Fundamentos de Programación Entera

Repartido Ejercicios-1 – Vence 08/04/2025

El trabajo es individual. Se puede responder en formato manuscrito, cuidando la legibilidad.

1. Dadas ciertas decisiones booleanas, representadas por x_i, para $i = 1, ..., 5$, se requiere modelar mediante restricciones algebraicas los siguientes casos (considerar cada caso en forma independiente e incorporar variables auxiliares de ser necesario):

   a) Tomar al menos tres de las decisiones.

   b) Si se toma la decisión 1, no se puede tomar la decisión 5.

   c) Si se toma la decisión 3, se debe tomar al menos una de las decisiones 1 o 4.

   d) Si no se toma la decisión 2, entonces no se puede tomar la decisión 3.

   e) Se deben tomar exactamente dos de las decisiones 2, 3 y 4.

2. Dado el problema

$$\begin{array}{ll} \text{max} & 2x_1 + 5x_2 \\ \text{s.a} & x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 11 \\ & -x_1 + x_2 \leq \frac{3}{2} \\ & x_1, x_2 \geq 0, \text{enteros,} \end{array}$$

   a) Resolverlo

   b) Resolver su relajación a programación lineal

   c) Obtener una formulación de su casco convexo

   Nota: se pueden usar argumentos geométricos o algebraicos.

3. Se tiene un conjunto de productos $p \in P$ que deben ser fabricados durante $t = 1, \ldots, n$ períodos. La producción de cada producto en cada período implica costos fijos y variables, así como costos de almacenamiento. Algunos productos no pueden ser fabricados en el mismo período debido a restricciones de incompatibilidad. Para esto, se definen los pares de productos incompatibles $(p, p') \in I \subseteq P \times P$, tales que $p \neq p'$.

   Se requiere determinar un plan de producción que minimice la suma de los costos fijos, variables y de almacenamiento, asegurando que la demanda de cada producto sea satisfecha y respetando las restricciones de incompatibilidad.

   Formular el problema definiendo: conjuntos, parámetros, variables de decisión, función objetivo, y restricciones.

4. Se requiere resolver mediante GLPK variantes de una instancia del problema de Localización de Instalación No-Capacitada (UFL) [Ver material *1. Introducción*].

   Dados clientes, $i = 1, ..., 4$, y posibles localizaciones de plantas, $j = 1, ..., 5$, se considera la instancia con los siguientes parámetros:

$$(f_j) = \begin{bmatrix} 10 \\ 12 \\ 15 \\ 9 \\ 11 \end{bmatrix}, \quad (d_i) = \begin{bmatrix} 30 \\ 25 \\ 40 \\ 35 \end{bmatrix}$$

$$(c_{ij}) = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 8 & 3 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 4 & 5 \\ 8 & 9 & 5 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 4 \end{bmatrix}$$

   Establecer y explicar el valor de M para que sea no-capacitada.

   Se requiere:

   a) Determinar la solución original de la instancia.

   b) Determinar la solución de la *relajación a programación lineal* de la instancia.

   Nota: Además de responder los apartados, se solicita entregar en archivos separados el código en GLPK y su solución estándar.

5. (*) Dada la formulación del problema de Determinación de Lotes No-capacitada (ULS) [Ver material *1. Introducción*]

$$\begin{array}{ll} \min & \sum_{t=1}^{n} p_t x_t + \sum_{t=1}^{n} h_t s_t + \sum_{t=1}^{n} f_t y_t \\ \text{s.a} & s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, ..., n, \\ & x_t \leq M y_t, \qquad\quad t = 1, ..., n, \\ & s_0 = 0, s_t \geq 0, x_t \geq 0, y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, ..., n, \end{array}$$

donde se asume que s_n es cero.

Deducir y explicar una *formulación extendida* de ULS que, en lugar de utilizar las variables de producción, x_t, e inventario, s_t, utiza la variable, w_{it}, que indica la cantidad producida en el período i que se utiliza para satisfacer la demanda de el período t, tal que $1 \leq i \leq t \leq n$. [Nota: Ver material *2. Formulación y optimalidad*]

(*) Requerido solo para estudiantes de posgrado.