Problema 1

a. Como el transformador es perfecto la mutua vale $M = \sqrt{L_1 L_2}$. Las ecuaciones del transformador sin condiciones iniciales quedan:

$$V_1 = L_1 s I_1 + \sqrt{L_1 L_2} s I_2 \tag{1}$$

$$V_2 = \sqrt{L_1 L_2} s I_1 + L_2 s I_2 \tag{2}$$

Dividiendo 2 entre 1: $\dfrac{V_2}{V_1} = \sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}} \dfrac{\sqrt{L_1} s I_1 + \sqrt{L_2} s I_2}{\sqrt{L_1} s I_1 + \sqrt{L_2} s I_2} = \sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}} = k$

b. **i)** Usando lo anterior y que $V_1 = -V_i$ tenemos $V_2 = -V_i$

ii)

$$V_o = -V_i + \frac{I_2}{Cs} \tag{3}$$

$$-V_i = Ls \overbrace{\left(I_2 + \frac{V_i}{R}\right)}^{I_1} + LsI_2 \tag{4}$$

Donde I_2 es la corriente entrante por el secundario y la ecuación 4 sale de plantear el primario del transformador. Despejando I_2 en 4 tenemos: $I_2 = -\dfrac{1 + \frac{Ls}{R}}{2Ls} V_i$ y sustituyendo en 3: $V_o = -V_i \dfrac{2LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1}{2LCs^2}$ por lo tanto $\boxed{H(s) = -\dfrac{s^2 + \frac{s}{2RC} + \frac{1}{2LC}}{s^2}}$.

iii) $\frac{1}{2RC} = 11\omega_0$, $\frac{1}{2LC} = 10\omega_0^2$, sustituyendo queda la expresión deseada.

iv) No es BIBO estable porque tiene un polo doble en el origen que está incluido en $\mathcal{C}^+$

v) La estabilidad BIBO del sistema sin condiciones iniciales es condición necesaria para la estabilidad interna del sistema. Al no ser BIBO estable no puede ser internamente estable.

c. **i)** Abrimos el lazo como mostramos en la figura 1

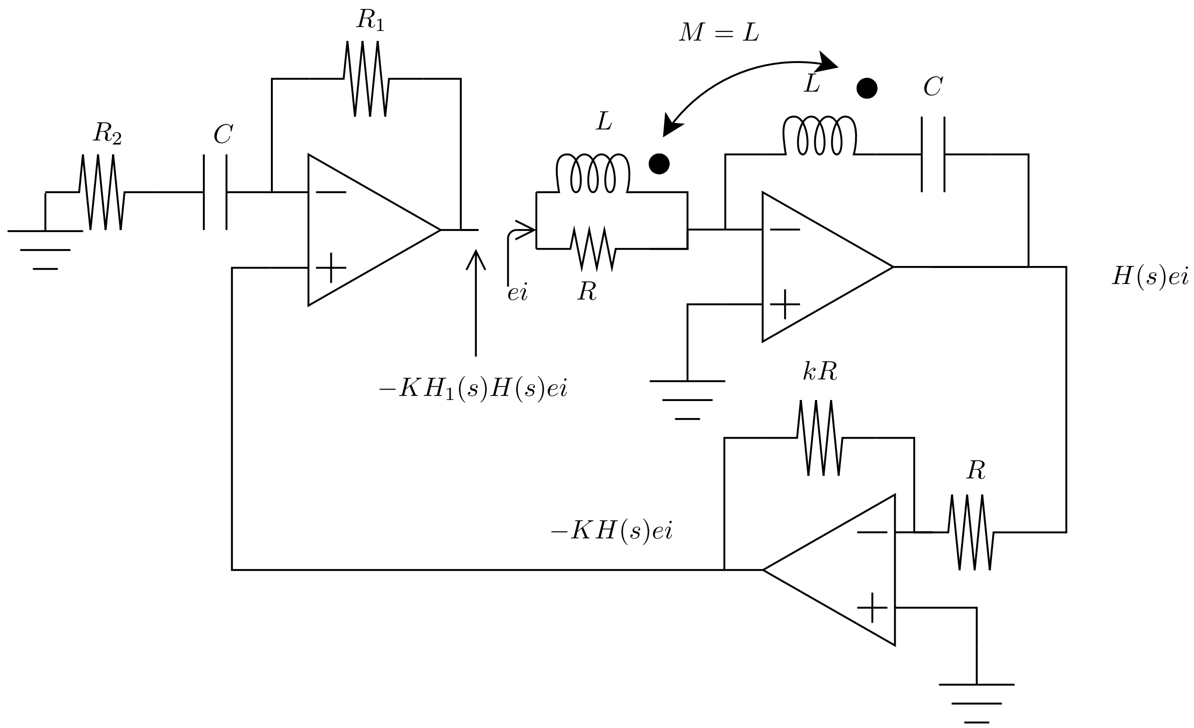

Figura 1: Diagrama de Nyquist

Donde H_1 es la transferencia del no inversor: $H_1(s) = 1 + \dfrac{R_1}{R_2 + \frac{1}{Cs}} = \dfrac{R_1 + R_2 + \frac{1}{Cs}}{R_2 + \frac{1}{Cs}} = \overbrace{\dfrac{R_2 + R_1}{R_2}}^{10} \dfrac{s + 100\omega_0}{s + 1000\omega_0}$

Hallando los ceros de $H(s)$ nos dan -1 y -10.

Por lo que queda $G_{OL} = -kH_1(s)H(s) = 10k \dfrac{(s + \omega_0)(s + 10\omega_0)(s + 100\omega_0)}{s^2(s + 1000\omega_0)}$

ii) Para estudiar la estabilidad BIBO según el criterio de Nyquist usamos $L(s) = -G_{OL}(s)$
Realizamos es diagrama de Nyquist de $L(s)$ esquivando el polo en el origen cómo se muestra en la figura 3, el eje imaginario lo mapeamos según el diagrama de Bode de la figura 2

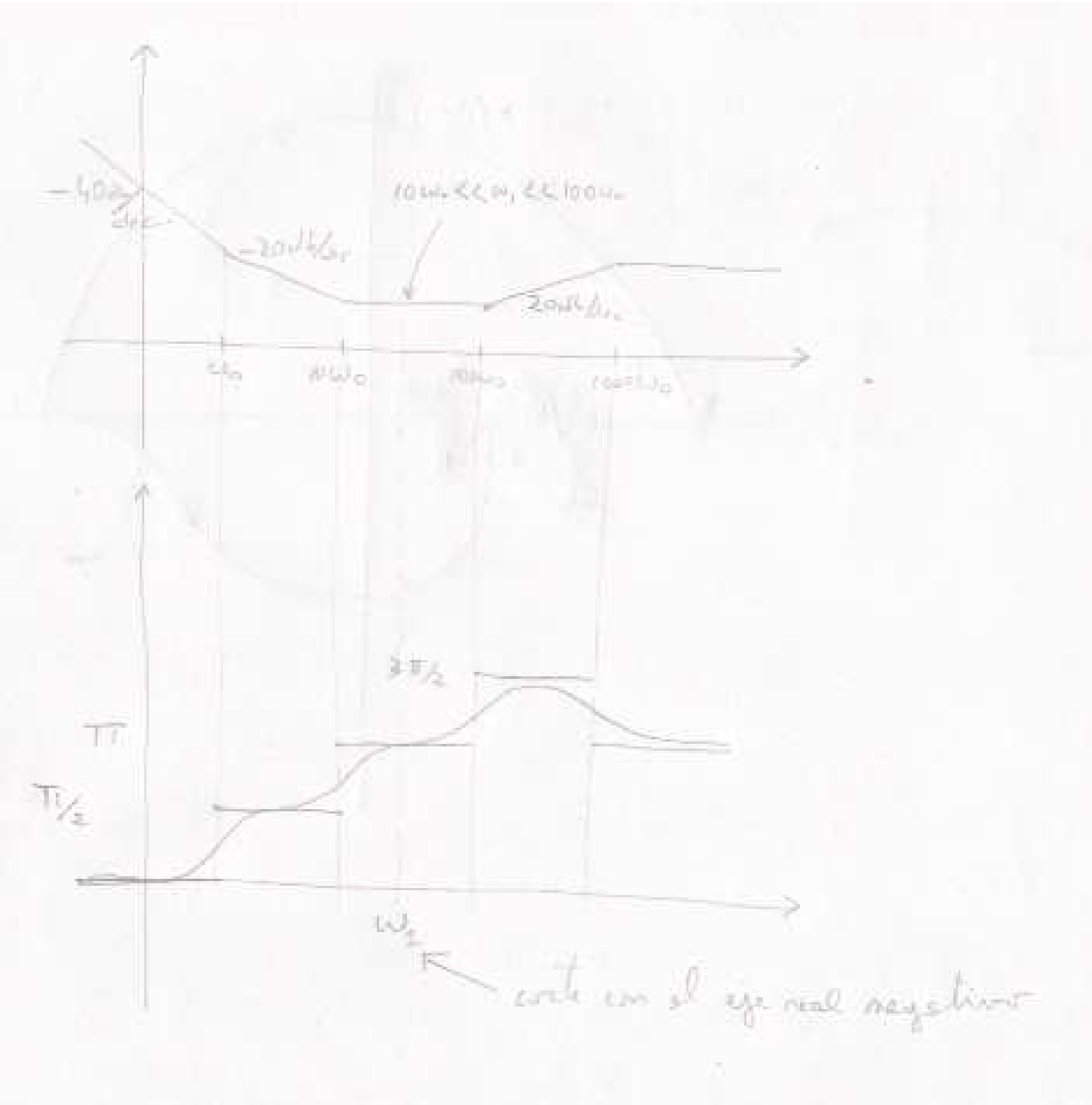

Figura 2: Diagrama de Bode

El corte con el eje imaginario lo podemos sacar del diagrama de Bode como se muestra en la figura 2. La frecuencia ω_1 está en la zona constante y es una aproximación razonable dado que las frecuencias de las raíces están a una década. $L(j\omega_1) \simeq -10k\dfrac{j\omega_1 j\omega_1 100\omega_0}{(j\omega_1)^2 1000\omega_0} = -k$

Nota: si hiciéramos las cuentas exactas veríamos que el punto de corte en realidad es en $-1{,}102K$ *lo cual indica un error de aproximadamente un 10 por ciento*

Según el diagrama la estabilidad se da cuando $k > 1$

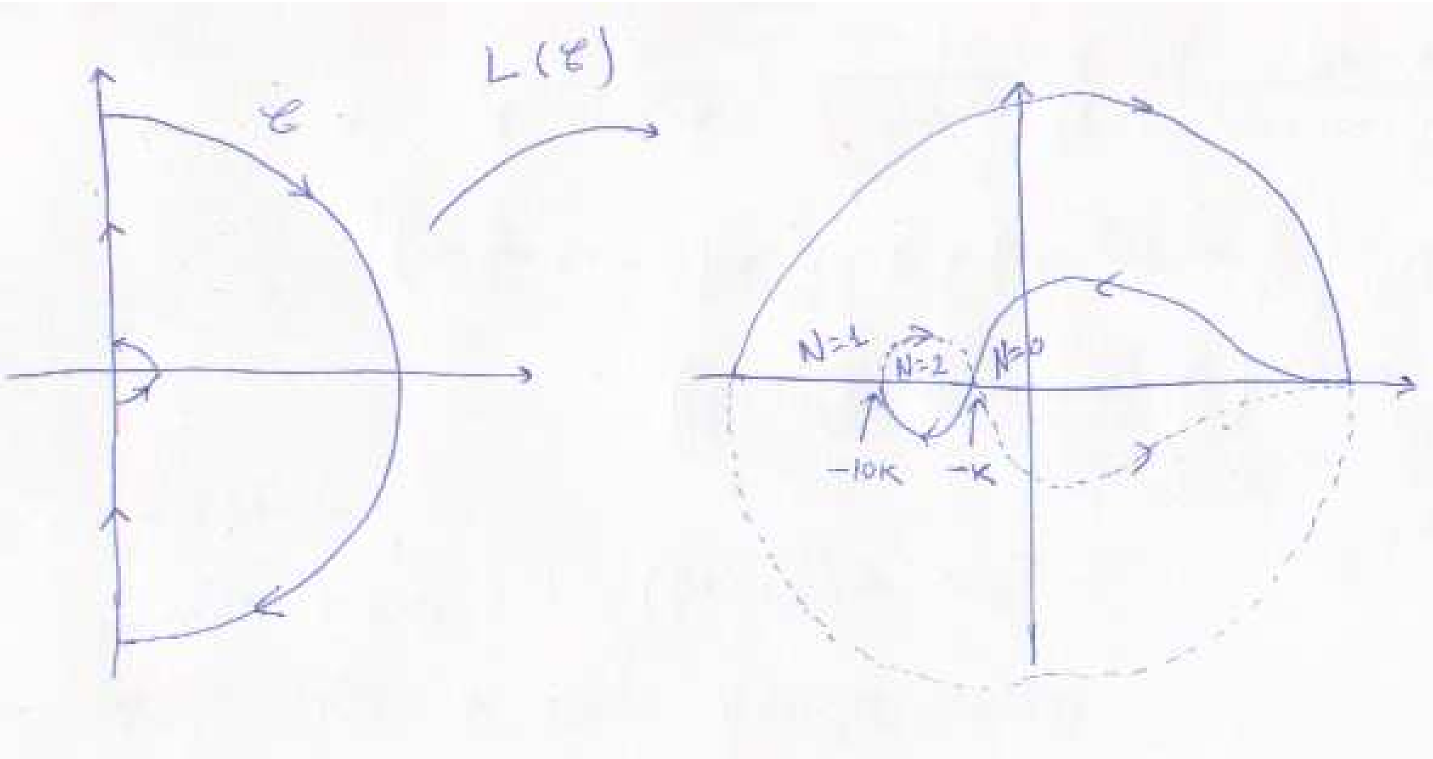

Figura 3: Diagrama de Nyquist