
Sistemas de Comunicación

Clase 24: Técnicas de codificación
temporales (DPCM- Modulación Δ)

Objetivo

- Técnicas de codificación temporales
 - Predictores, ganancia de predicción
 - DPCM (PCM diferencial), desempeño
 - Modulación Δ
 - Codificación de sub-bandas.
-

Técnicas de codificación temporales

- Objetivo:

- Producir descripciones más eficientes de la fuente de información
- Lograr que la señal a la entrada del cuantificador tenga menor rango de variación.

- Idea:

- Si la señal de entrada tiene mucha redundancia (ej: voz), sus muestras tienen alta correlación y se puede predecir la muestra en el instante kT en función de las muestras en los instantes anteriores. Si la predicción es buena puedo cuantificar la señal diferencia entre la predicción y la muestra en forma más eficiente (menor error o menor tasa de bits)
-

Técnicas de codificación temporales

- Cuantificadores instantáneos o sin memoria: salida depende del valor de la muestra. PCM
 - Cuantificadores no instantaneos: reducen la redundancia, convierten la secuencia de entrada fuertemente correlacionada en una secuencia relacionada, pero con correlación, varianza y ancho de banda reducido. Esta nueva secuencia se cuantifica con menos bits. DPCM
-

Error de predicción

$x(kT_s)$: alta redundancia, muestras muy correlacionadas

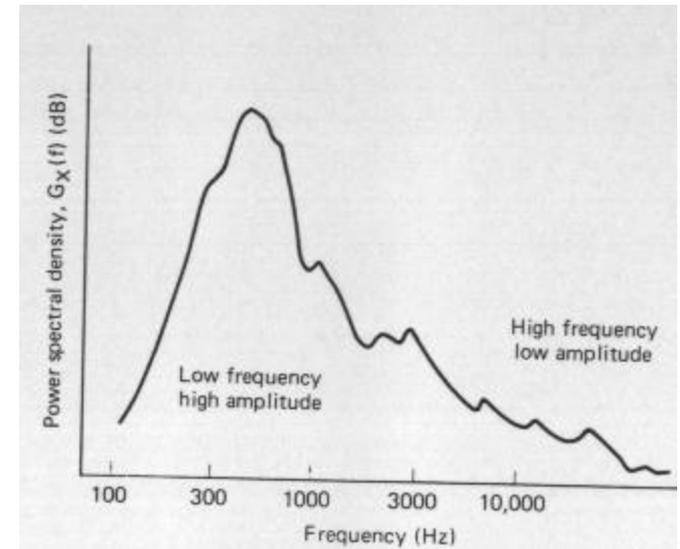
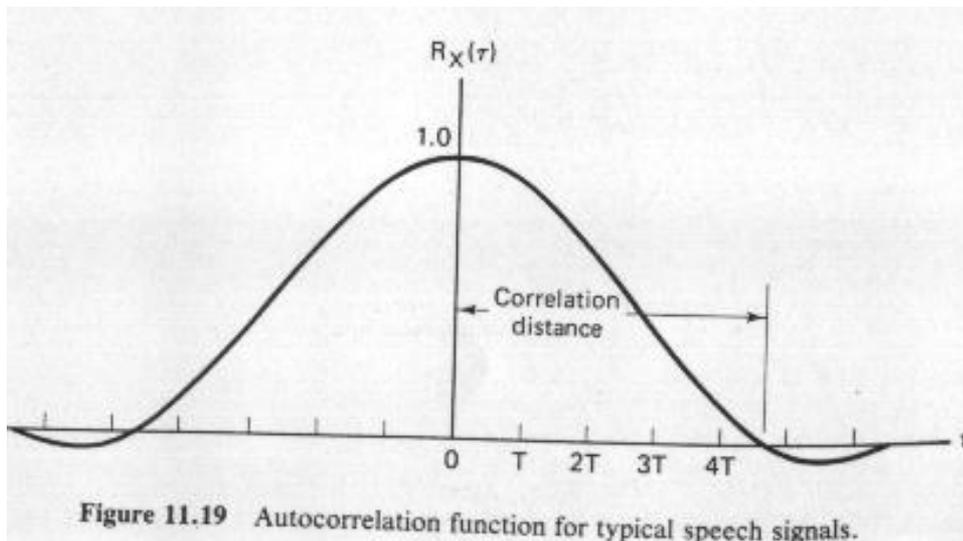
$$\hat{x}(kT_s) = f(x((k-1)T_s), x((k-2)T_s), \dots, x((k-N)T_s))$$

$$\varepsilon_p(kT_s) = x(kT_s) - \hat{x}(kT_s)$$

Si la predicción es buena : $\hat{x}(kT_s) \approx x(kT_s) \rightarrow \varepsilon_p(kT_s)$ tiene poca rango de variación, más eficiente codificar el error que $x(kT_s)$.

Para el mismo q , se puede lograr un ε_{qp} más pequeño, una mejor $(S/N)_{D_{DPCM}} > (S/N)_{D_{PCM}}$

Autocorrelación y Espectro de la voz



$$R_x(1) = 0,79 \text{ a } 0,87$$

Señal muy correlacionada hasta $D = 4T$ a $6T$

Predictor de un retardo

$$\hat{x}(k) = ax(k-1)$$

$$\varepsilon_p(k) = x(k) - \hat{x}(k) = x(k) - ax(k-1)$$

$\varepsilon_p^2(k)$: error de predicción, quiero elegir a para que la potencia de error $E(\varepsilon_p^2(k))$ sea mínima .

$$E(\varepsilon_p^2(k)) = E((x(k) - ax(k-1))^2) = R_x(0) - 2aR_x(1) + a^2R_x(0) =$$

$$E(\varepsilon_p^2(k)) = (1 + a^2)R_x(0) - 2aR_x(1)$$

$$\frac{\partial E(\varepsilon_p^2(k))}{\partial a} = 2aR_x(0) - 2R_x(1) = 0 \quad a^{opt} = \frac{R_x(1)}{R_x(0)}$$

Ganancia de un predictor

$$\text{Defino } \rho_x(n) = \frac{R_x(n)}{R_x(0)}$$

$$a^{opt} = \rho_x(1) \quad \hat{x}(k)_{opt} = \rho_x(1)x(k-1)$$

$$\text{Defino Ganancia de un predictor: } G_p = \frac{R_x(0)}{R_{\varepsilon_p}(0)}$$

(cuanto se gana por cuantificar ε_p en lugar de x)

$$R_{\varepsilon_p}^{opt}(0) = E(\varepsilon_p^2(k)) = R_x(0)(1 - \rho_x^2(1)) \quad G_p^{opt} = \frac{1}{1 - \rho_x^2(1)}$$

Predictor óptimo vs predictor muestra anterior

ej: voz $\rho_x(1) = .8$ $f_s = 8kHz$

$$a^{opt} = \rho_x(1) \quad G_p^{opt} = \frac{1}{1 - \rho_x^2(1)} = 2,78 \quad G_p^{opt} = 4,44dB$$

$$a = 1 \quad G_p = \frac{1}{1 + a^2 - 2a\rho_x(1)} = 2,5 \quad G_p^{opt} = 3,98dB$$

Predictor de N retardos

$$\hat{x}(k) = \sum_1^N a_i x(k-i)$$

objetivo encontrar los a_i^{opt} que minimicen error cuadrático

$$\text{medio } \frac{\partial R_\varepsilon(0)}{\partial a_i} = 0 \quad G_p = \frac{1}{1 - \sum_1^N a_i \rho_i}$$

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & & \rho_{N-2} \\ \rho_{N-1} & \rho_{N-2} & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_N \end{bmatrix}^{opt} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_N \end{bmatrix}$$

Ganancia de Predictor de N retardos

$$G_p = \frac{1}{1 - \sum_1^N a_i \rho_i}$$

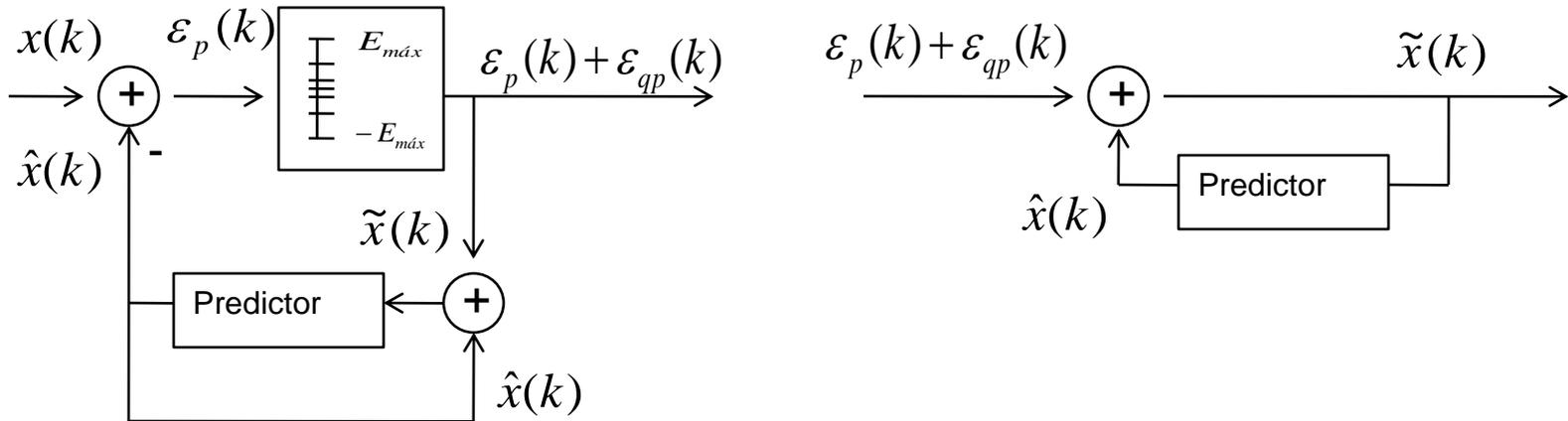
$$G_p = 5 \text{ a } 10 \text{ dB}$$

para señales de voz con predicción de
varios retardos

$$G_p = 12 \text{ dB}$$

para señales de TV(video) alta correlación
temporal y espacial

DPCM



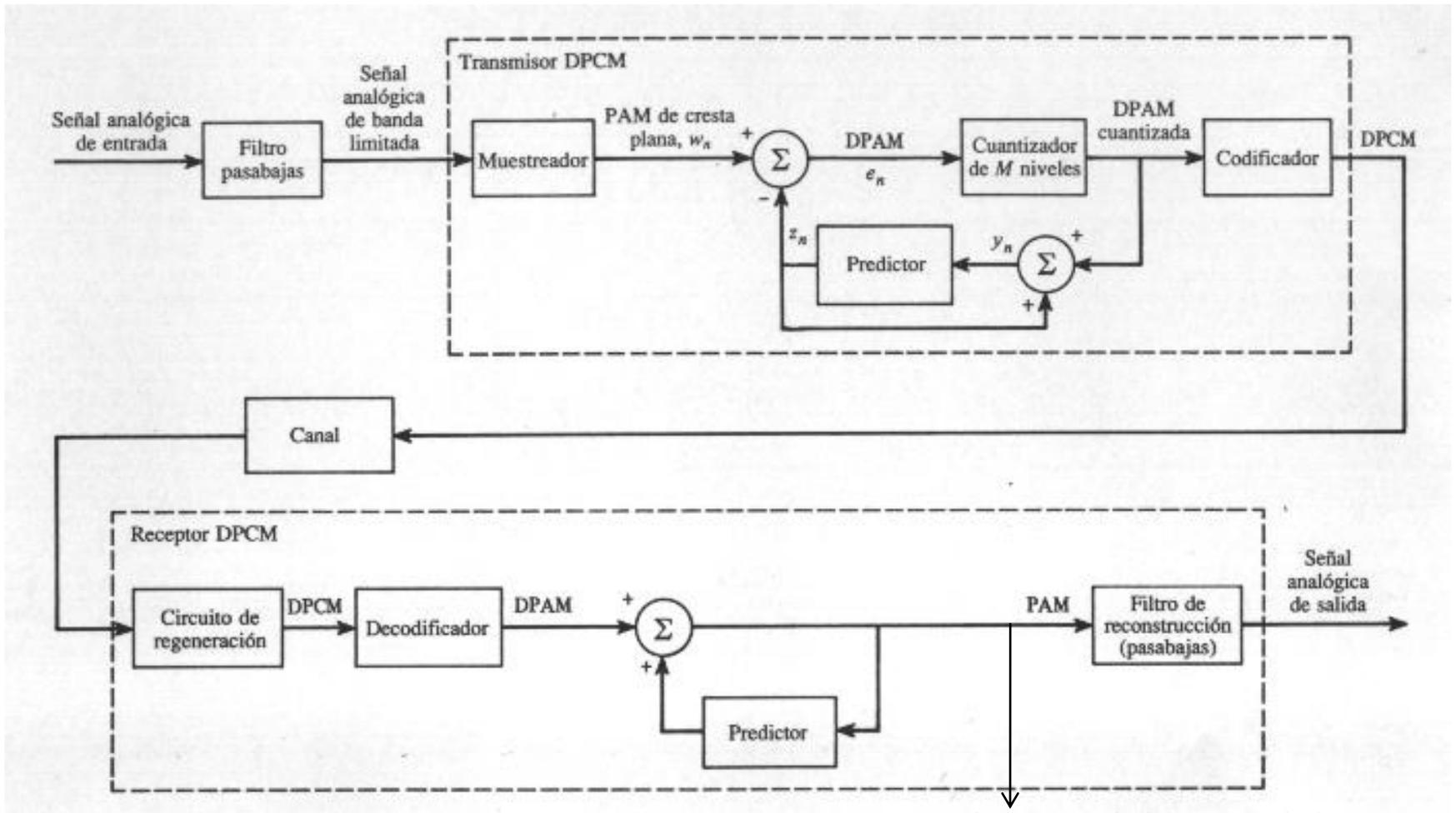
En regimen :

$$\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) + \varepsilon_p(k) + \varepsilon_{qp}(k)$$

$$\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) + x(k) - \hat{x}(k) + \varepsilon_{qp}(k)$$

$$\tilde{x}(k) = x(k) + \varepsilon_{qp}(k)$$

Diagrama de bloques de DPCM



$$\tilde{x}(k) = x(k) + \varepsilon_{qp}(k)$$

Comparación DPCM y PCM

$$\frac{(S/N)_{D_{DPCM}}}{(S/N)_{D_{PCM}}} = \frac{q_{DPCM}^2}{q_{PCM}^2} \frac{E_{\max_{PCM}}^2}{E_{\max_{DPCM}}^2}$$

Rango de cuantificación :

$$E_{\max_{DPCM}}^2 \propto R_{\varepsilon_p}(0), \quad E_{\max_{PCM}}^2 \propto R_x(0)$$

$$\frac{(S/N)_{D_{DPCM}}}{(S/N)_{D_{PCM}}} = \frac{q_{DPCM}^2}{q_{PCM}^2} \frac{R_x(0)}{R_{\varepsilon_p}(0)} = \frac{q_{DPCM}^2}{q_{PCM}^2} G_p$$

Comparación DPCM y PCM

1. Supuesto $q_{DPCM} = q_{PCM}$ $\frac{(S/N)_{D_{DPCM}}}{(S/N)_{D_{PCM}}} = G_p$

Mejoro G_p al introducir un predictor de N retardos,

Ej : video 12 dB

2. Supuesto $(S/N)_{D_{DPCM}} = (S/N)_{D_{PCM}}$

Puedo bajar $q \rightarrow < r \rightarrow < B_T$

$$q_{DPCM}^2 = \frac{q_{PCM}^2}{G_p} \quad q_{DPCM} = \frac{q_{PCM}}{\sqrt{G_p}}$$

Comparación DPCM y PCM

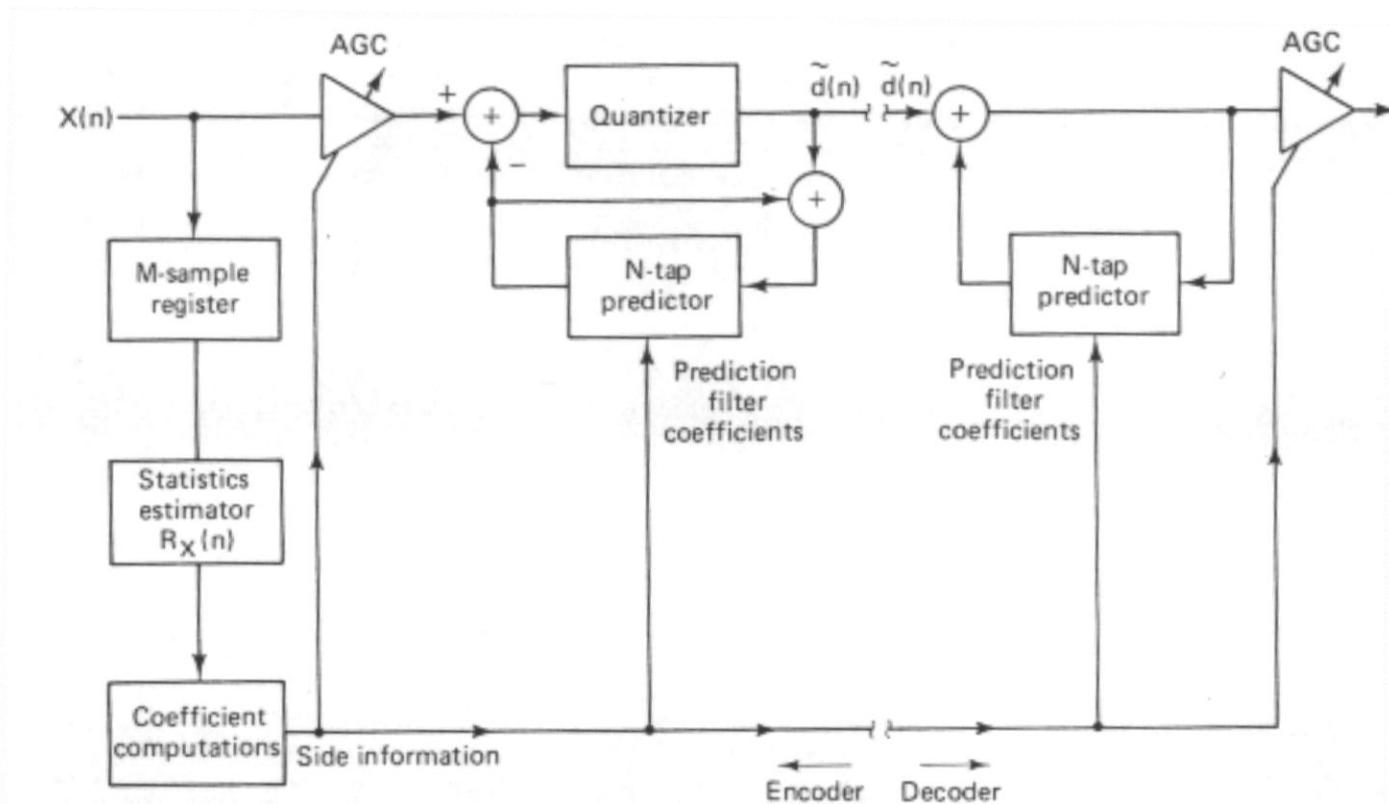
$$n_{DPCM} = \log_M q_{DPCM} \geq \log_M q_{PCM}^2 - \frac{1}{2} \log_M G_p$$

$$n_{DPCM} = n_{PCM} - E\left(\frac{1}{2} \log_M G_p\right) \text{ con } (S/N)_{D_{DPCM}} = (S/N)_{D_{PCM}}$$

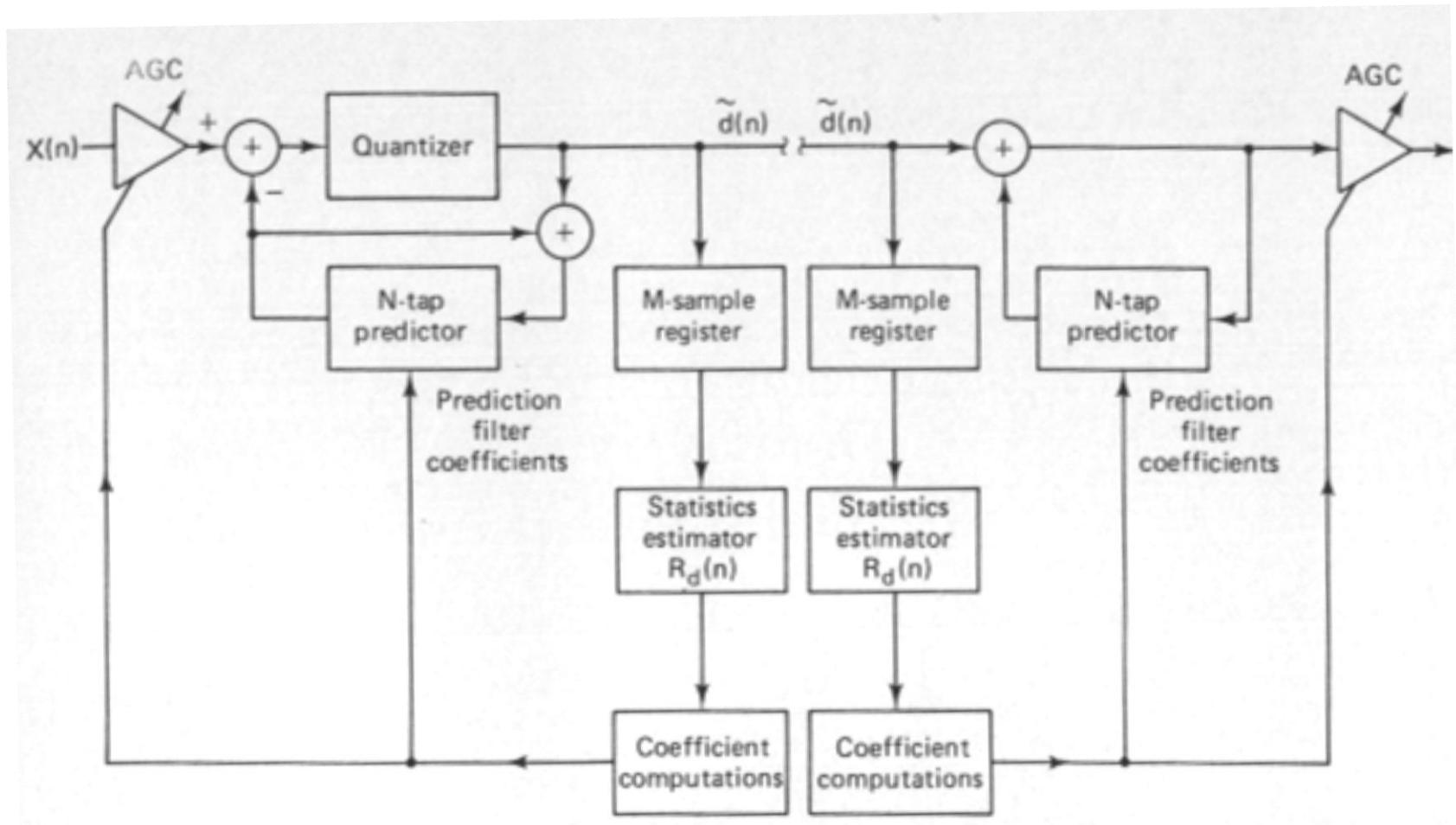
Si $E\left(\frac{1}{2} \log_M G_p\right) \geq 1$ puedo disminuir r y B_T sin
disminuir $(S/N)_D$

ADPCM

- Estimación de los coeficientes en forma adaptiva.



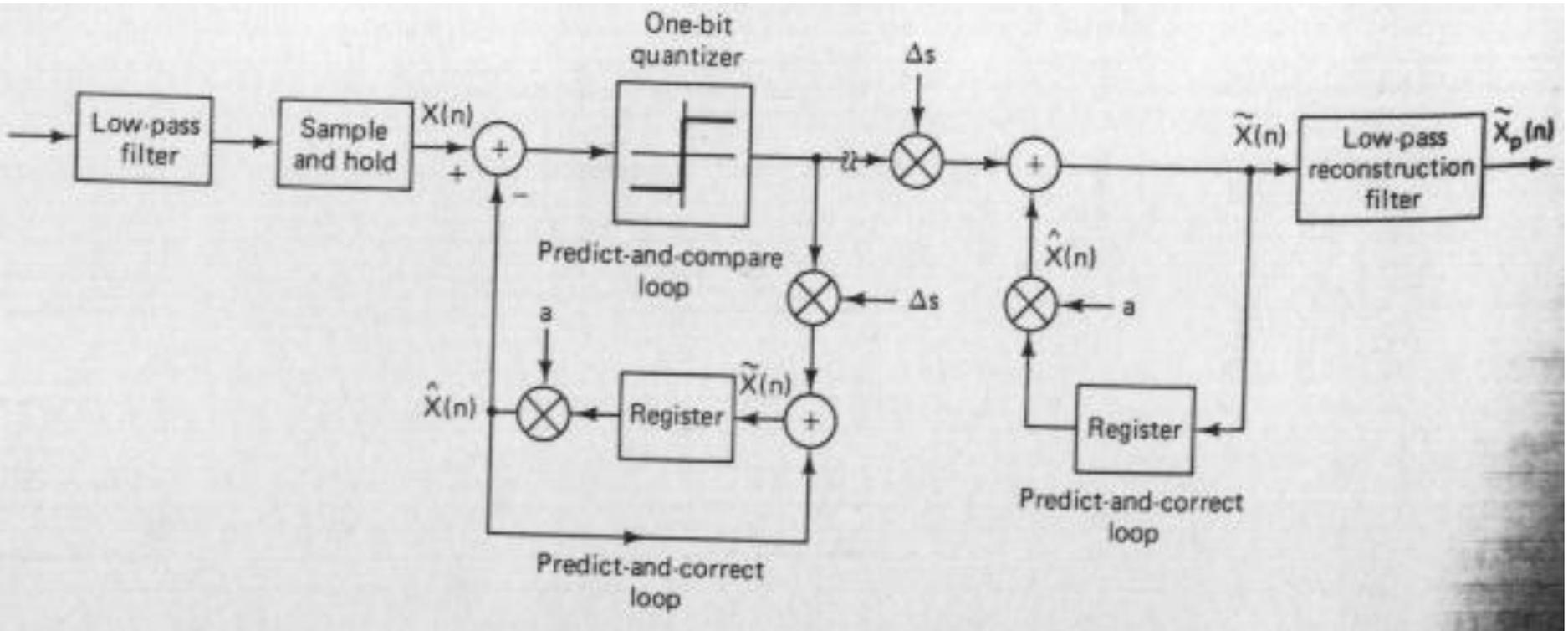
ADPCM



Modulación Δ

- Caso particular simple de la modulación DPCM de 1 memoria. Se manda 1 solo bit por muestra (signo de la diferencia), $r=1$ bit/muestra.
- Ventajas:
 - 1 solo bit, no necesito sincronismo de palabra.
 - Cuantificador : comparador
 - Fácil de hacerlo adaptivo
 - robusto frente a errores de canal.
- Codificador: determinado por la frecuencia de muestreo, el paso de cuantificación y el filtro de post-reconstrucción.

Modulación Δ



$$f_s \gg 2W \quad R_x(1) \approx R_x(0)$$

$$Ej : f_s = 64 * f_{s_{\min}} = 128W \quad \text{con } W = 20kHz, f_s = 3MHz$$

Modulación Δ

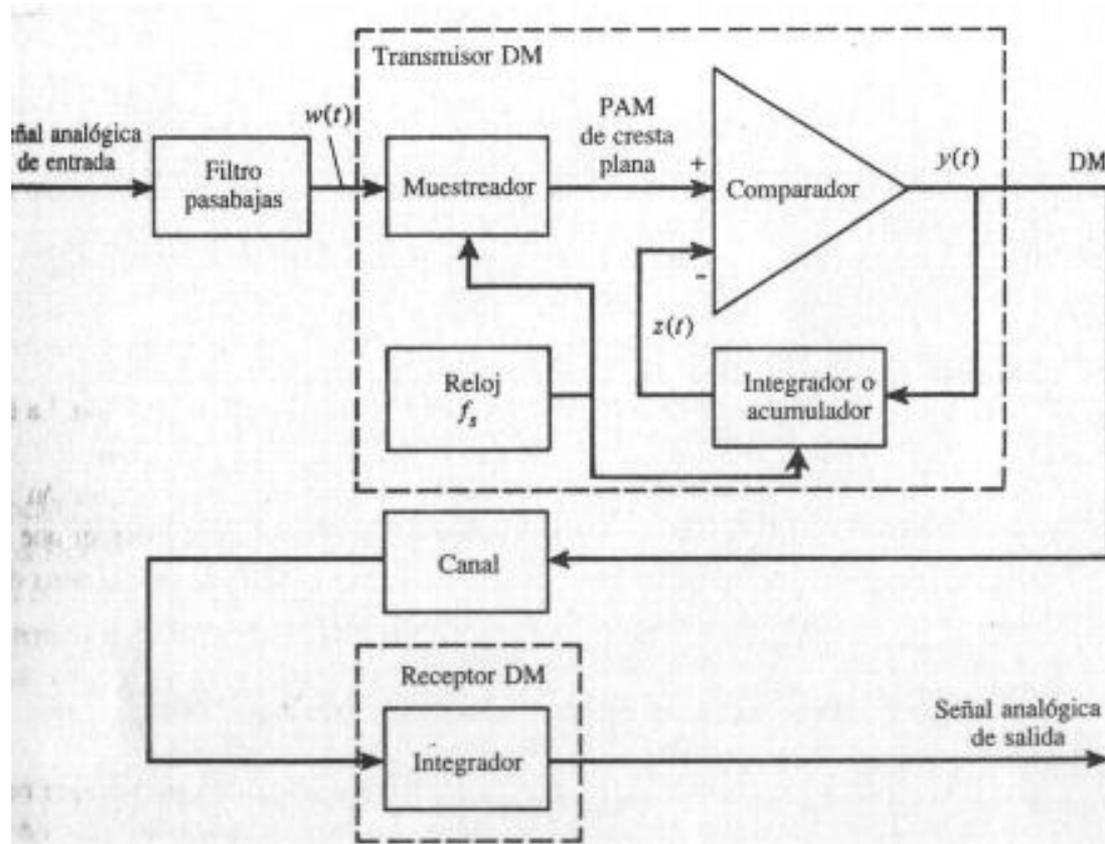
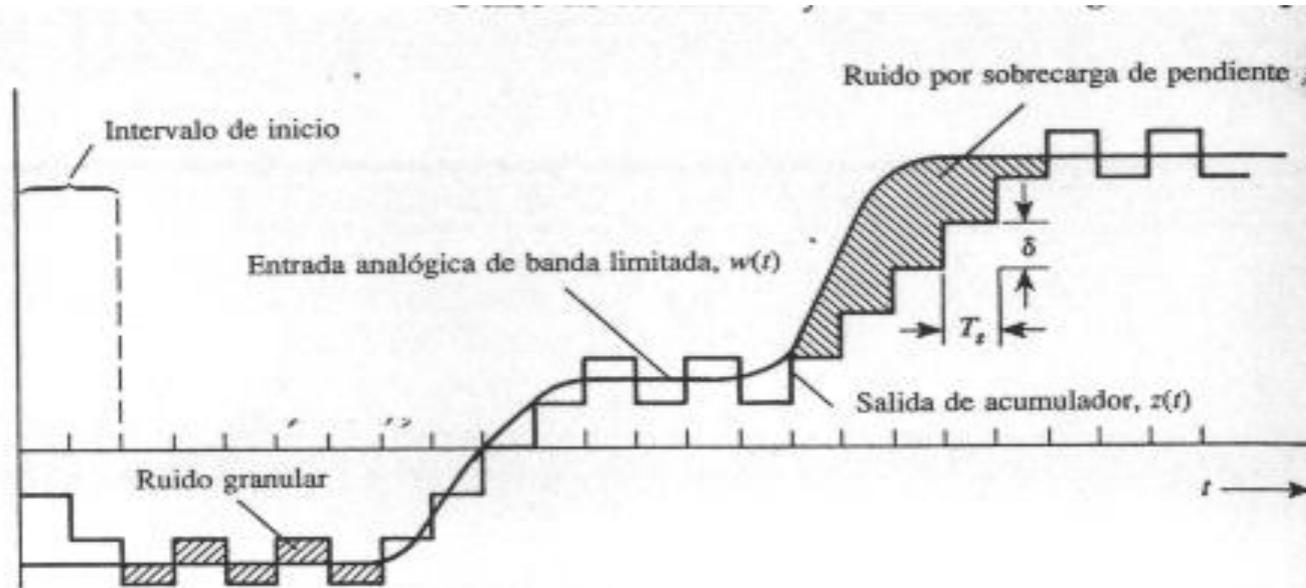
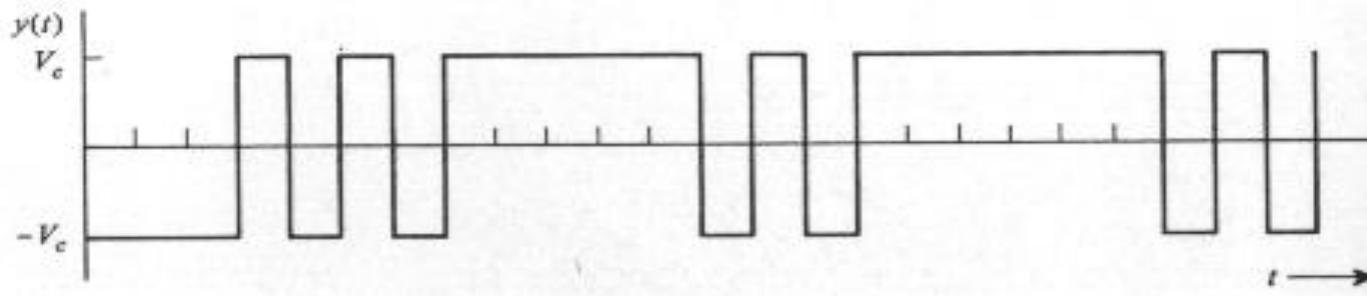


Figura 3-31 Sistema DM.

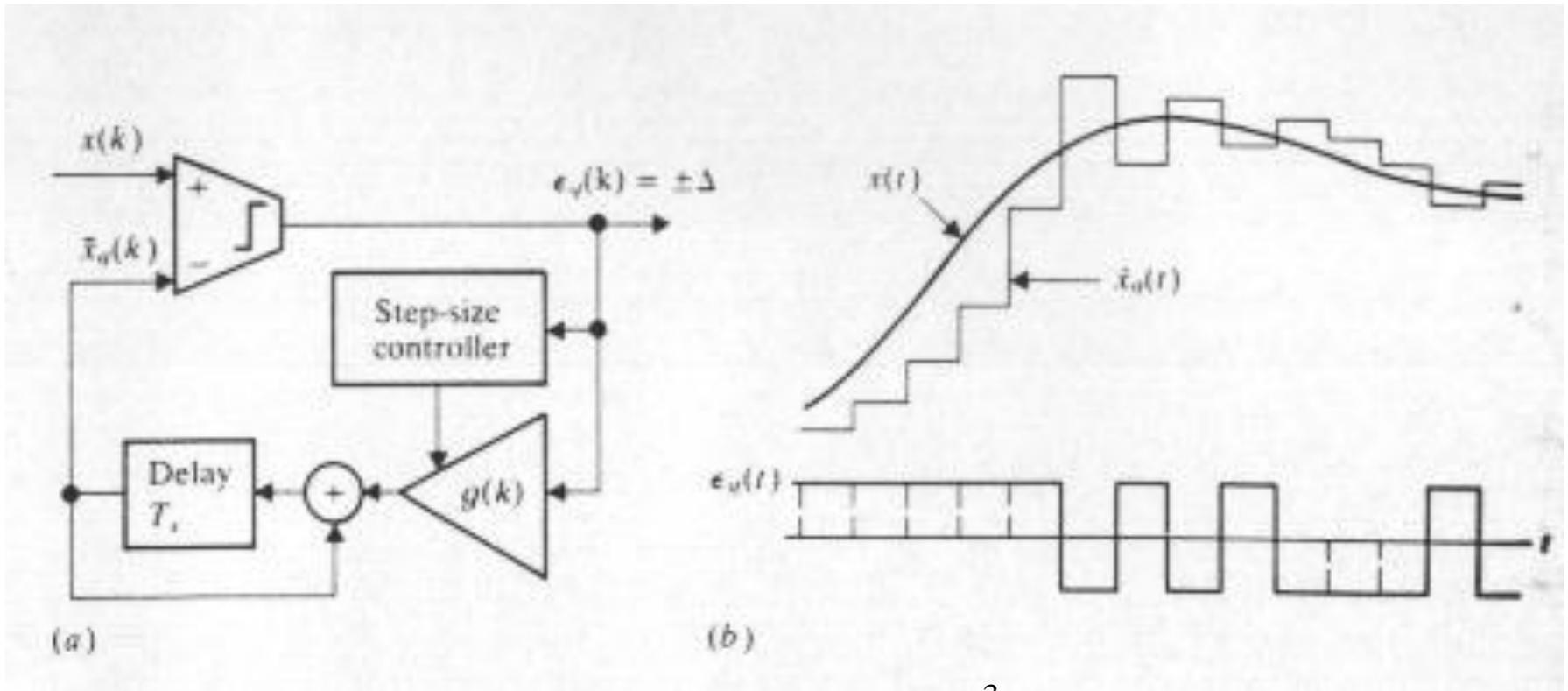
Modulación Δ



a) Formas de onda de entrada analógica y de salida de acumulador



Modulación Δ



$$x(t) = A \cos t 2\pi f_0 t \quad SNR_{postdet} = \frac{3}{8\pi^2} \frac{f_s^3}{f_0^2 W}$$

Codificación Espectral: Sub-bandas

- La percepción humana de la calidad de la voz depende de la banda de frecuencia. Por ejemplo se puede tolerar mayor distorsión (MSE) a muy bajas o muy altas frecuencias.
 - Los codificadores en sub-bandas filtran la señal de voz en múltiples bandas.
 - Las señales filtradas son cuantificadas utilizando PCM standard (con un R bit/muestra distinto para cada señal)
 - Las muestras de señal se agrupan en frames
-

Comparación

Tipo	kbit/s	Complejidad	Retardo (ms)	Calidad
PCM	64	0,01	0	alta
ADPCM	32	0,1	0	alta
Sub-banda	16	1	25	alta