Universidad de la República | **Geometría y Álgebra Lineal 1**
Facultad de Ingeniería - IMERL | **Curso Anual 2013**

Prueba 2
Viernes 12 de Julio de 2013

Cédula	Apellido y Nombre

Ejercicio 1 (5 puntos)

1. Probar usando propiedades del determinante (¡no desarrollar!) que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$ es cero.

2. Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2\times 2}$ tales que $|A^{-1}| = 9$ y $B = A^2$. Hallar el determinante $|I - B|$ sabiendo que $|(3A + 3B)(3A - 3B)| = 1$ (Notación: $|A|$ representa el determinante de A).

Ejercicio 2 (8 puntos)

1. Sea $A = \{(1,1,1), (2,1,-1), (3,1,1), (4,1,-1)\}$ un subconjunto de $\mathbb{R}^3$. Estudiar la dependencia lineal de A e indicar su rango.

2. A partir del conjunto A se define la matriz $M_A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Hallar el subespacio generado por las columnas de M_A. Indicar si es invertible y en caso afirmativo hallar su inversa (verificar).

3. Se considera la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. ¿El producto BM_A es invertible? ¿Y $M_A B$?

4. Definir matriz invertible. Probar que una matriz es invertible si y sólo si su determinante es no nulo.

Ejercicio 3 (8 puntos)

1. Hallar la ecuación vectorial y las ecuaciones parámetricas y reducidas de la recta r que pasa por el punto $P = (1,2,1)$ y tiene vector director $v = (1,0,1)$.

2. Sea el plano π de ecuación reducida $ax - 2y - z = -2$ con $a \in \mathbb{R}$:

a) Hallar a para que la recta r y el plano π sean paralelos.

b) Hallar a para que el ángulo que forman r y π sea $\frac{\pi}{4}$ (recordar que $\operatorname{sen}(\pi/4) = \cos(\pi/4) = \frac{\sqrt{2}}{2}$).

3. En lo que sigue consideramos $a = 2$:

   a) Hallar la distancia entre $Q = r \cap \pi$ y $R = (0, 1, 0)$.

   b) Hallar la intersección de π con π' definido por las ecuaciones vectoriales: $\pi') \left\{ \begin{array}{l} x = \lambda - \mu \\ y = 1 + \lambda + 2\mu \\ z = \lambda + \mu \end{array} \right.$