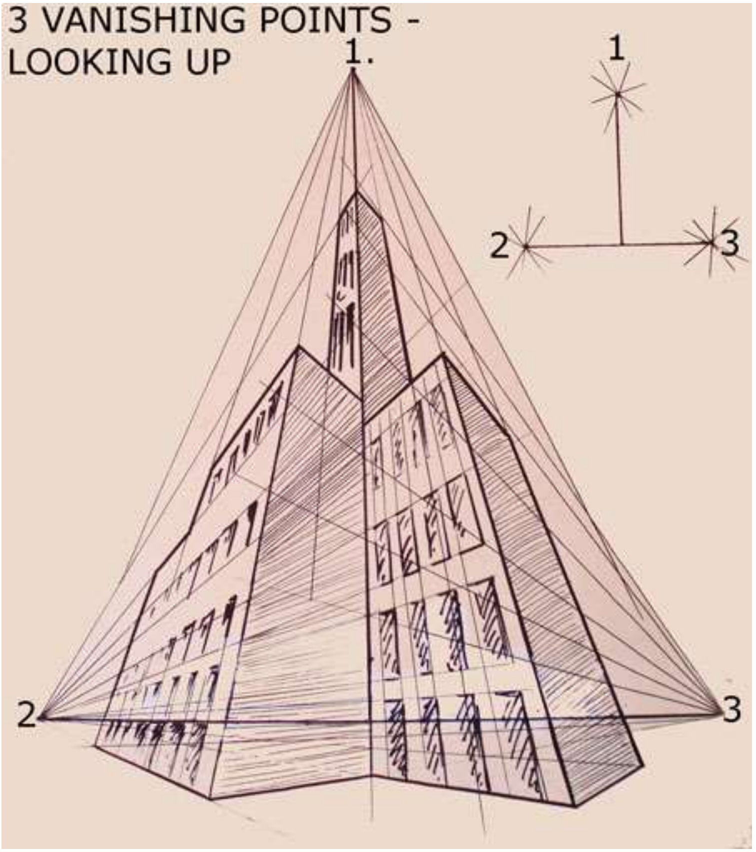
4 Perspectiva de tres puntos de fuga

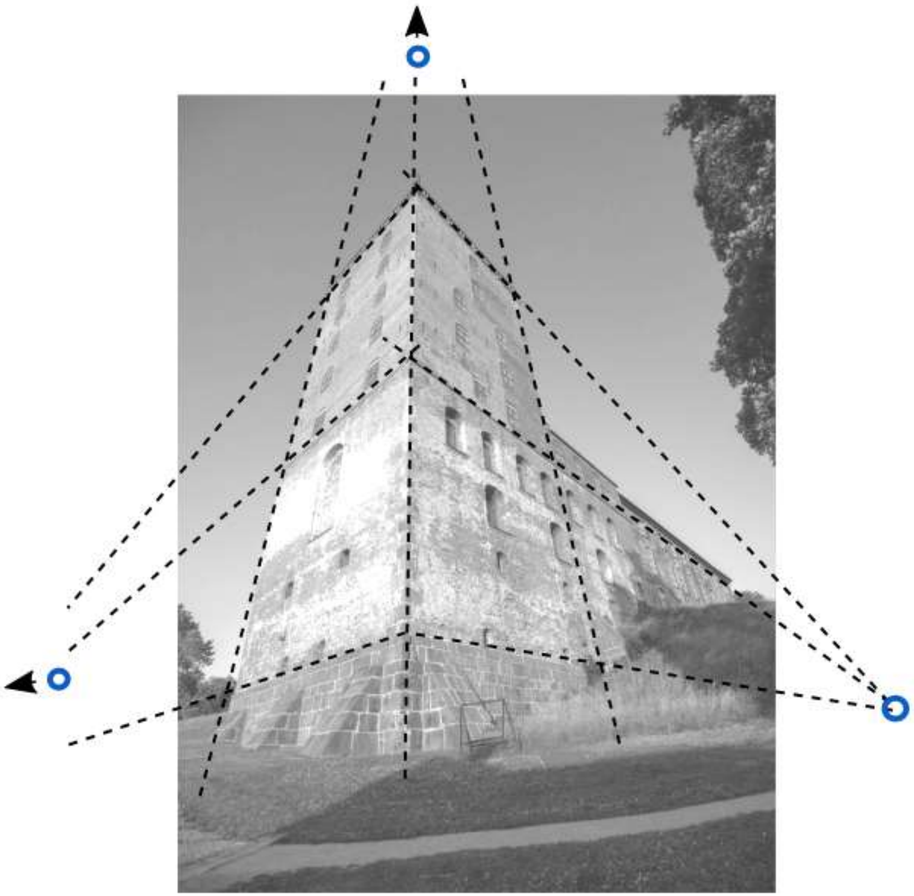
Ninguno de los ejes principales es paralelo al plano de proyección.

Las proyecciones de perspectiva pueden clasificarse según el número de puntos de fuga principales que presentan, y por ende según el número de ejes que el plano de proyección corta.

Clasificación de proyección en perspectiva

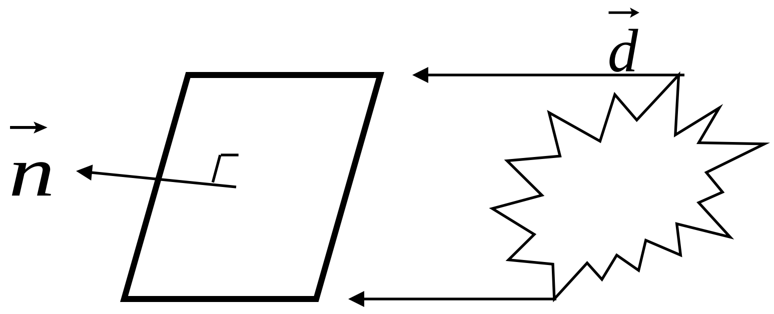
4 Perspectiva de tres puntos de fuga





Proyección paralelas

Proyecciones Paralelas



Vector normal del plano de proyección

$\vec{d}$ Dirección de proyeccción

Proyección ortográfica $\vec{n} \parallel \vec{d}$

Proyección oblicua $\vec{n} \nparallel \vec{d}$

Proyecciones Paralelas

Ortográfica:

A. vista frontal, vista superior, vista lateral

Proyecciones

* $\vec{n}$ es igual a la dirección de proyección $\vec{d} = \vec{n}$

B. Proyección Axonometrica

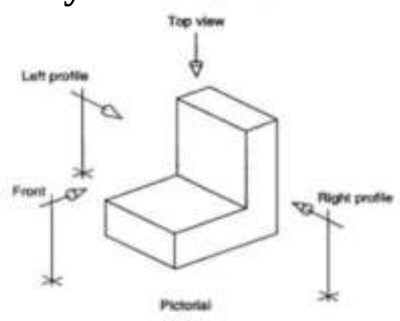
* $\vec{n}$ no es paralela a alguno de los ejes principales $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

* ejemplo proyección isometrica

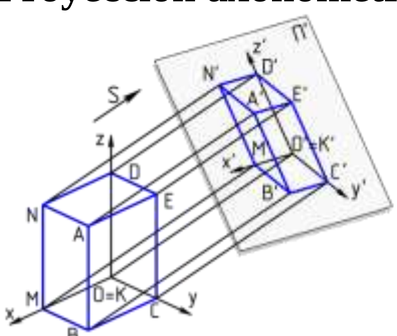
$\vec{n}$ = ($\pm$1, $\pm$1, $\pm$1).

por supuesto, $\vec{d} = \vec{n}$ por definición de ortográfica

Proyección isométrica



Proyección axonométrica

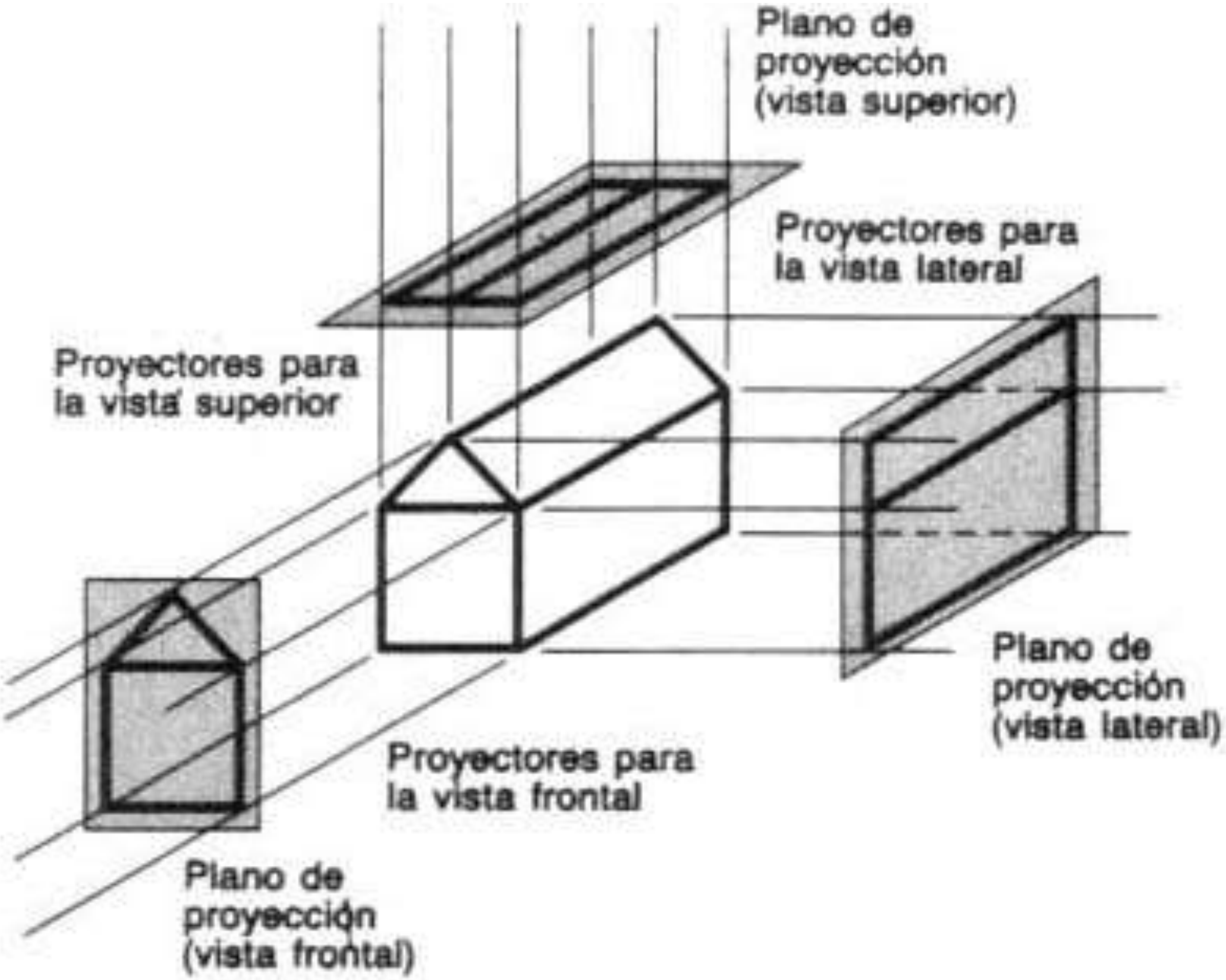


Oblicua:

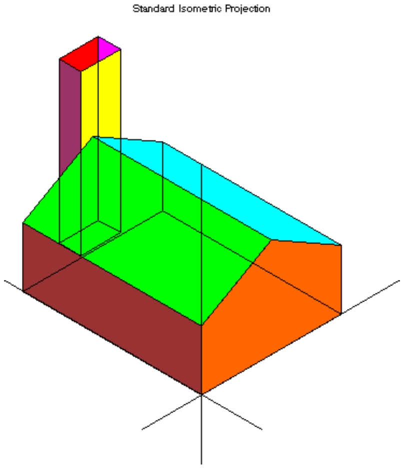
A. Caballero

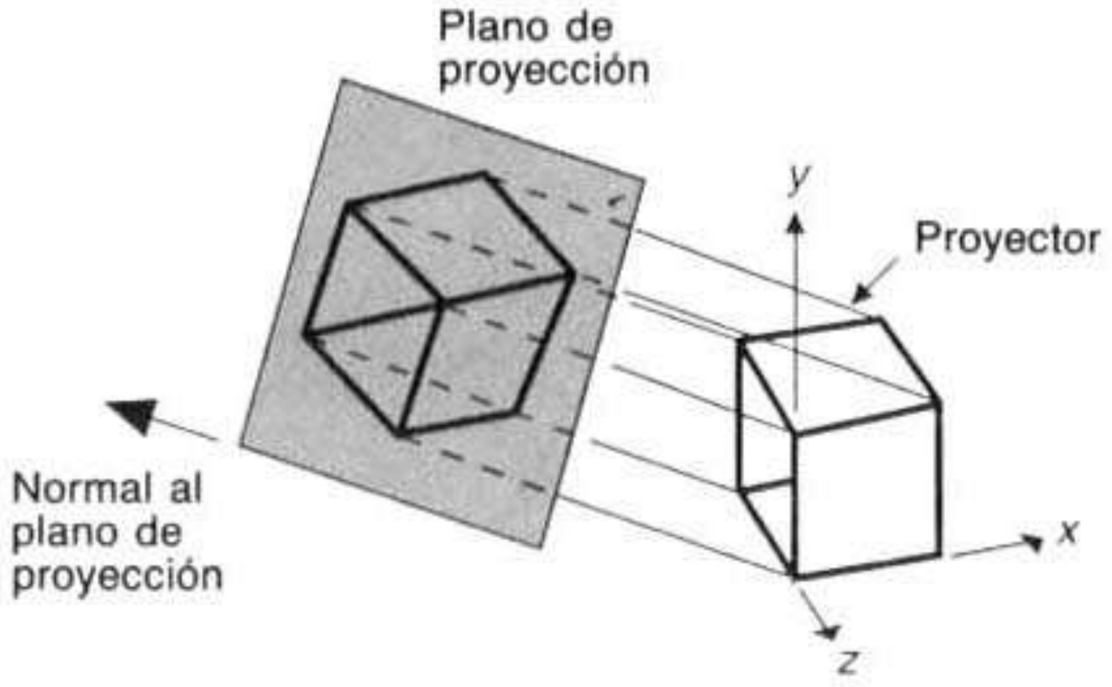
B. Gabinete

Proyecciones Paralelas



Proyecciones Paralelas (isométrica)

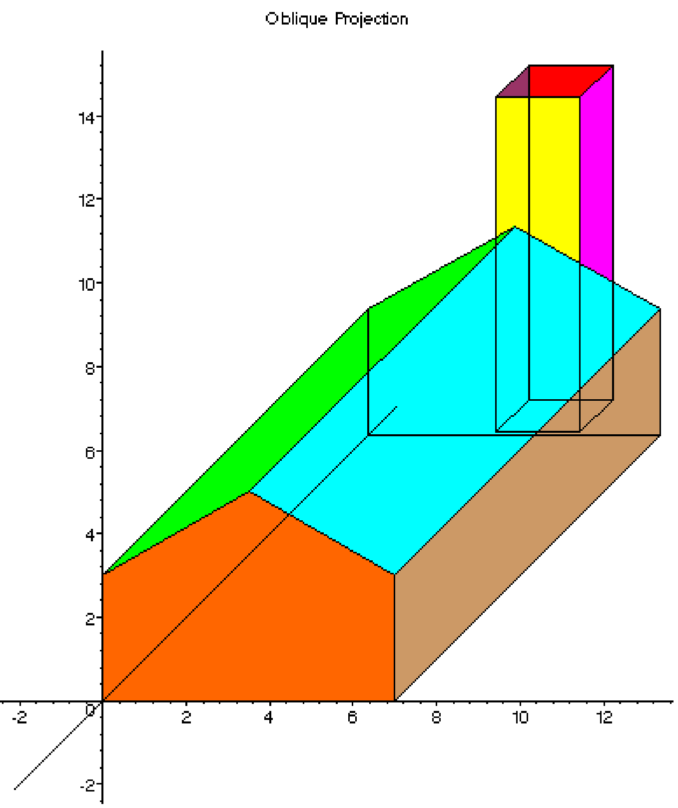


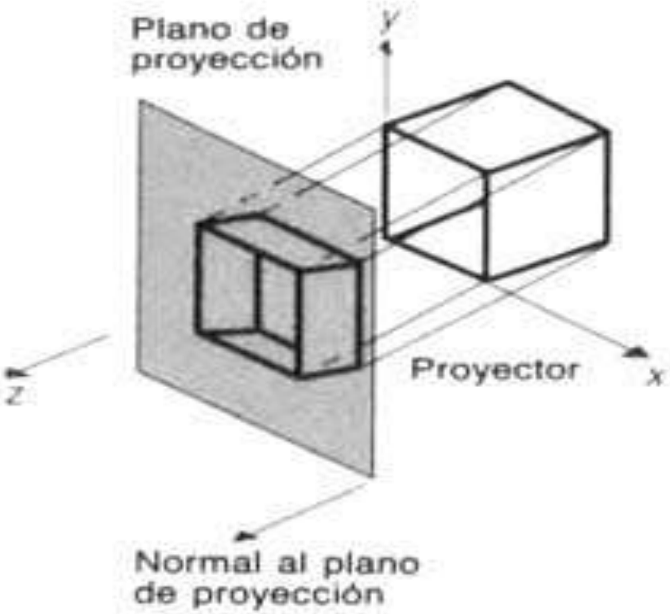


Construcción de una proyección isométrica de un cubo unidad. (Adaptado de [CARL78], Association of Computing Machinery. Inc)

Proyecciones Paralelas (isométrica)

Proyecciones Paralelas (oblicua)

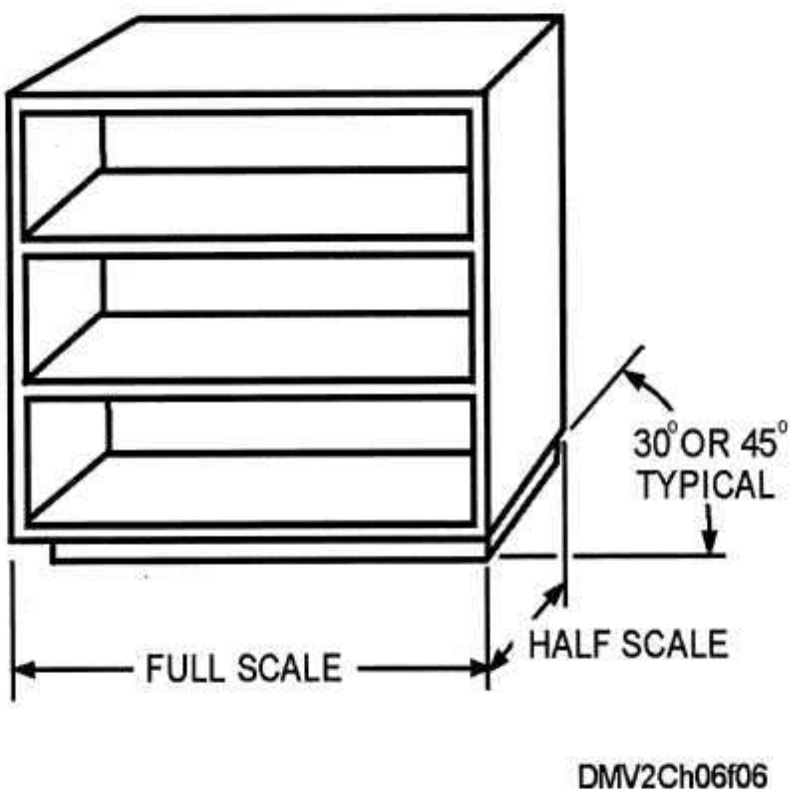




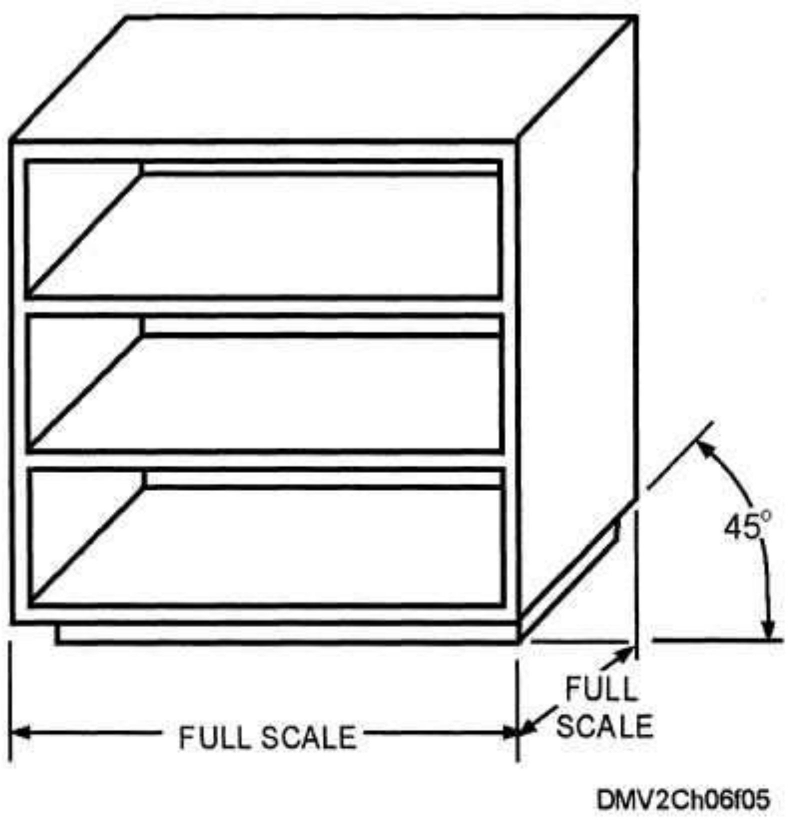
Construcción de una proyección oblicua. (Adaptado de [CARL78]. Association for Computing Machinery, Inc; utilizado con autorización.)

Proyecciones Paralelas (oblicuas)

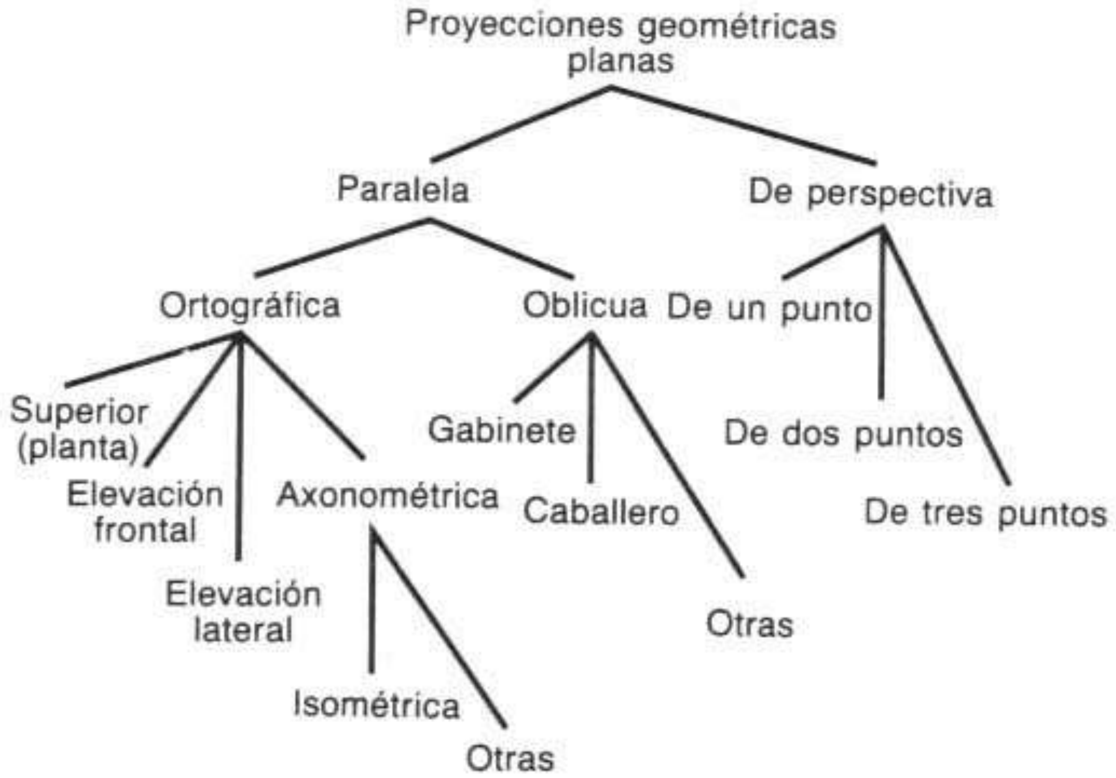
Gabinete



Caballera



Subclases de las proyecciones planas



Subclases de las proyecciones geométricas planas. La **vista de planta** es otro término para la vista superior. Las vistas **frontal** y **lateral** muchas veces se emplean sin el término **elevación**.

Especificación de una vista tridimensional

Especificación de una vista tridimensional

wc: world coords.
vrc: view reference coords

VRP(wc): punto de referencia de vista
VPN(wc): normal al plano de vista
VRC(Viewing Reference Coordinate system)

- O: VRP
- n: VPN
- v: Proyección de VUP
- u: v $\times$ n

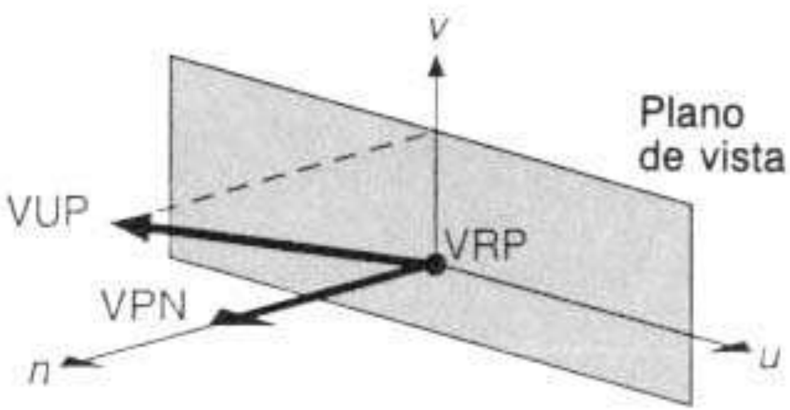
$$[v_{\min}, v_{\max}]^{(vrc)}$$

$$[u_{\min}, u_{\max}]^{(vrc)}$$

PRP(vrc) (Projection reference Point) en Proyección Perspectiva.
= centro de proyección

DOP(Direction of Projection) en Proyección Paralela.
CW (Center of Window) = $\left(\dfrac{u_{\min} + u_{\max}}{2}, \dfrac{v_{\min} + v_{\max}}{2} \right)$

Especificación de una vista tridimensional



El plano de vista está definido por VPN y VRP; el eje *v* se define con la proyección de VUP a lo largo de VPN sobre el plano de vista. El eje *u* forma el sistema VRC de mano derecha con VPN y *v*.

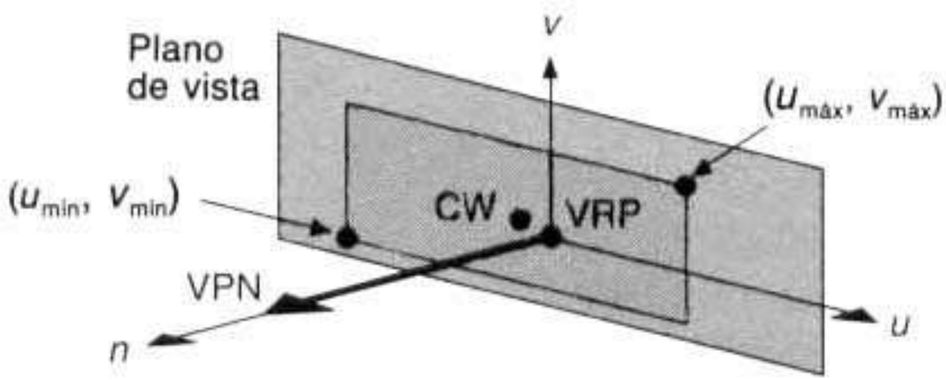
Especificación de una vista tridimensional

Una vez definido el sistema VRC, es posible determinar las coordenadas u y v máximas y mínimas de la ventana, como se muestra en la figura siguiente .

Se observa que la ventana no tiene por qué ser simétrica respecto al VRP.

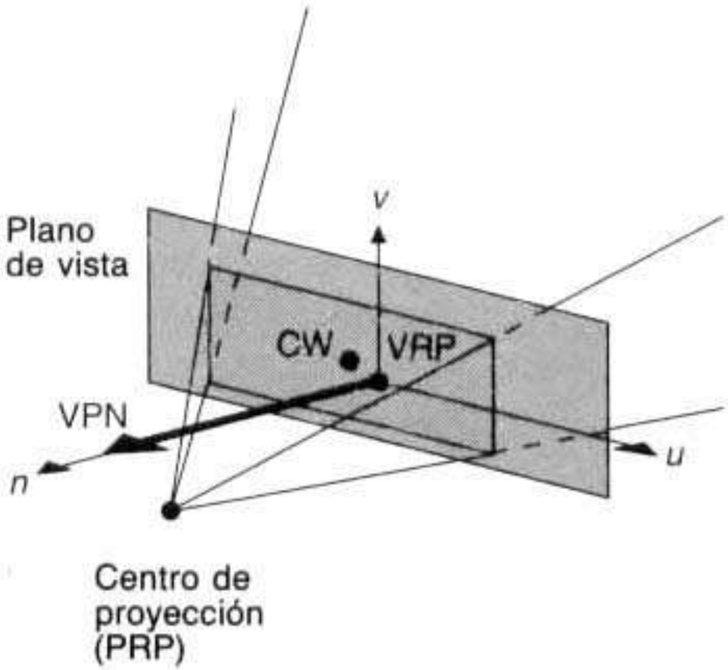
También se observa explícitamente el centro de la ventana, CW.

Especificación de una vista tridimensional



El sistema de coordenadas de referencia de visualización (VRC) es un sistema de mano derecha formado por los ejes u, v y n. El eje n siempre es VPN. CW es el centro de la ventana.

Especificación de una vista tridimensional



Volumen de vista de pirámide semiinfinita para la proyección de perspectiva. CW es el centro de la ventana.

Especificación de una vista tridimensional

El centro de proyección y la dirección de la proyección (DOP) se definen con un punto de referencia de proyección (PRP) y un indicador del tipo de proyección.

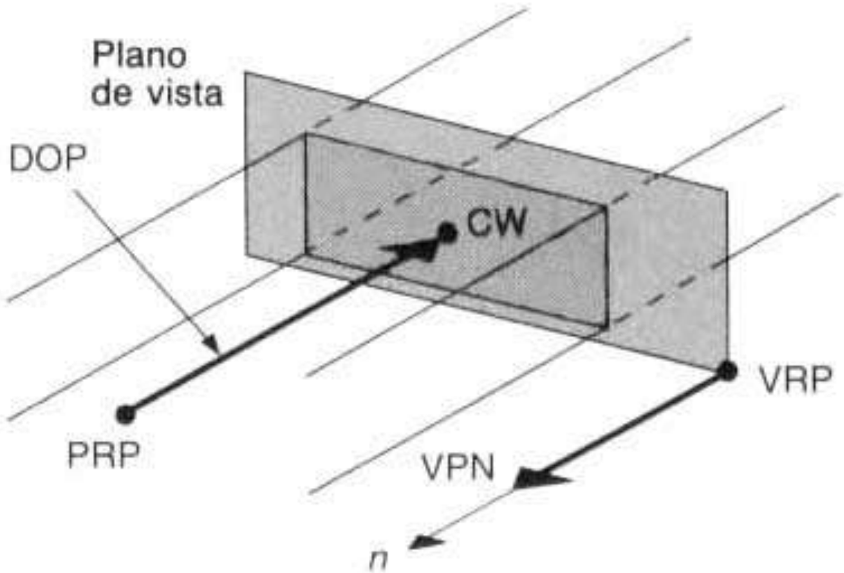
Perspectiva, PRP es el centro de proyección.

Paralela, la dirección de proyección es de PRP a CW.

El centro de la ventana generalmente es distinto del VRP, el cual ni siquiera tiene que estar dentro de los límites de la ventana.

IMPORTANTE: El PRP se especifica en el sistema VRC, no en el sistema de coordenadas de mundo, es decir la posición del PRP con respecto al VRP no cambia al mover el VUP o VRP.

Especificación de una vista tridimensional



Volumen de vista de paralelepípedo infinito para una proyección paralela ortográfica. VPN y la dirección de proyección (DOP) son paralelas. DOP es el vector de PRP a CW y es paralelo a VPN.

Especificación de una vista tridimensional

Perspectiva: pirámide semi-infinita (ápice= PRP)
pirámide finita

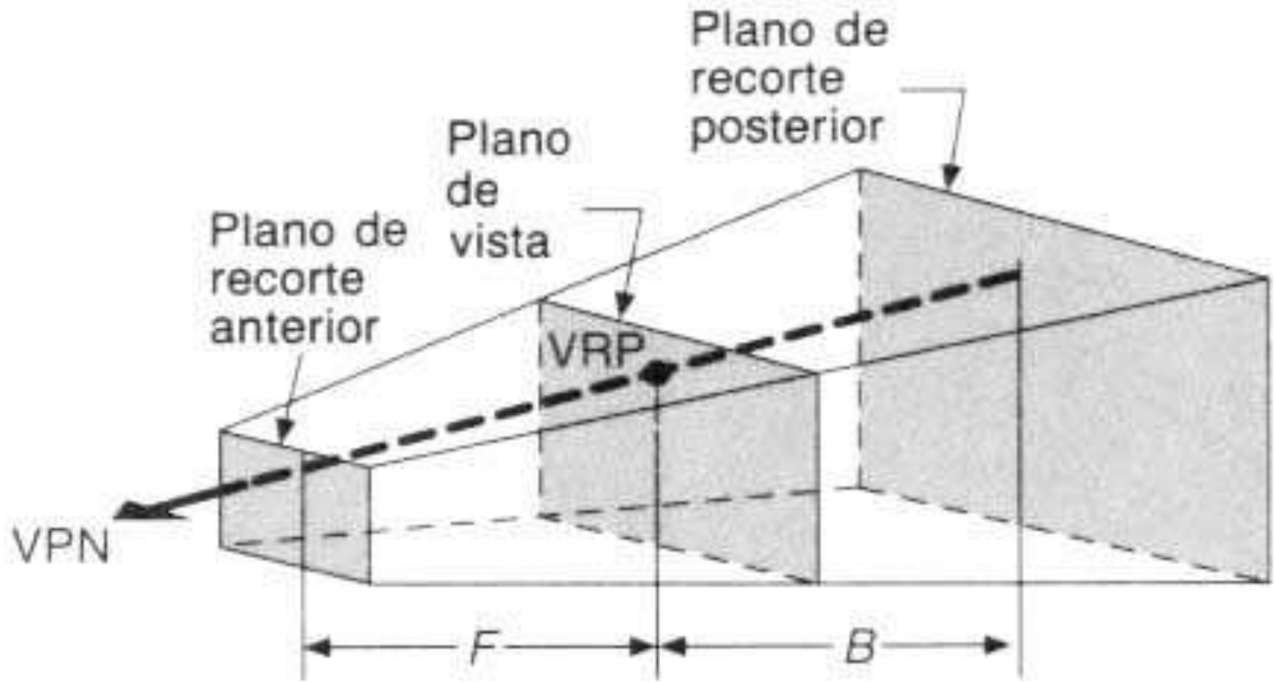
*plano de recorte anterior
- distancia al plano anterior F (vc)
(negativa si estás detrás del plano de proyección)

*plano de recorte posterior
- distancia al plano posterior B (vc)
(negativa si esta detrás del plano de proyección)

Paralela: Paralelogramo infinito

*El grueso del volumen es F - B

Especificación de una vista tridimensional



Volumen de vista truncado para una proyección de perspectiva.

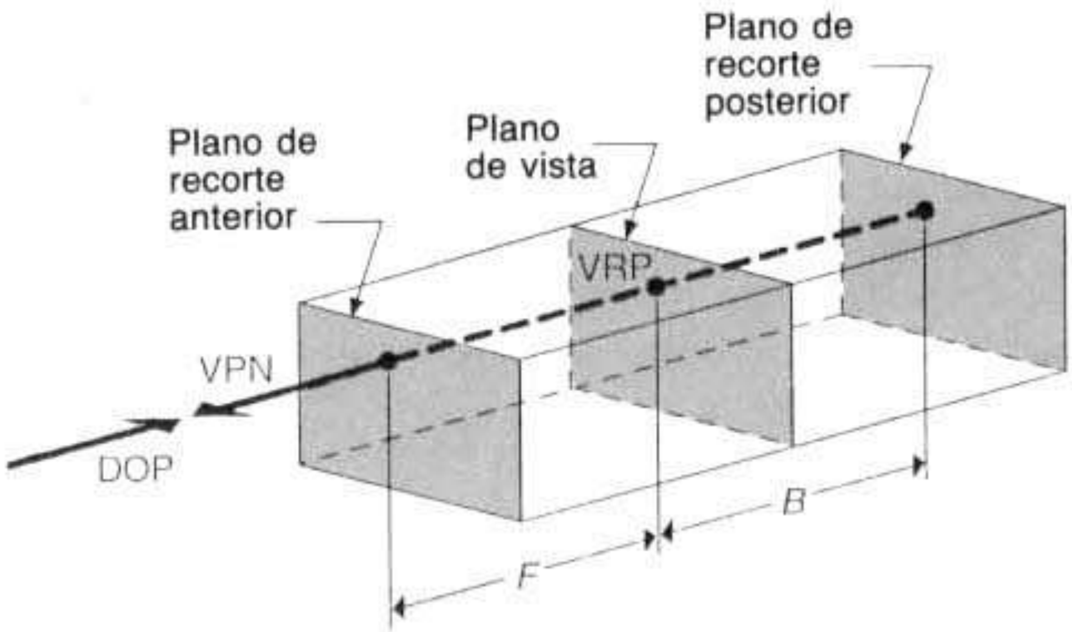
Especificación de una vista tridimensional

En el caso de las proyecciones paralelas, el volumen de vista es un paralelepípedo infinito con lados paralelos a la dirección de proyección, o sea a la dirección del PRP al centro de la ventana.

En general se desea que el volumen de vista sea finito para limitar el número de primitivas de salida que se proyectan sobre el plano de vista.

Se considera un plano de recorte anterior un plano de recorte posterior.

Especificación de una vista tridimensional



Volumen de vista truncado para una proyección paralela ortográfica. DOP es la dirección de la proyección.

Especificación de una vista tridimensional

Teóricamente, los objetos pueden ubicarse en cualquier parte del espacio del observador , incluso detrás del ojo.

Algunos de éstos puntos quedarán fuera del cono de visión, siendo por tanto invisibles. De hecho parte del cono de visión quedaría fuera del área de pantalla; es decir, nos quedamos con una subárea de visión: la “pirámide de visión” o “frustum”.

Un frustum es una pirámide semi_infinita, cuya base es usualmente rectangular en lugar de cuadrada, ya que la pantalla no es cuadrada.

El frustum define cuáles partes del mundo tridimensional pueden ser vistas desde la posición de la cámara cuando se observa a través de una ventana (la pantalla del ordenador)y cuáles no. Aquí se muestra una figura que ayuda a tener una visión más clara al respecto:

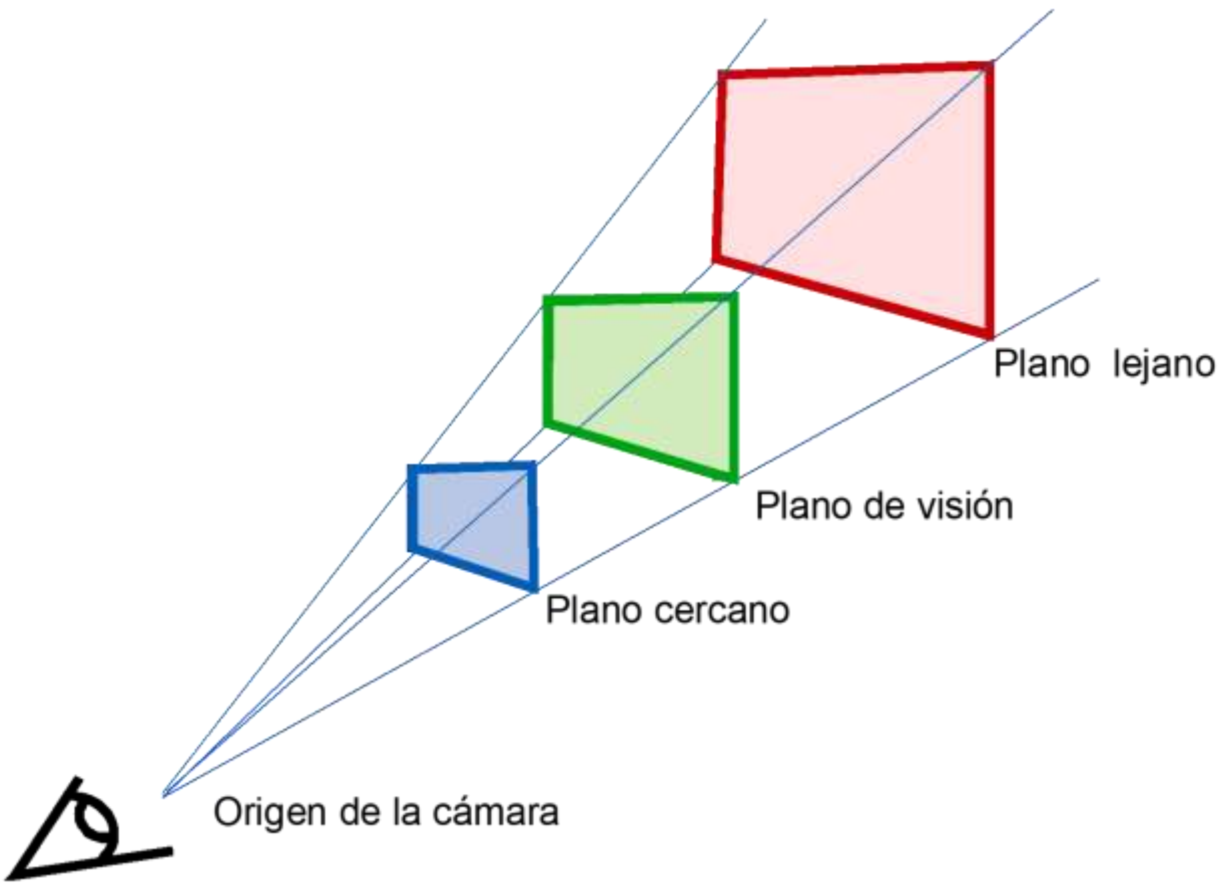
Especificación de una vista tridimensional

Con sólo utilizar la visión rectangular, la posición origen de la cámara (" plano_cercano") y el "plano_lejano" (que guarda alguna distancia con el origen de la cámara) se podrían generar los puntos correspondientes a los planos: tope, base, derecho, izquierdo, cercano y lejano, que al interceptarse forman a la pirámide de visión o frustum.

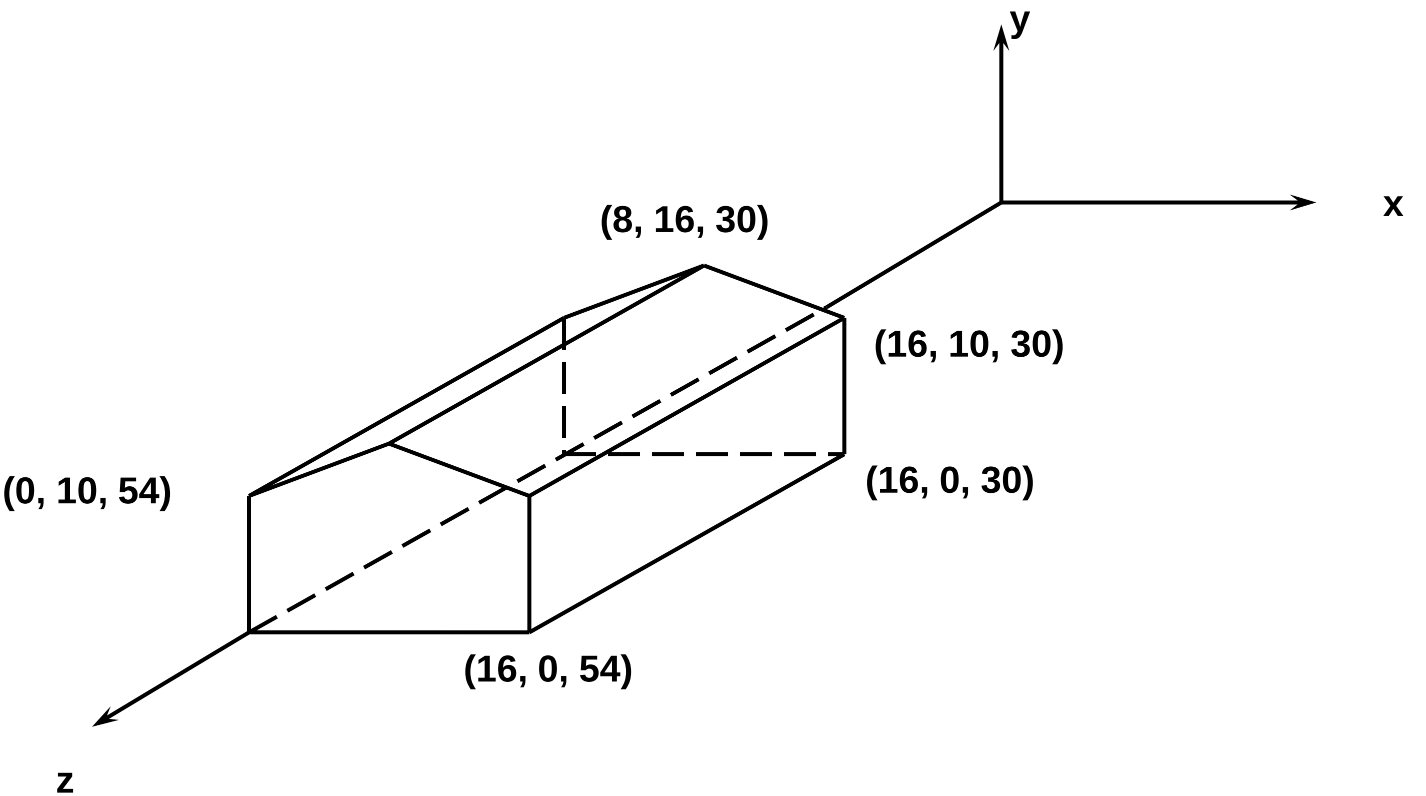
Una vez que se hayan obtenido esos 6 planos es muy fácil determinar si alguno de los puntos dados está fuera o dentro del frustum. Se debe proyectar el punto en cuestión contra cada plano para así asegurar si el punto está o no dentro del frustum o pirámide de visión.

Así pues, todos los puntos exteriores a esta pirámide, esto es, aquellos cuyas transformaciones perspectivas caen fuera del área de la pantalla, deben ser ignorados, y los segmentos lineales exteriores al rectángulo de la pantalla recortados según las “Técnicas de Clipping”.

Especificación de una vista tridimensional

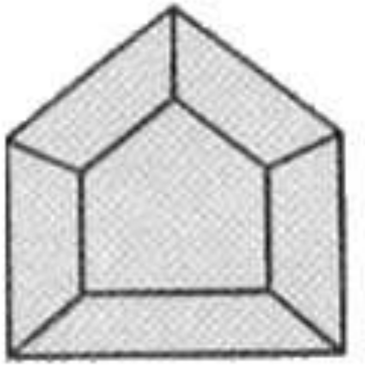


Ejemplos de vista tridimensional



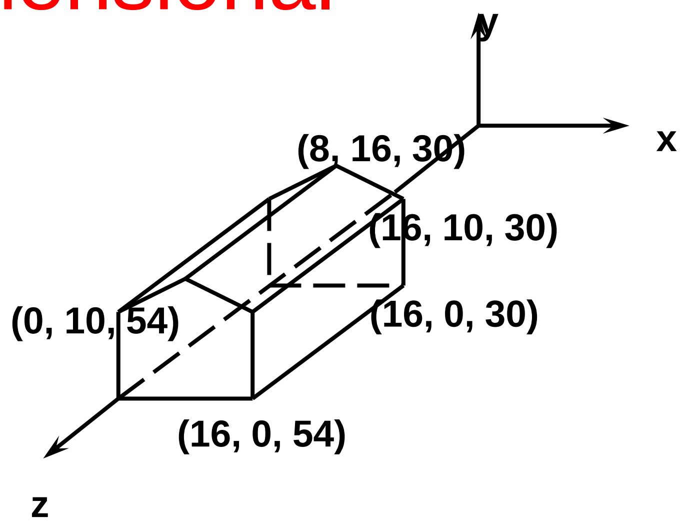
Ejemplos de vista tridimensional

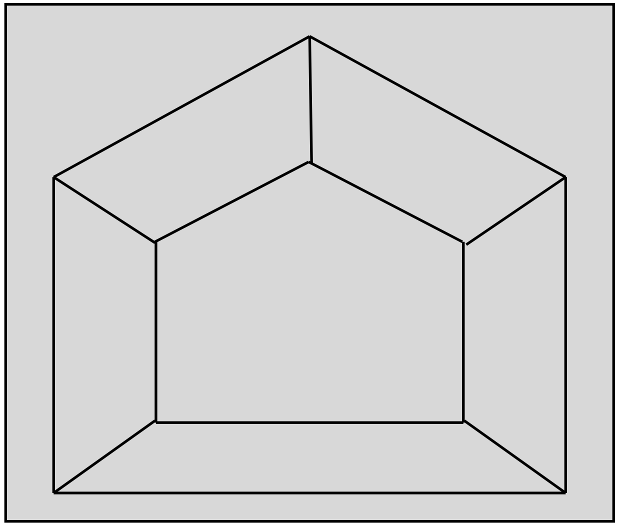
VRP(WC) (0, 0, 0)
VPN(WC) (0, 0, 1)
VUP(WC) (0, 1, 0)
PRP(VRC) (8, 6, 84)
ventana(VRC) (-50, 50, -50, 50)
Tipo de proyección perspectiva

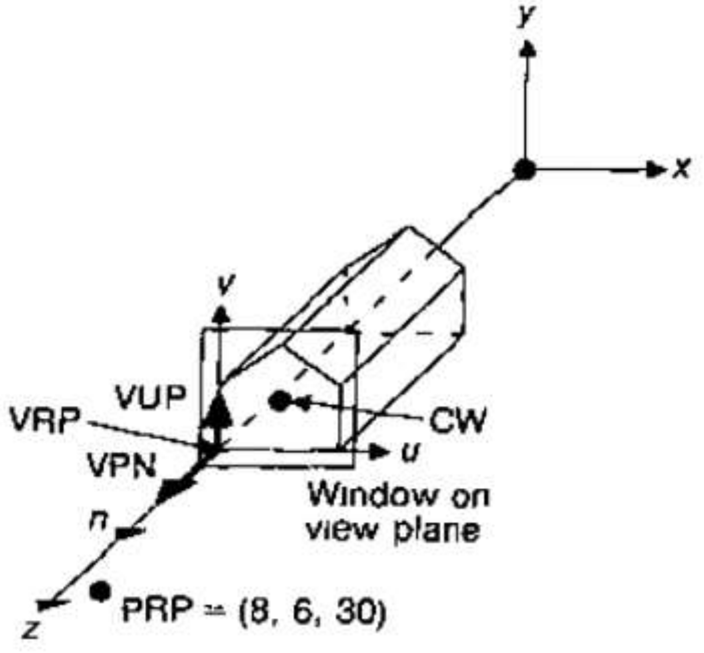


Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(0, 0, 54)
VPN(WC)	(0, 0, 1)
VUP(WC)	(0, 1, 0)
PRP(VRC)	(8, 6, 30)
ventana(VRC)	(-1, 17, -1, 17)
Tipo de proyección	perspectiva

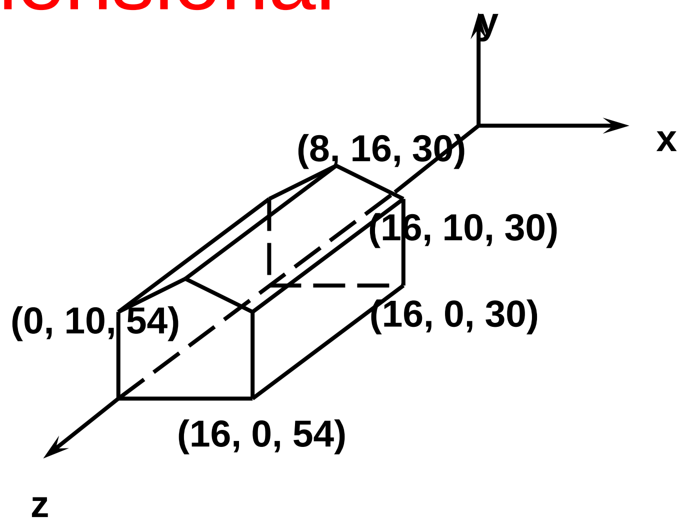


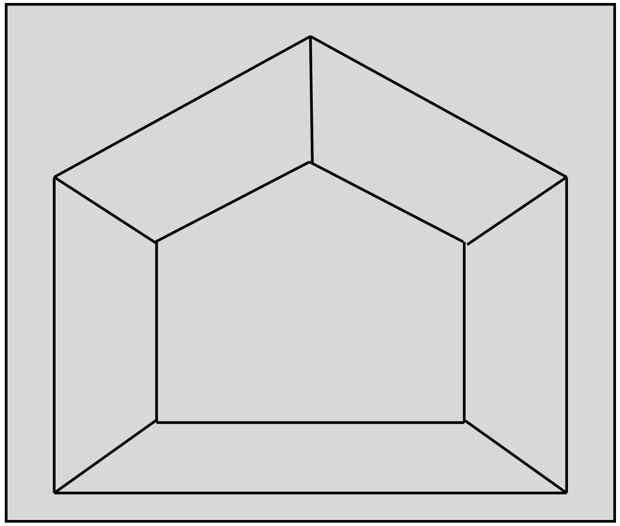


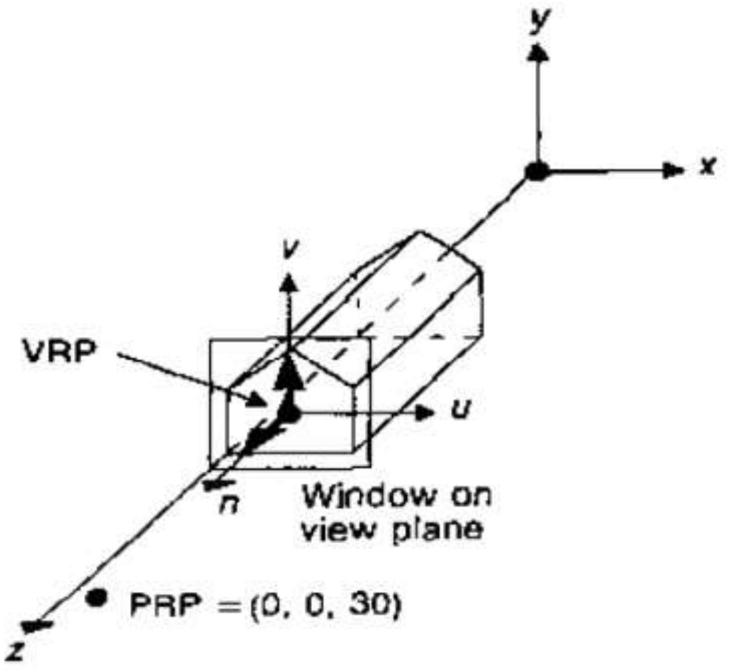


Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(8, 6, 54)
VPN(WC)	(0, 0, 1)
VUP(WC)	(0, 1, 0)
PRP(VRC)	(0, 0, 30)
ventana(VRC)	(-9, 9, -7, 11)
Tipo de proyección	perspectiva

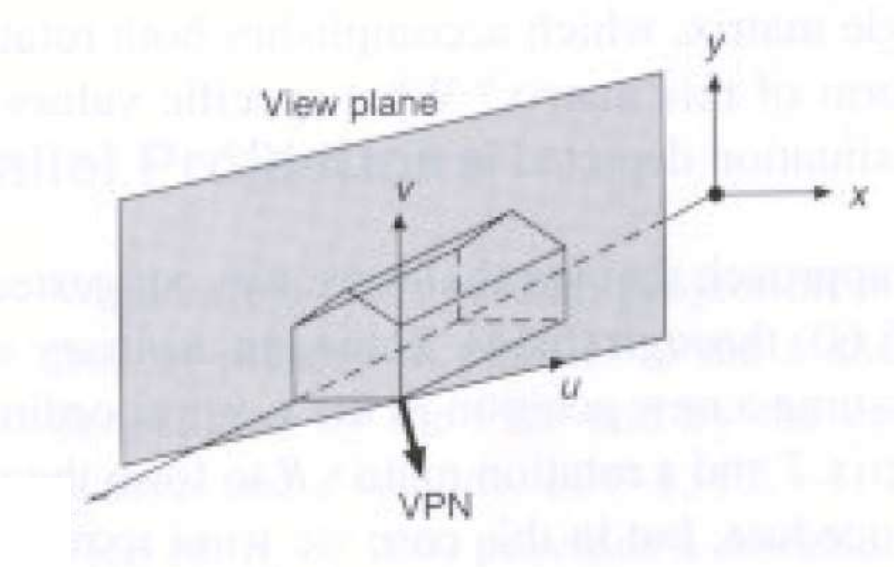


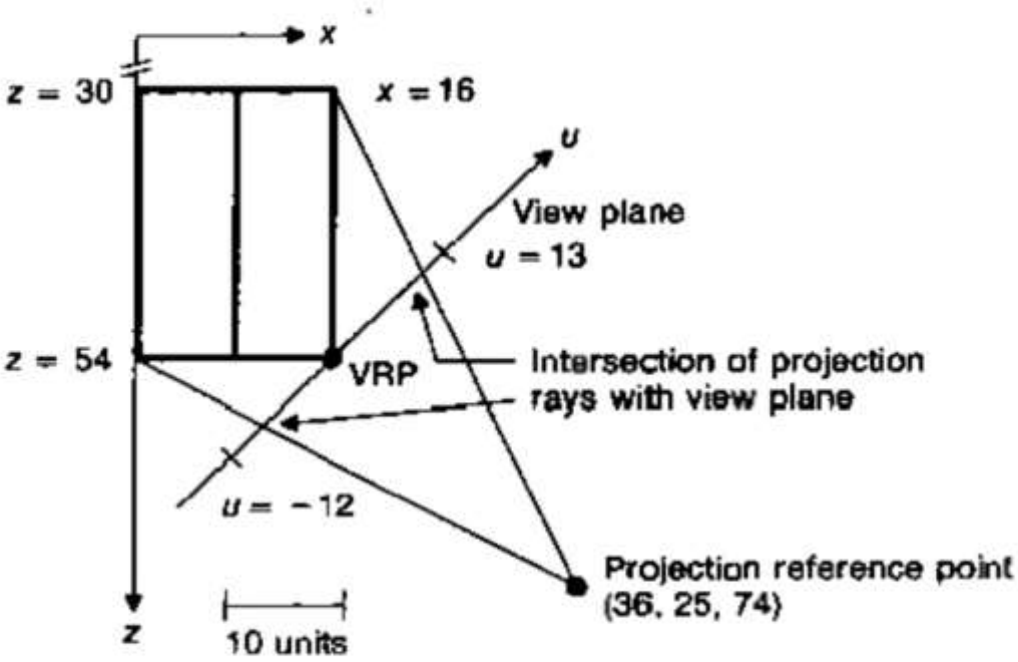


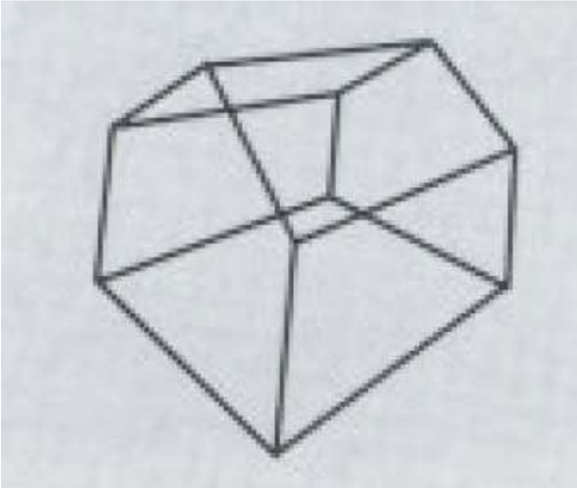


Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(16, 0, 54)
VPN(WC)	(1, 0, 1)
VUP(WC)	(0, 1, 0)
PRP(VRC)	(0, 25, $20\sqrt{2}$)
ventana(VRC)	(-20, 20, -5, 35)
Tipo de proyeccción	perspectiva

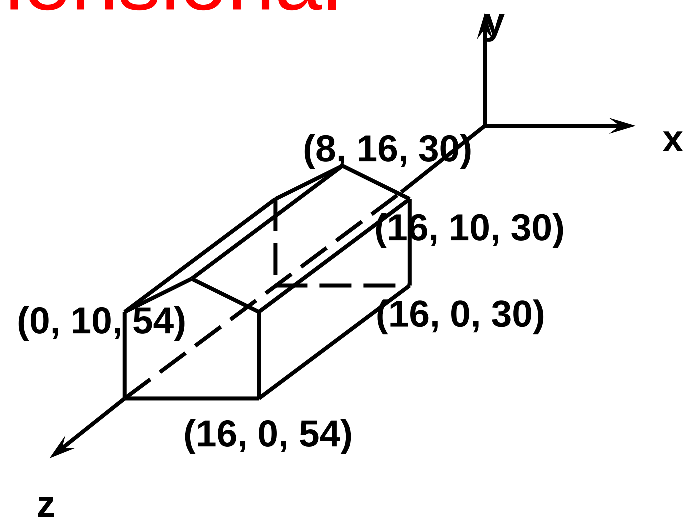


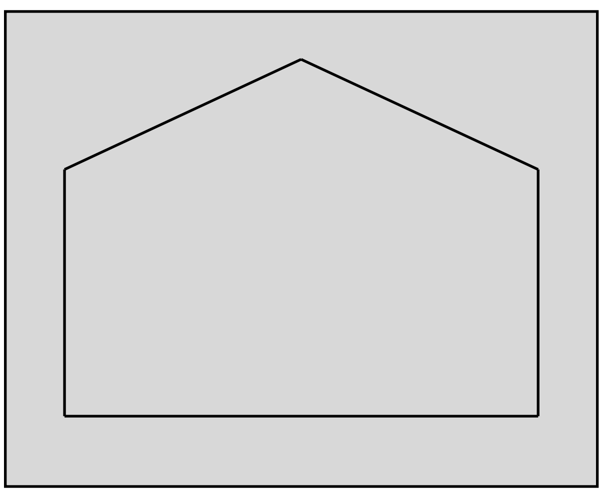


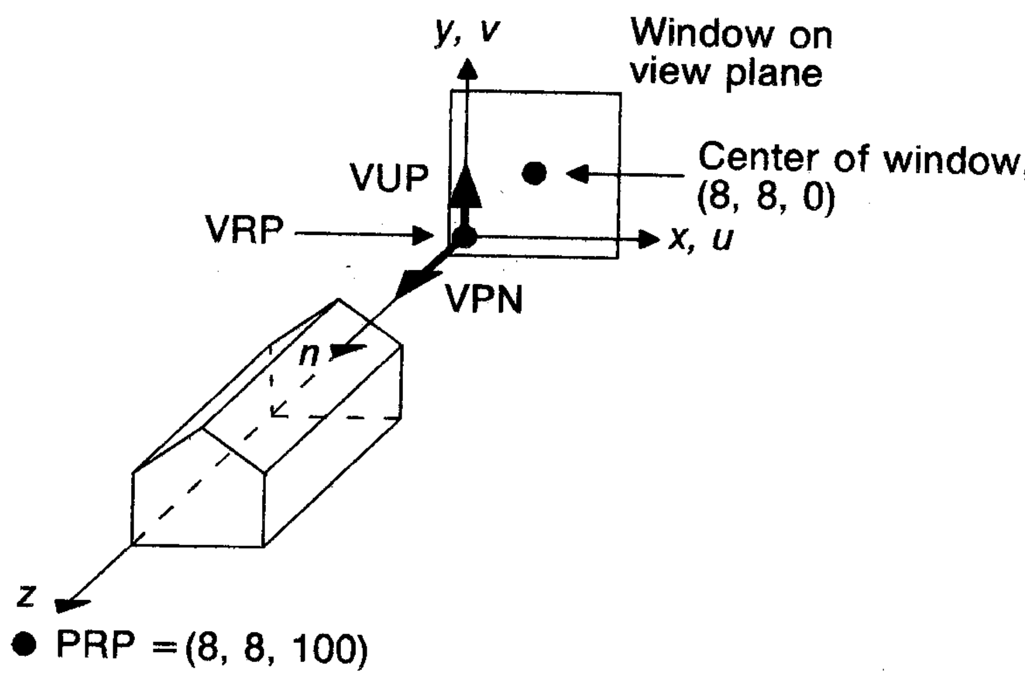


Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(0, 0, 0)
VPN(WC)	(0, 0, 1)
VUP(WC)	(0, 1, 0)
PRP(VRC)	(8, 8, 100)
ventana(VRC)	(-1, 17, -1, 17)
Tipo de proyección	paralela

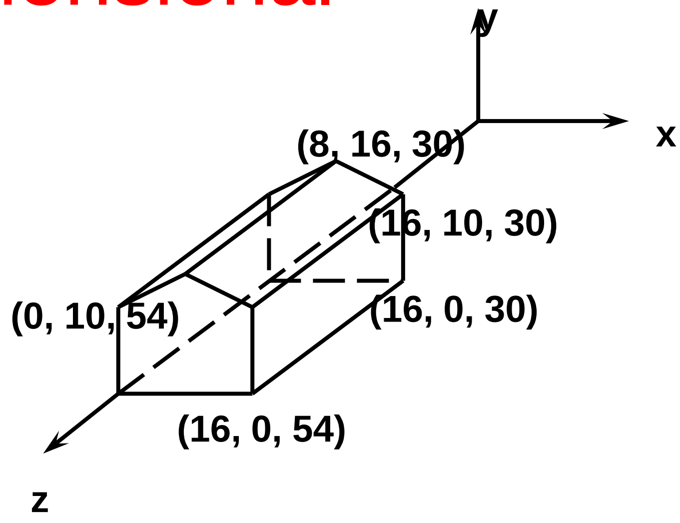


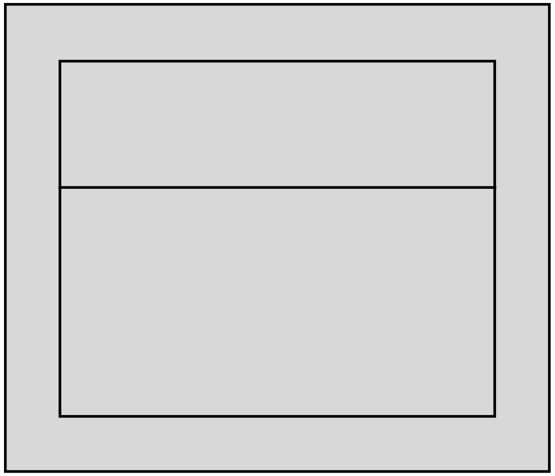


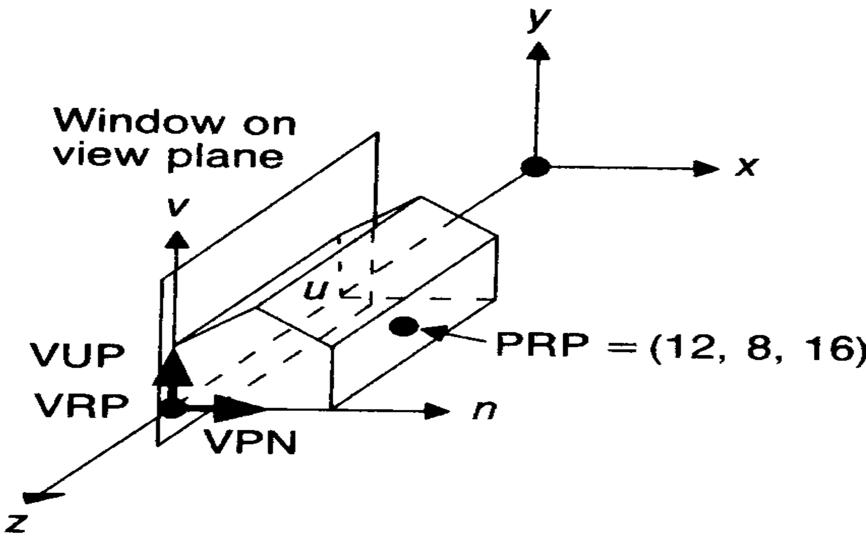


Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(0, 0, 54)
VPN(WC)	(1, 0, 0)
VUP(WC)	(0, 1, 0)
PRP(VRC)	(12, 8, 16)
ventana(VRC)	(-1, 25, -5, 21)
projection type	paralela



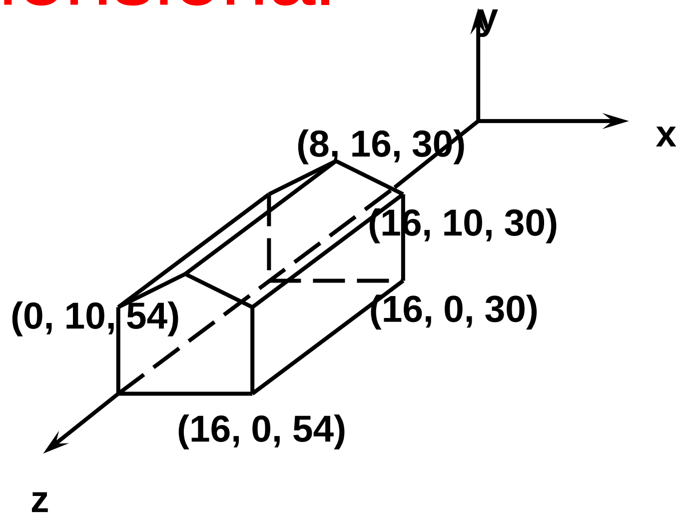


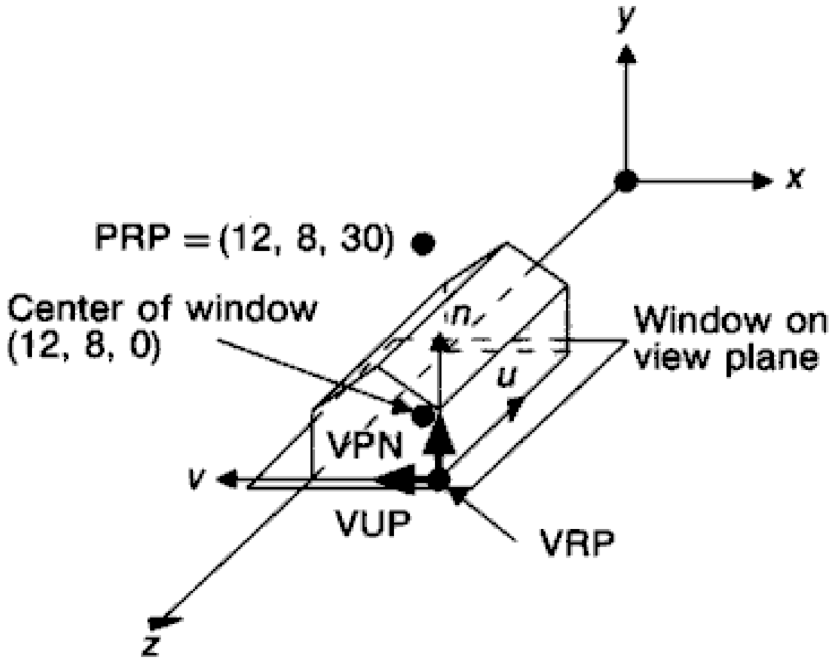


Proyección paralela de un lado de la casa [Foley et al.]

Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)	(16, 0, 54)
VPN(WC)	(0, 1, 0) eje y
VUP(WC)	(-1, 0, 0) eje negativo x
PRP(VRC)	(12, 8, 30)
ventana(VRC)	(-1, 25, -5, 21)
Tipo de proyección	paralela

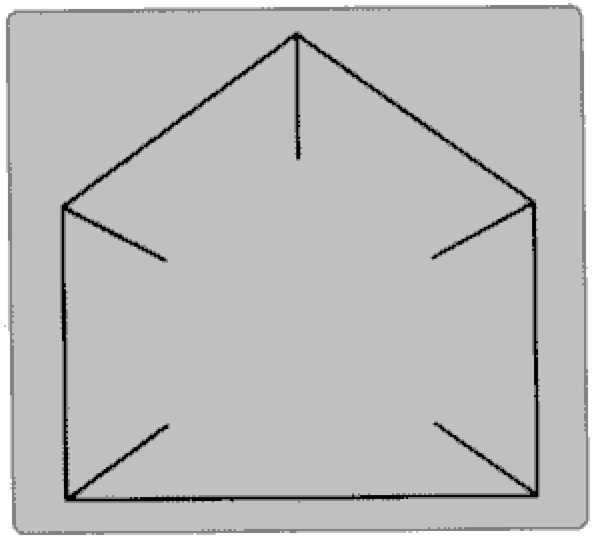




The viewing situation for a top view of the house.

Ejemplos de vista tridimensional

VRP(WC)		(0, 0, 54)	esquina inferior izquierda de la casa
VPN(WC)		(0, 0, 1)	eje z
VUP(WC)		(0, 1, 0)	eje y
PRP(VRC)		(8, 6, 30)	
ventana(VRC)		(-1, 17, -1, 17)	
Tipo de proyección		perspectiva	
F	+1		una unidad frente a la casa, z=54 + 1=55
B	-23		una unidad detrás de la casa, z=54 - 23=31



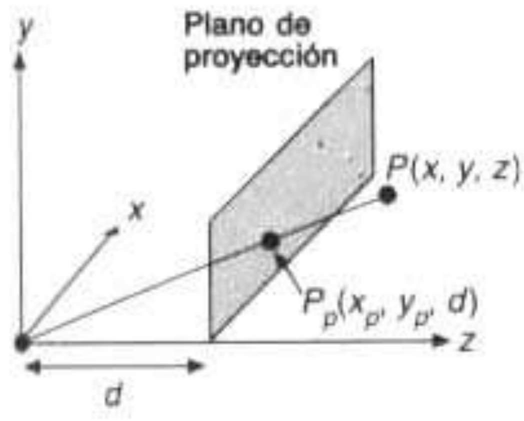
Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

A.

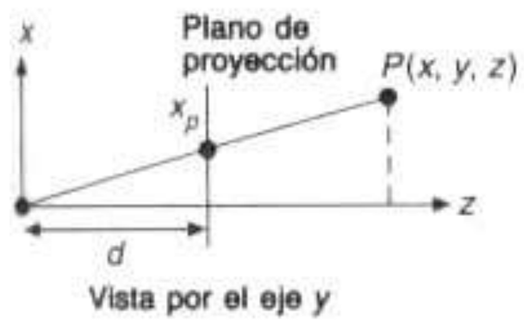
PRP = (0, 0, 0)

VRP = (0, 0, d)

VPN = (0, 0, -1)

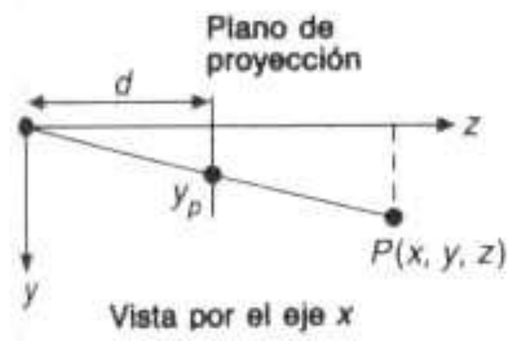


$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{z}$$



$$\frac{y'}{d} = \frac{y}{z}$$

$$x' = \frac{d.x}{z} = \frac{x}{z/d}$$



$$y' = \frac{d.y}{z} = \frac{y}{z/d}$$

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

$$P' = \left(\frac{x}{z/d}, \frac{y}{z/d}, d, 1 \right)$$

$$= \left(x, y, z, \frac{z}{d} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

$$M_{per} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 0 \end{bmatrix}$$

Sea las coordenadas homogéneas de un punto P en tres dimensiones aumentado en 1.

Por ejemplo, si P=(x, y, z), =(x, y, z, 1)

Sea un punto equivalente al punto homogéneo P.

Por ejemplo, si P=(x, y, z, w), =(x/w, y/w, z/w)

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

1. Para cualquier punto en 3D, $\left(M \bullet \overline{P}\right)$ da su proyección en el plano z = d.

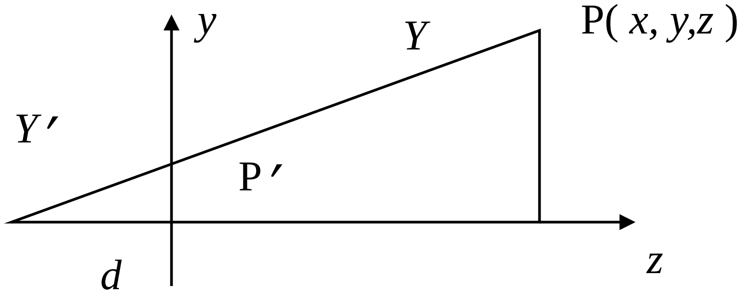
2. La transformación linear transforma una línea en otra línea, una línea arbitraria en 3D dado por P1 y P2 se proyecta a una línea conectando $\left(M \bullet \overline{P}_1\right)$ a $\left(M \bullet \overline{P}_2\right)$
3. Por lo tanto M es la solución al problema de visualización para esta configuración de vista específica
4. Muchos dispositivos de hardware soportan la multiplicación 4x4 de matriz-matriz y multiplicación matriz-vector.

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

B.

El plano es z=0

PRP=(0, 0, -d)



$$\frac{x'}{d} = \frac{x}{z+d} \qquad \frac{y'}{d} = \frac{y}{z+d}$$

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

$$\therefore \quad x' = \frac{dx}{z+d} = \frac{x}{z/d+1} \qquad y' = \frac{dy}{z+d} = \frac{y}{z/d+1}$$

$$\therefore \quad P' = \left(\frac{x}{z/d+1}, \frac{y}{z/d+1}, 0, 1 \right)$$

$$= \left(x, y, 0, \frac{z}{d}+1 \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

C. Proyección Ortográfica

VRP = (0, 0, 0)

Por supuesto

x' = x, y' = y, z' = 0

$$\therefore \quad P' = (x, y, 0, 1)$$

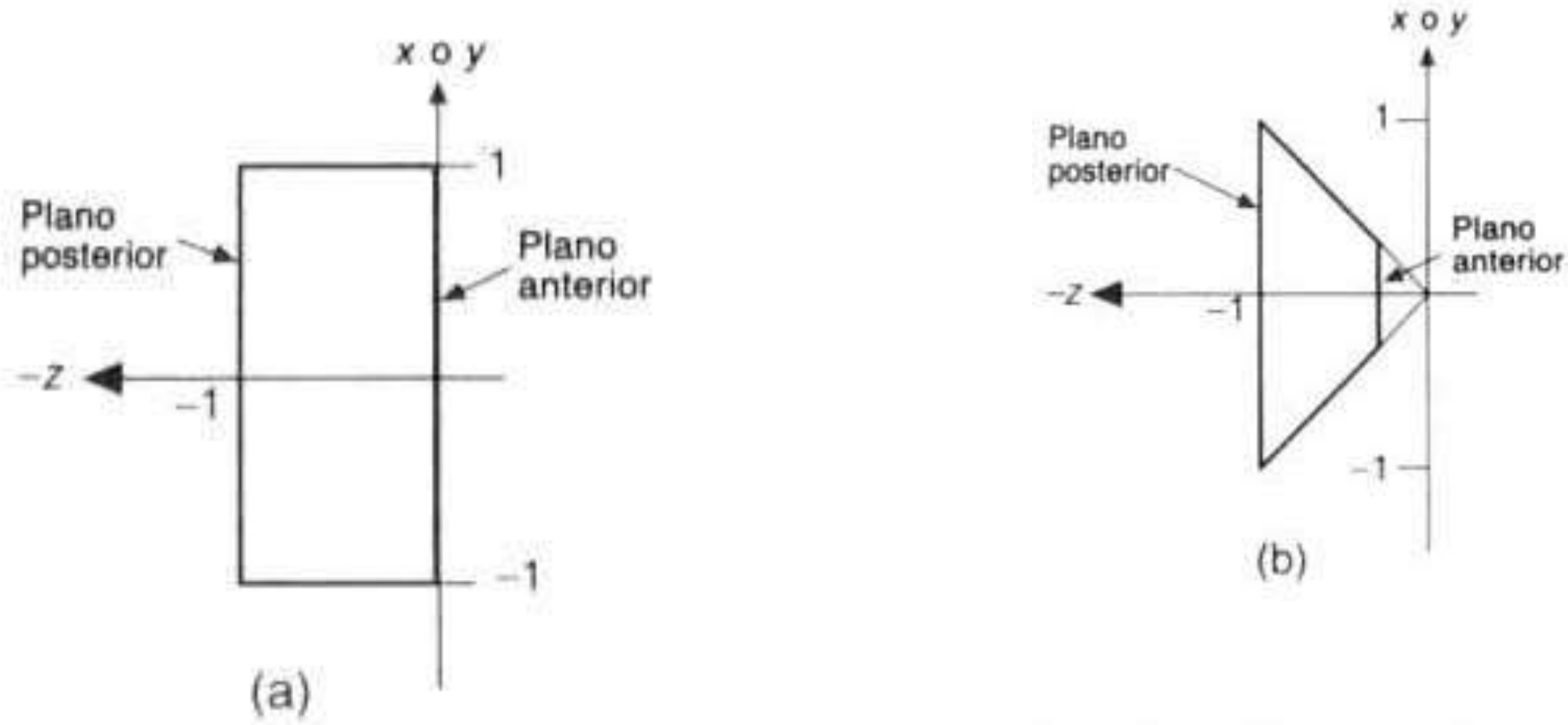
$$M_{ort} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

Necesitamos solo un paso adicional: clipping

(El algoritmo de proyección no debe proyectar objetos que estén fuera del volumen de vista.)

Volúmenes de vista canónicos



Los dos volúmenes de vista canónicos, para las proyecciones (a) paralela y (b) de perspectiva.

Las matemáticas en las proyecciones geométricas planas

Planos del volumen canónico de p. paralela:

$x=-1, \quad x=1, \quad y=-1, \quad y=1, \quad z=0, \quad z=-1$

Planos del volumen canónico de p. perspectiva:

$x=-z, \quad x=z, \quad y=-z, \quad y=z, \quad z=-z_{min}, \quad z=-1$

Extensión de Cohen-Sutherland para volumen canónico paralelo

Planos del volumen canónico de p. paralela:

$x=-1, \quad x=1, \quad y=-1, \quad y=1, \quad z=0, \quad z=-1$

Bit 1 – Punto encima del volumen de vista	$y>1$
Bit 2 – Punto debajo del volumen de vista	$y<-1$
Bit 3 – Punto a la derecha del volumen de vista	$x>1$
Bit 4 – Punto a la izquierda del volumen de vista	$x<-1$
Bit 5 – Punto detrás del volumen de vista	$z<-1$
Bit 6 – Punto enfrente del volumen de vista	$z>0$

Extensión de Cohen-Sutherland para volumen canónico de perspectiva

Planos del volumen canónico de p. perpectiva:

$$x=-z, \quad x=z, \quad y=-z, \quad y=z, \quad z=-z_{min}, \quad z=-1$$

Bit 1 – Punto encima del volumen de vista	$y>-z$
Bit 2 – Punto debajo del volumen de vista	$y<z$
Bit 3 – Punto a la derecha del volumen de vista	$x>-z$
Bit 4 – Punto a la izquierda del volumen de vista	$x<z$
Bit 5 – Punto detrás del volumen de vista	$z<-1$
Bit 6 – Punto enfrente del volumen de vista	$z> z_{min}$

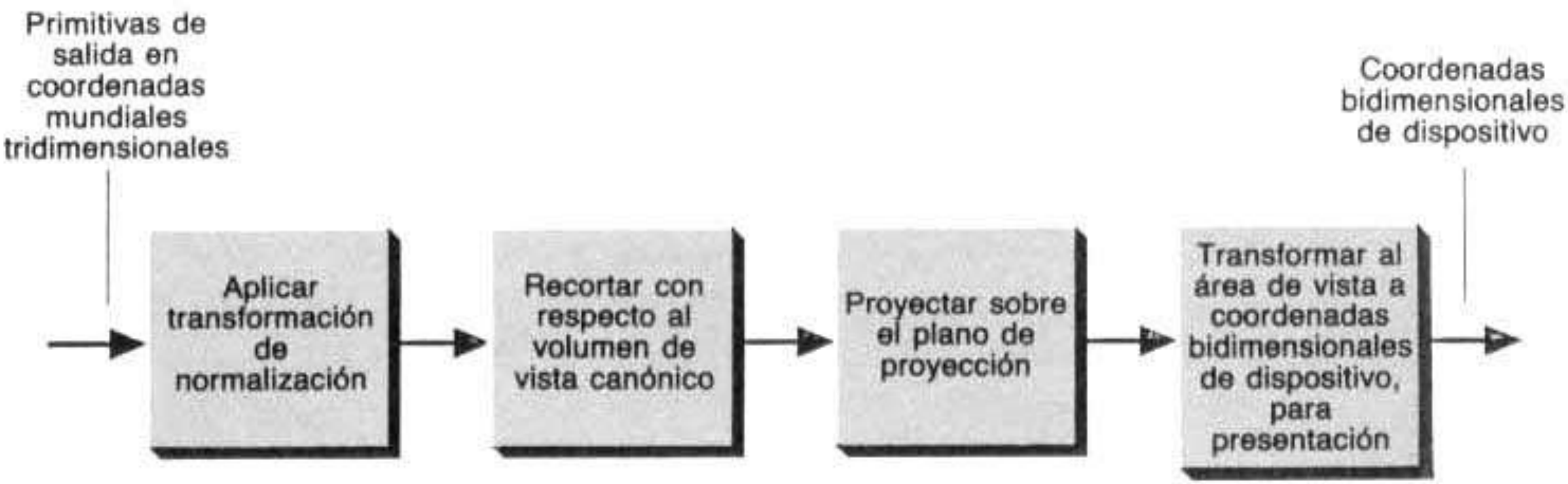
Implantación de proyecciones geométricas planas

Secuencia de procesos

Transformaciones de Normalización (Npar & Nper) transforman un volumen de vista arbitrario en volúmenes de vista canónicos.

El clipping es mucho mas simple en volúmenes canónicos que en volúmenes de vistas generales.

Por lo tanto el procedimiento estándar para visualización 3D es:

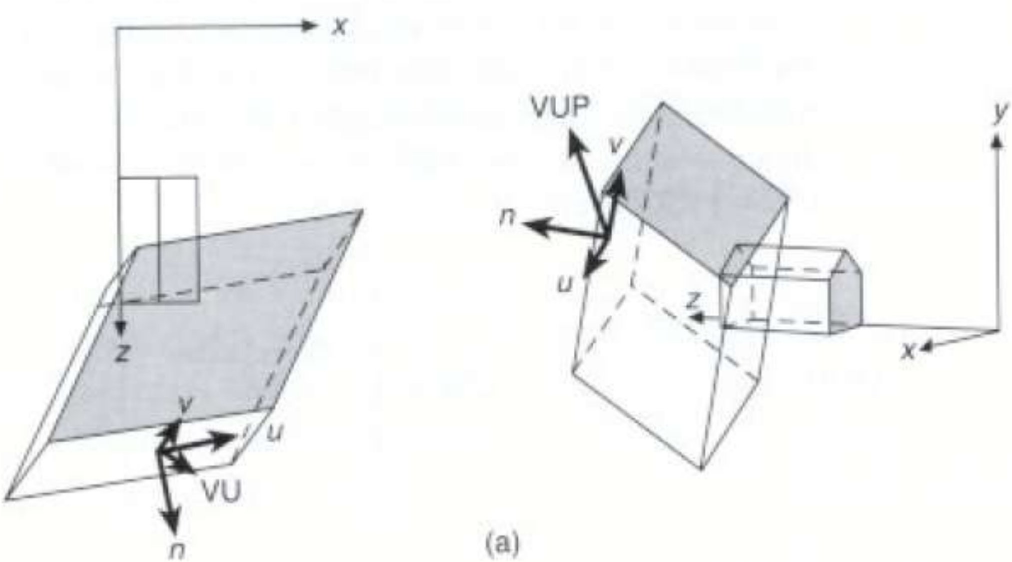


Implantación de la visualización tridimensional.

El caso de la proyección paralela

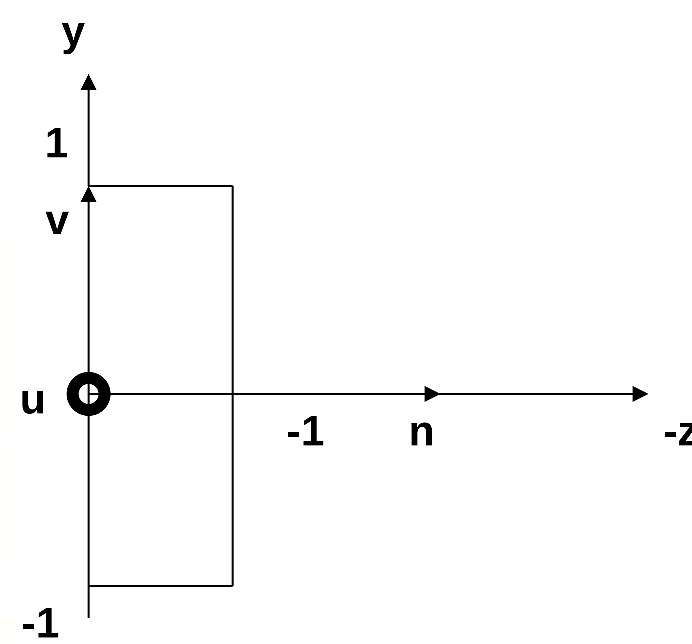
Dados:
- VRP
- VPN
- $u_{min}, u_{max}, v_{min}, v_{max}$
- F, B
- PRP

Volumen de vista inicial



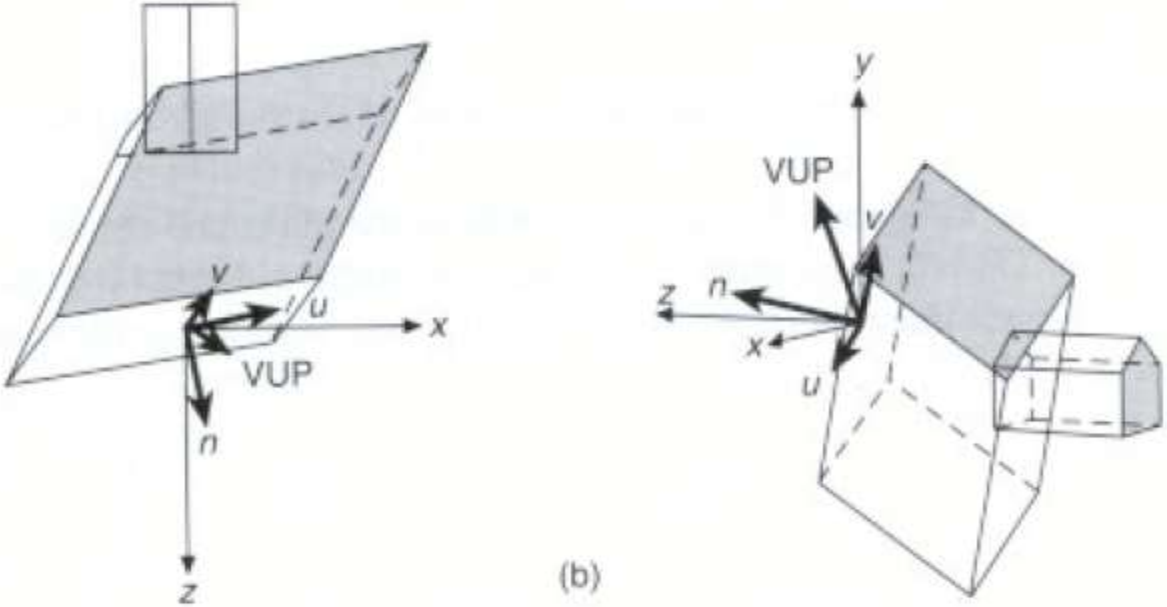
(a)

Volumen de vista final (canónico)



El caso de la proyección paralela

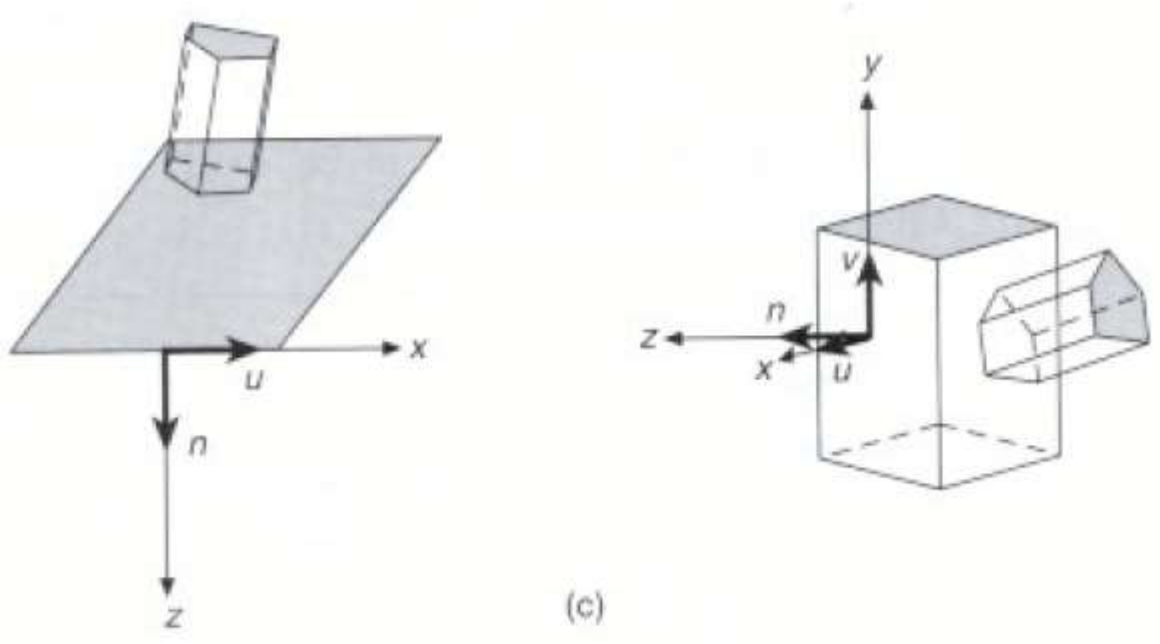
Trasladar al origen



(b)

El caso de la proyección paralela

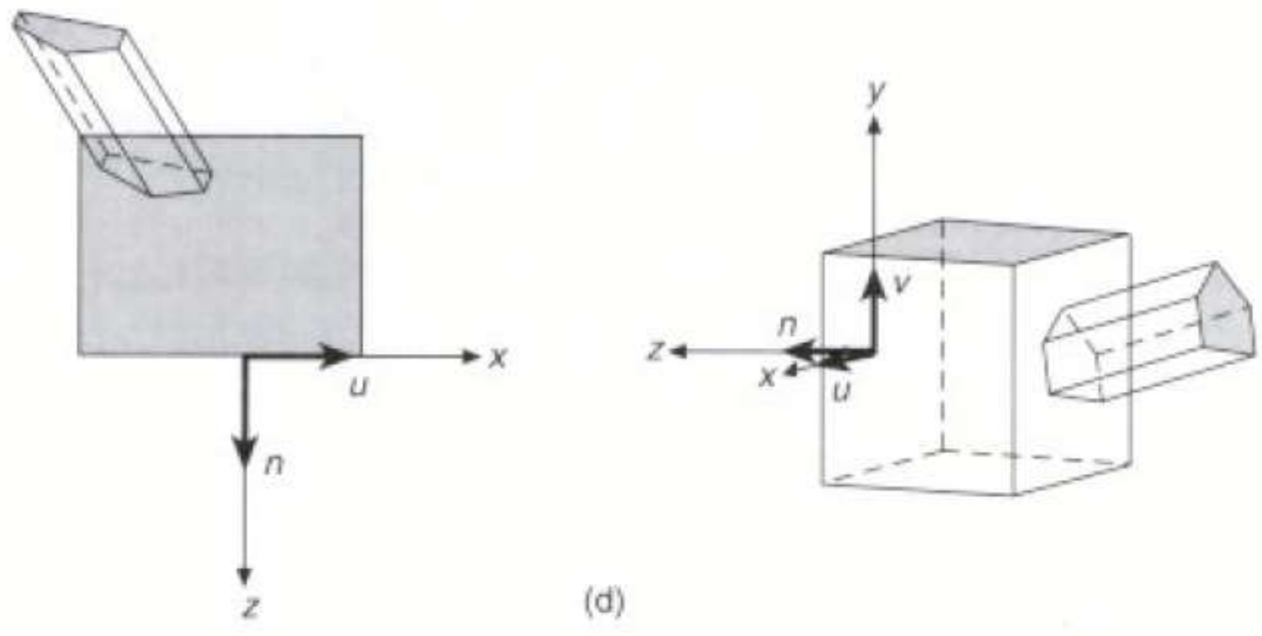
Rotar para que ambos sistemas de coordenadas sean iguales.



(c)

El caso de la proyección paralela

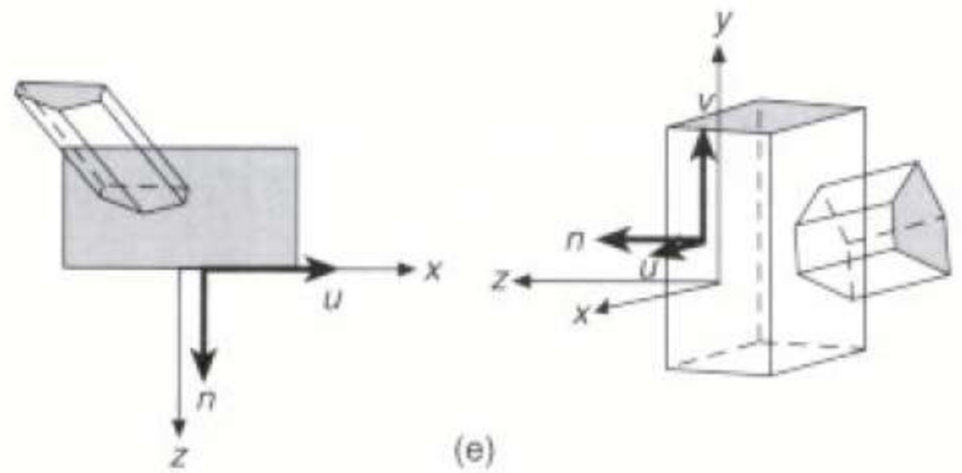
Sesgar el espacio (usar Shear) para que las caras del volumen canónico queden ortogonales al sistema de coordenadas.



(d)

El caso de la proyección paralela

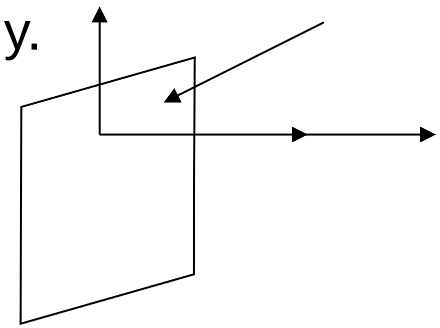
Trasladar y aplicar escalamiento para así finalmente obtener el volumen de vista canónico.



El caso de la proyección paralela

1. Trasladar VRP al origen

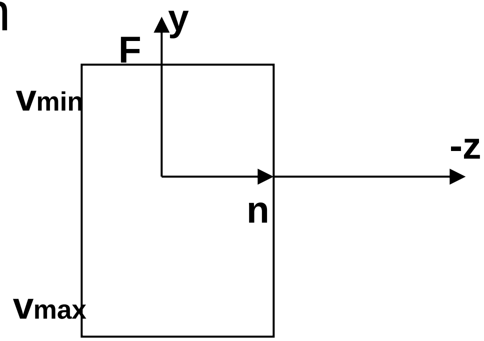
2. Rotar VRC de manera que el eje n (VPN) se convierta en el eje z, el eje u se convierta en el eje x y el eje v se convierta en el eje y.



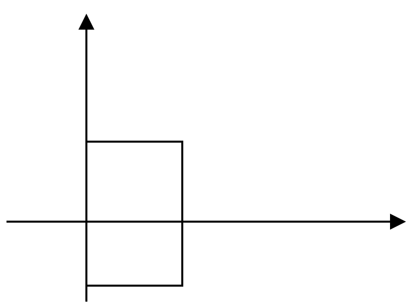
VPN=+z, x=u, y=v

3. Sesgar de manera que la dirección

de proyección sea paralela al eje z



4 . Trasladar y escalar al volumen de vista canónico de proyección paralela



El caso de la proyección paralela

1. $\mathrm{T}(-VRP)$

2.
$$n = \frac{VPN}{|VPN|}$$

$$u = \frac{VUP \times n}{|VUP \times n|}$$

$$v = n \times u$$

$$R = \begin{bmatrix} & u & & 0 \\ & v & & 0 \\ & n & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El caso de la proyección paralela

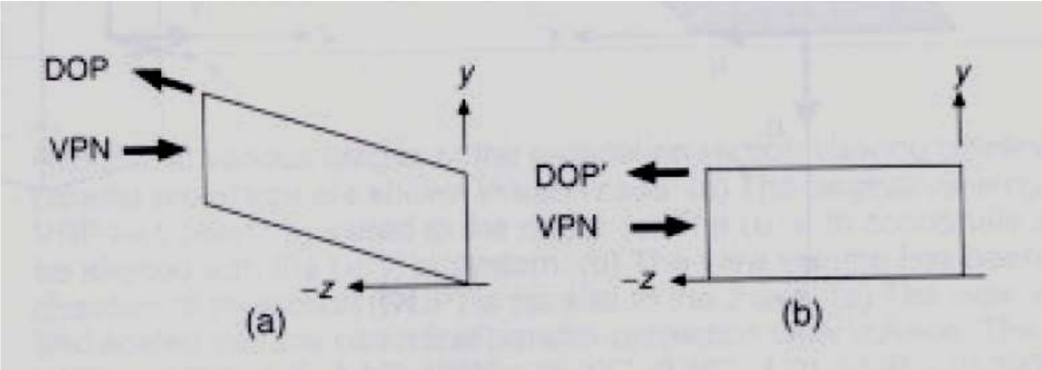
3 $$\mathrm{DOP} = \mathrm{CW} - \mathrm{PRP}$$

$$= \left[\frac{u_{\min} + u_{\max}}{2}, \frac{v_{\min} + v_{\max}}{2}, 0\right] - \left[prp_u, prp_v, prp_n\right]$$

$$= \left[dop_x, dop_y, dop_z\right]$$

$$\therefore SH_{par} = SH\left(-\frac{dop_x}{dop_z}, -\frac{dop_y}{dop_z}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{dop_x}{dop_z} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{dop_y}{dop_z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore dop_x = dop_y = 0.$$



El caso de la proyección paralela

4

$$T_{par} = T\left(-\frac{u_{\max} + u_{\min}}{2}, -\frac{v_{\max} + v_{\min}}{2}, -F \right)$$

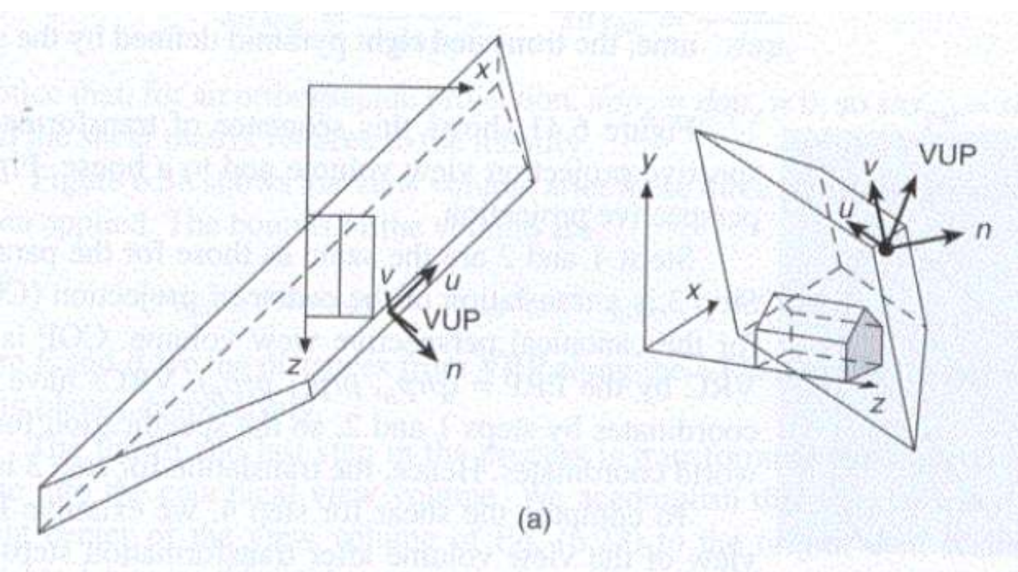
$$S_{par} = S\left(\frac{2}{u_{\max} - u_{\min}}, \frac{2}{v_{\max} - v_{\min}}, \frac{1}{F - B} \right)$$

$$\boxed{N_{par} = S_{par} \cdot T_{par} \cdot SH_{par} \cdot R \cdot T(-VRP)}$$

El caso de la proyección de perspectiva

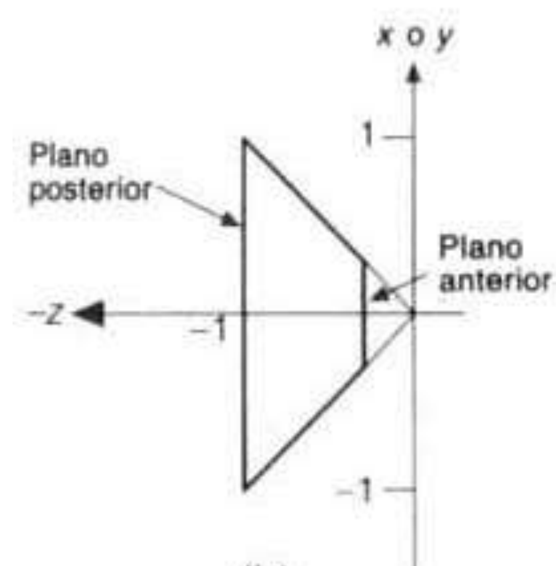
Dado:
- VRP
- VPN
- u_{min}, u_{max}, v_{min}, v_{max}
- F, B
- PRP

Volumen de vista original



(a)

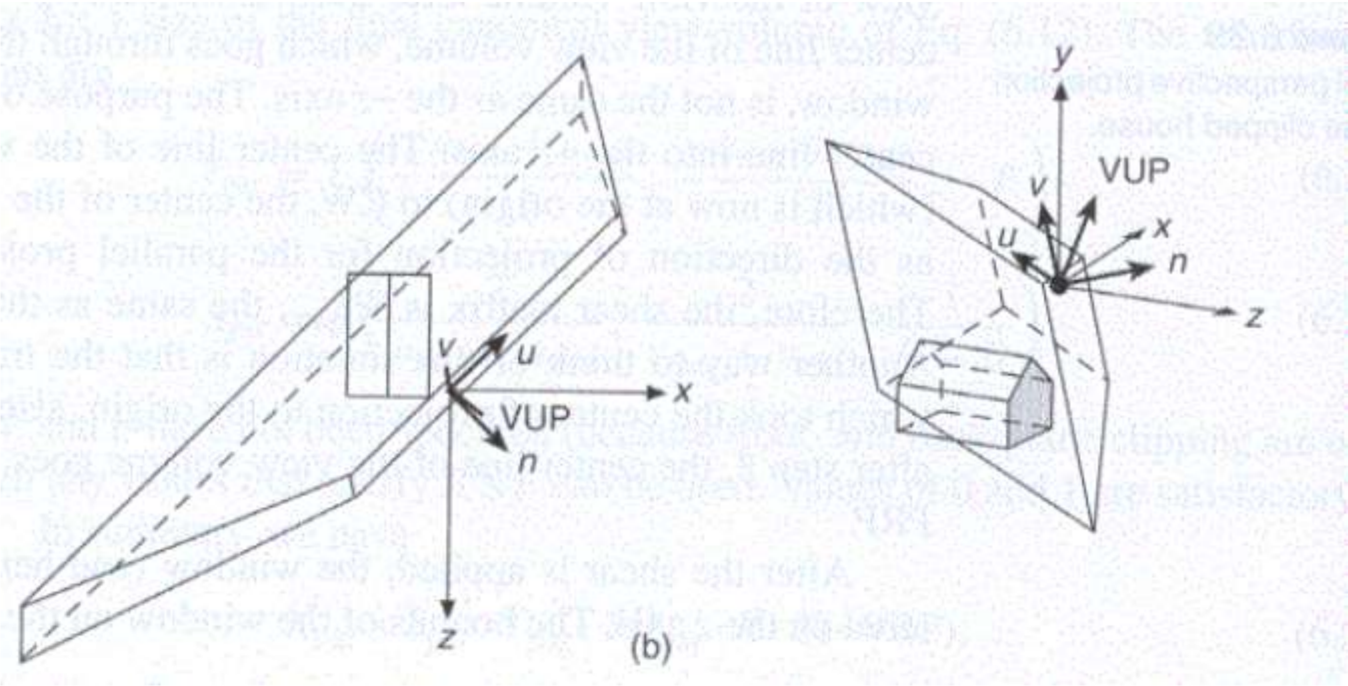
Volumen de vista canónico



(b)

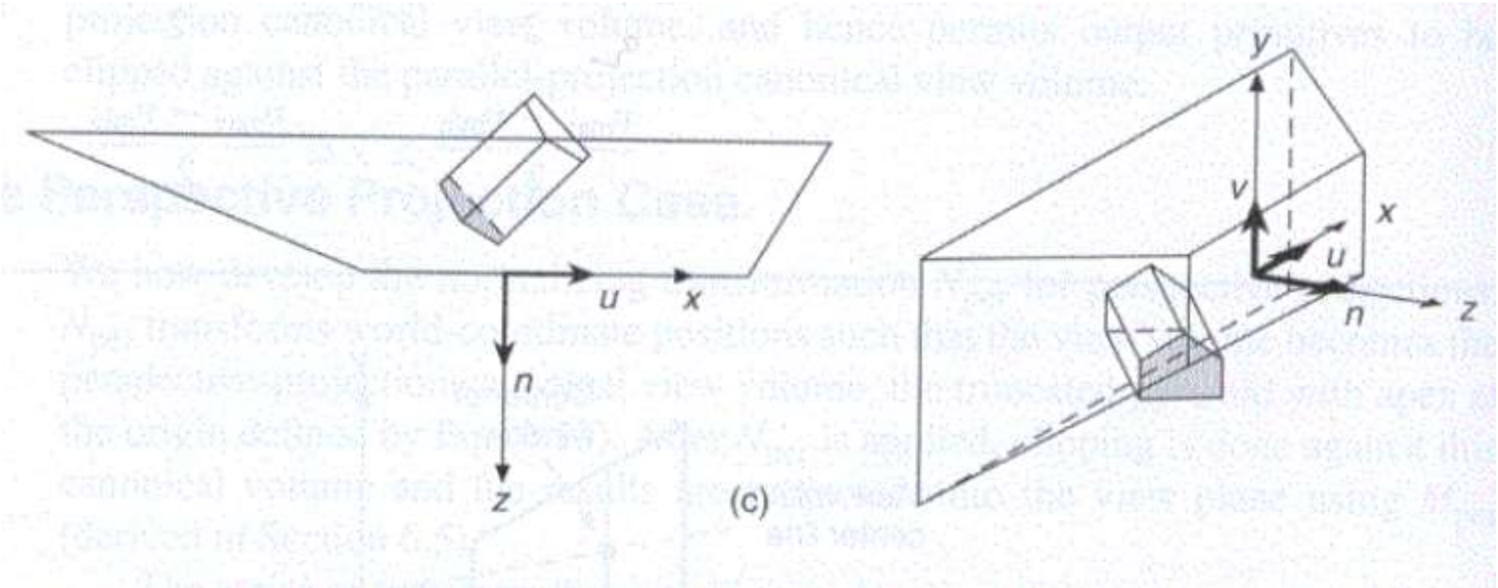
El caso de la proyección de perspectiva

Trasladar al origen.



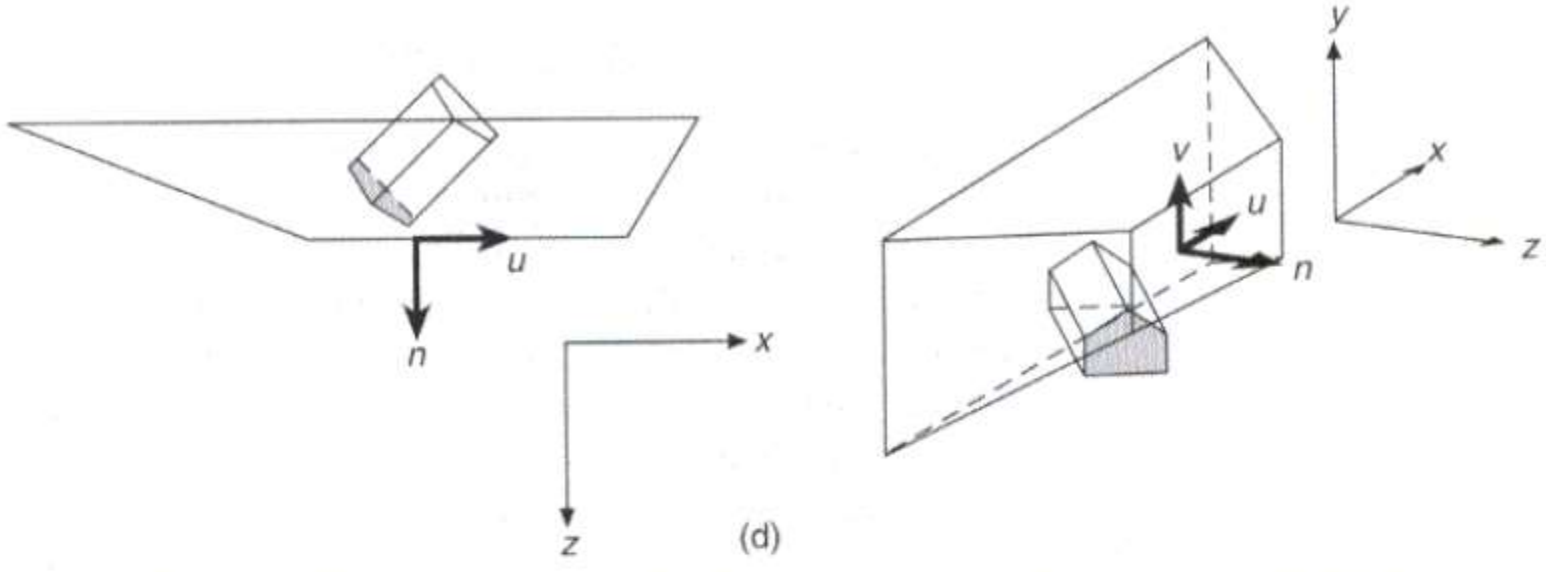
El caso de la proyección de perspectiva

Rotar para que ambos sistemas de coordenadas queden iguales.



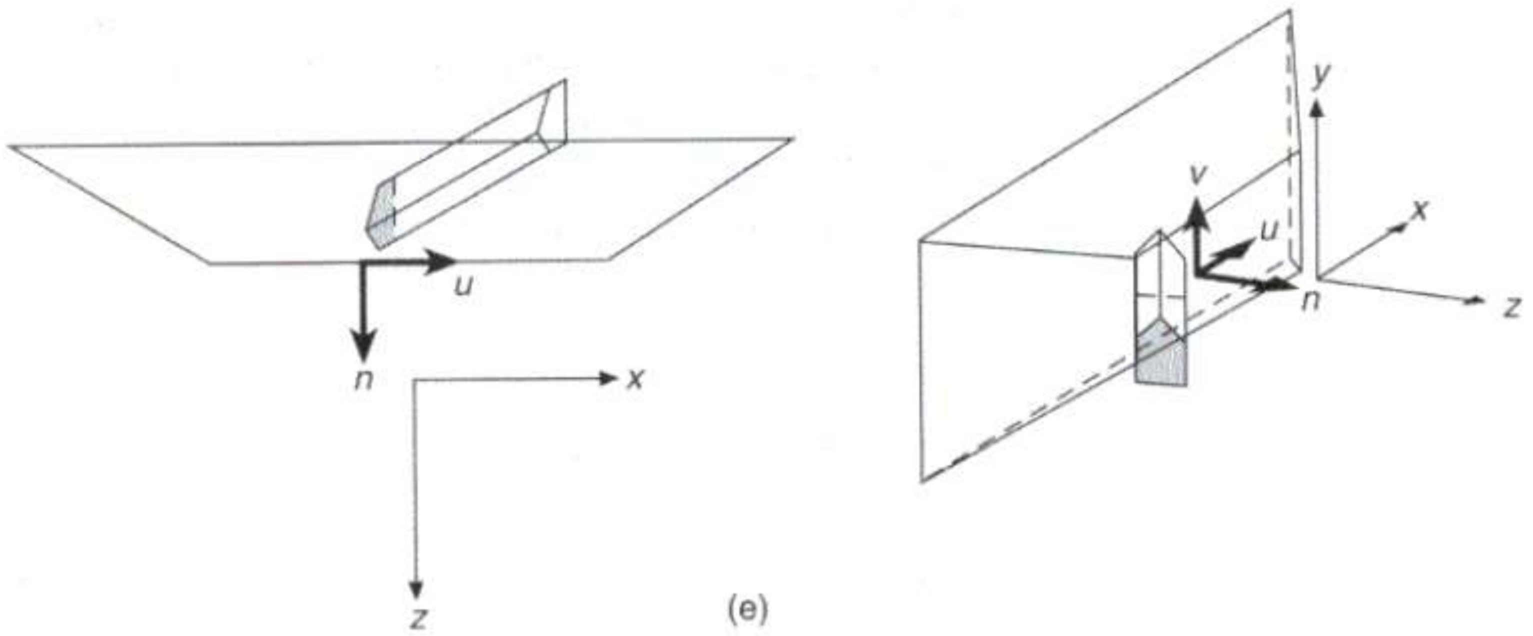
El caso de la proyección de perspectiva

Trasladar para que el centro de proyección (PRP) esté en el origen.



El caso de la proyección de perspectiva

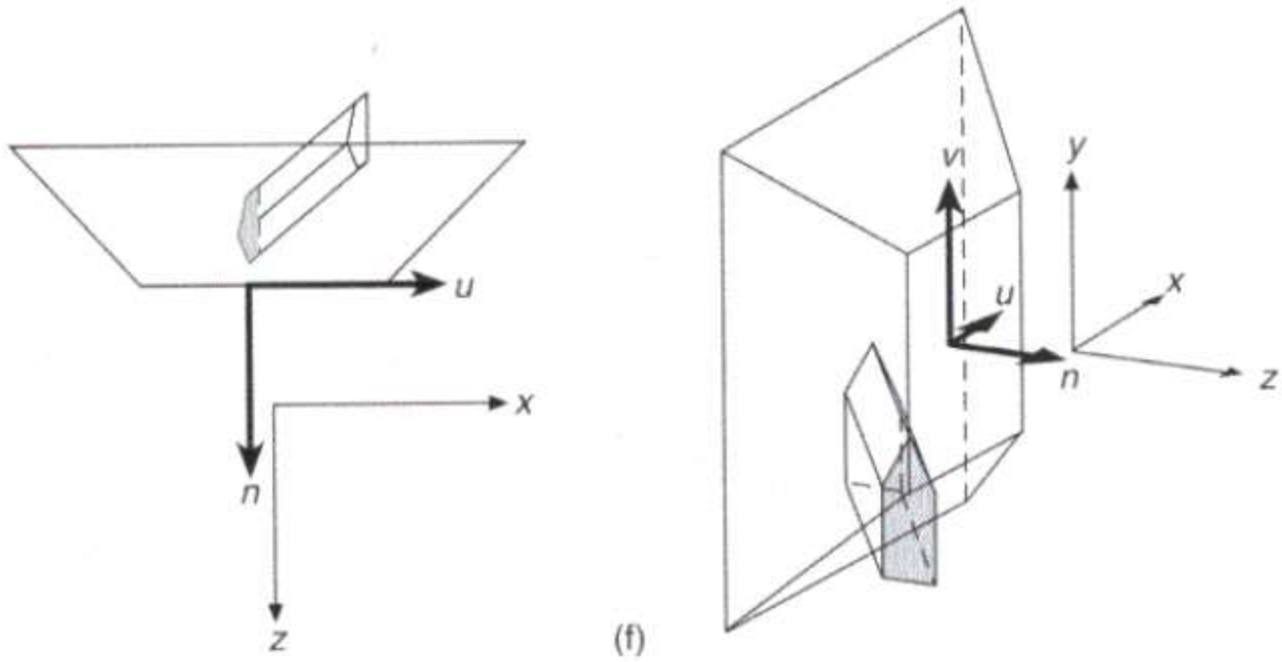
Sesgar de manera que la línea central del volumen de vista (la línea DOP, que pasa por PRP y CW) se convierta en el eje z.



(e)

El caso de la proyección de perspectiva

Escalar para que el volumen de vista se convierta en el volumen de vista canónico de la proyección de perspectiva.



(f)

El caso de la proyección perspectiva

1. T(-VRP)

2.

$$R = \begin{bmatrix} & u & & 0 \\ & v & & 0 \\ & n & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. T(-PRP)

Originalmente PRP esta definido en VRC.
Pero en esta etapa, VRC esta como en coordenadas de mundo.

El caso de la proyección perspectiva

4. Sesgar así la dirección CE-PRP se transforma en la dirección –z.
Sea DOP = (dopx, dopy, dopz) = CW-PRP
Matriz de sesgo

$$\therefore SH_{par} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\dfrac{dop_x}{dop_z} & 0 \\ 0 & 1 & -\dfrac{dop_y}{dop_z} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

5. $$S_{per} = S\left(\frac{-2prp_n}{(u_{\max} - u_{\min})(-prp_n + B)}, \frac{-2prp_n}{(v_{\max} - v_{\min})(-prp_n + B)}, \frac{1}{-prp_n + B} \right)$$

$$Z_{\min} = -\frac{-prp_n + F}{-prp_n + B}$$

$$\boxed{N_{per} = S_{per} \cdot SH_{par} \cdot T(-PRP) \cdot R \cdot T(-VRP)}$$

Recorte de aristas (Cohen-Sutherland) en 3D

Recortar utilizando variante de Cohen-Sutherland para 3D (en lugar de 4 bits, se usan 6 bits).

Los bits valen 1 si:

Proyección paralela	**Proyección perspectiva**
Bit 1 : $y > 1$	Bit 1 : $y > -z$
Bit 2 : $y < -1$	Bit 2 : $y < z$
Bit 3 : $x > 1$	Bit 3 : $x > -z$
Bit 4 : $x < -1$	Bit 4 : $x < z$
Bit 5 : $z < -1$	Bit 5 : $z < -1$
Bit 6 : $z > 0$	Bit 6 : $z > z_{min}$

Proceso completo

1. Extender las coordenadas tridimensionales en coordenadas homogéneas.

2. Normalizar (i.e. multiplicar Npar o Nper).

3. Dividir entre W.

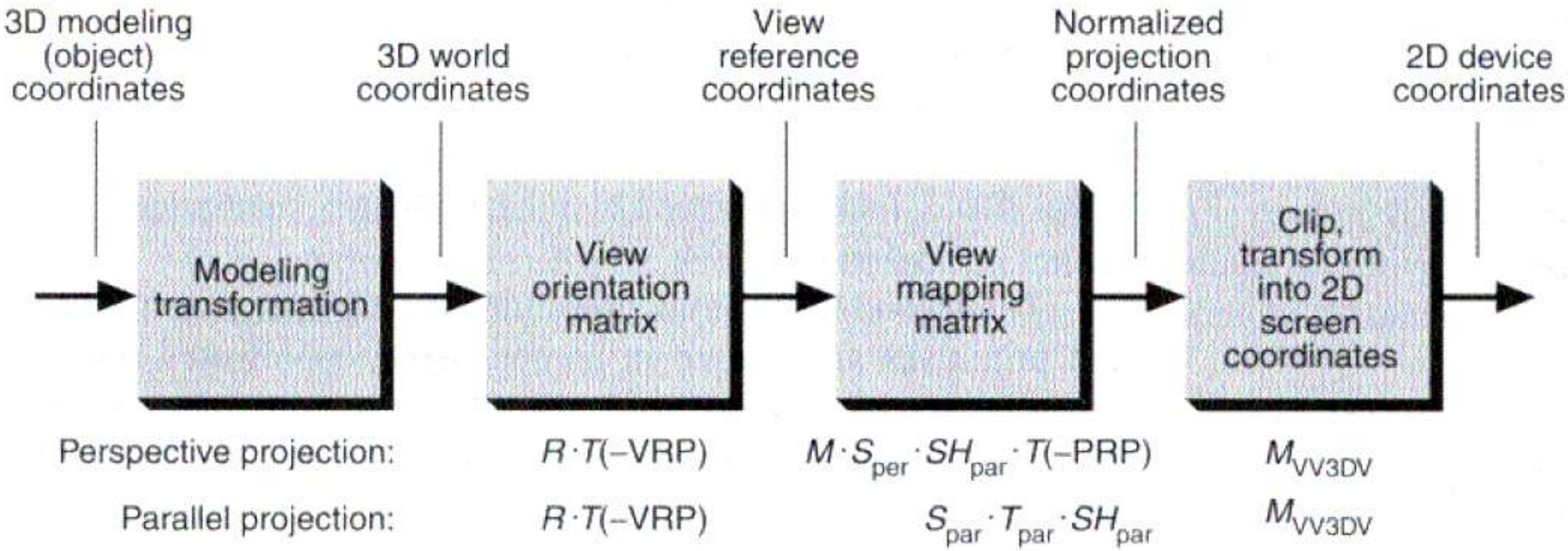
4. Recortar utilizando Cohen-Sutherland para 3D.

5. Proyección al plano de vista (i.e. multiplicar M_{par} o M_{per})

6. Transformación al área de vista (en pantalla).

7. Dividir entre W (para obtener las coordenadas verdaderas).

Sistemas de coordenadas



Tareas

Leer Foley & Van Dam, Cap. 6 “Vista tridimensional”

Mostrar qué matrices homogéneas 4x4 transforman líneas en líneas.
¿La matriz transforma el punto medio de una línea en punto medio de una línea?

Encontrar la transformación de normalización (perspectiva) del primer ejemplo utilizado explicando la especificación de vista tridimensional

FIN