
Sistemas de Comunicación

Clase 7: Relación Señal a
Ruido Recepción y Detección
2016

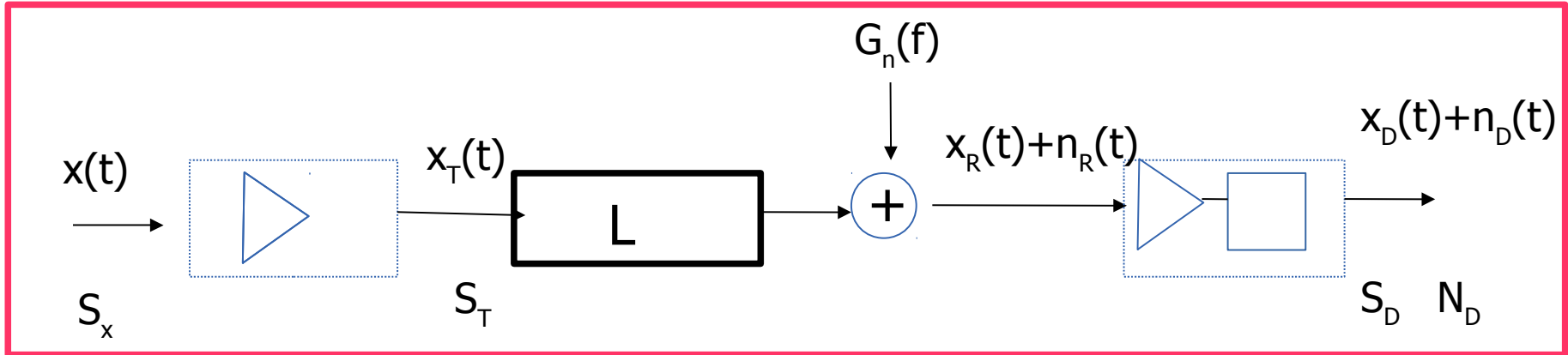


Objetivos de la clase

Análisis de un sistema de comunicación analógico en presencia de ruido aditivo.

- Relación Señal a Ruido en recepción y en el destino

Diagrama de bloques de un sistema de comunicación analógico banda base



Banda Base – Banda de frecuencia de la señal $x(t)$

Analógico - Continua

Benchmark- Referencia para comparar desempeño

Modelado de Ruido

Señal aleatoria caracterizada:

$G_n(f)$: densidad espectral de potencia

$f_N(n)$: densidad de probabilidad

Hipótesis usuales: **AWGN**

1. Aditivo (**A**)

2. Blanco (**W**) $G_n(f) = \eta/2$

3. Gaussiano (**G**) $f_N(n) = N(m_n, \sigma_n)$

Modelo adecuado para ruido térmico, $R_n(\tau) = \eta/2 \delta(\tau)$, dos muestras separadas t pequeño son no correlacionadas, ruido blanco cambia muy rápido.

Ruido coloreado: ruido blanco filtrado $G_y(f) = \eta/2 |H(f)|^2$

Procesos Gaussianos

Procesos con distribución uniforme : se tiene una gran incertidumbre sobre los valores que toma el proceso.

Procesos gaussianos: buenos para el modelado de señales que son producto de la superposición de muchísimas fuentes independientes mas o menos idénticamente distribuidas

Propiedades:

- Si es estacionario en el sentido amplio lo es en el estricto
- Cada punto de muestreo de un proceso Gaussiano es una variable aleatoria Gaussiana
- Si la entrada a un sistema lineal es un proceso Gaussiano la salida también es un proceso Gaussiano
- Teorema Central del Límite

Modelado Simplificado del Canal

Hipótesis Usuales:

1. Filtro LTI
2. No distorsiona
3. Banda pasante $B_T > W$

$$H_c(f) = 1/\sqrt{L} e^{-j2\pi f T_d} \Pi(f/2B_T)$$

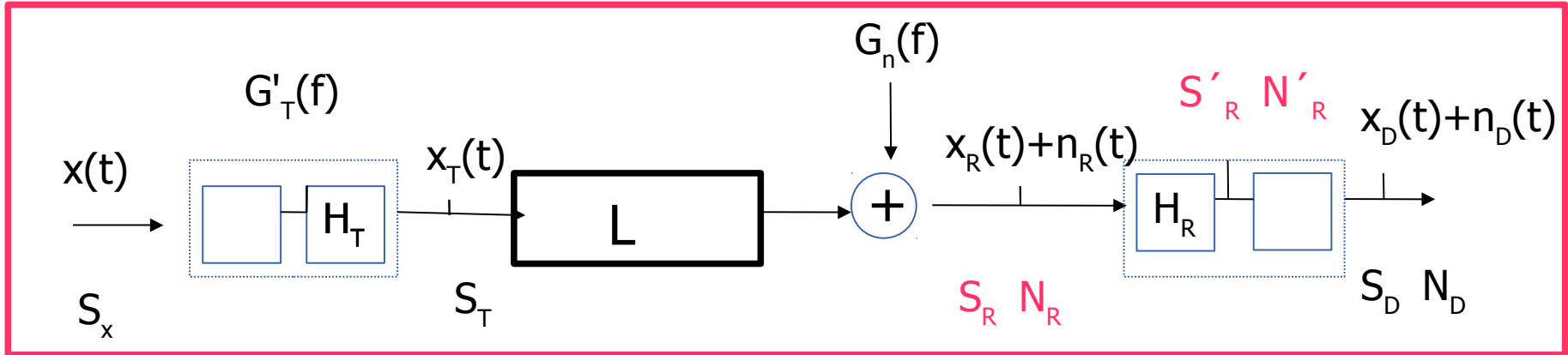
Un sistema que no distorsiona no modifica la forma de la señal en el tiempo a lo sumo atenúa y la retarda

Un sistema lineal invariante en el tiempo SLIT:

$$y(t) = x(t) * h(t) \Leftrightarrow Y(f) = X(f) H(f)$$

Si no distorsiona: $y(t) = A x(t - T_d) \quad H(f) = A e^{-j2\pi f T_d}$

Relación Señal a Ruido en recepción $(S/N)_R$



SNR , (S/N) , (S/R) : Parámetro que mide el desempeño del sistema en un punto determinado.

$$S_x = E(x(t)^2) = \overline{x^2} \quad S_R = \overline{x_R^2} \quad S_D = \overline{x_D^2}$$

$x(t)$ modelo como proceso estocástico

$$S_x = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) df$$

$(S/N)_R$

$$S_T = \int_{-\infty}^{\infty} G'_{x_T}(f) |H_T(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} G_{x_T}(f) df$$

Canal introduce atenuación L y densidad espectral de ruido $G_n(f)$.

Defino la relación señal a ruido en recepción $(S/N)_R$ como el cociente de potencia de señal y ruido a la salida del filtro de recepción:

$$(S/N)_R = S'_R / N'_R$$

Este parámetro representa cociente entre la potencia de señal recibida a la entrada respecto al ruido en la banda del mensaje (ruido efectivamente entrante)

$$(S/N)_R$$

$$(S/N)_R = S'_R / N'_R = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G_{x_R}(f) |H_R(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_R(f)|^2 df}$$

Supuesto 1: **Filtro no distorsiona** en la banda de la señal recibida y tiene una ganancia aproximadamente constante en la banda.

$$G_{x_R}(f) |H_R(f)|^2 = g_R G_{x_R}(f) \quad \text{con} \quad g_R = |H_R(f_0)|^2$$

$$S'_R = g_R \int_{-B_T}^{B_T} G_{x_R}(f) df = g_R S_R = g_R S_T / L$$

$$(S/N)_R = S'_R / N'_R = g_R S_R / N'_R = S_R / (N'_R / g_R)$$

Defino:
Ruido ←
recibido
recepción

$$N_R = N'_R / g_R = 1/g_R \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_R(f)|^2 df$$

$$(S/N)_R = S_R / N_R = \frac{S_T / L}{1/g_R \int_{-\infty}^{\infty} G_n(f) |H_R(f)|^2 df}$$

Supuesto 2: Ruido Blanco

$$G_{n_R}(f) = \eta/2 \quad g_R = |H_R(f_0)|^2$$

$$B_N = 1/g_R \int_0^{\infty} |H_R(f)|^2 df$$

Defino:

“Ancho de banda equivalente de ruido”

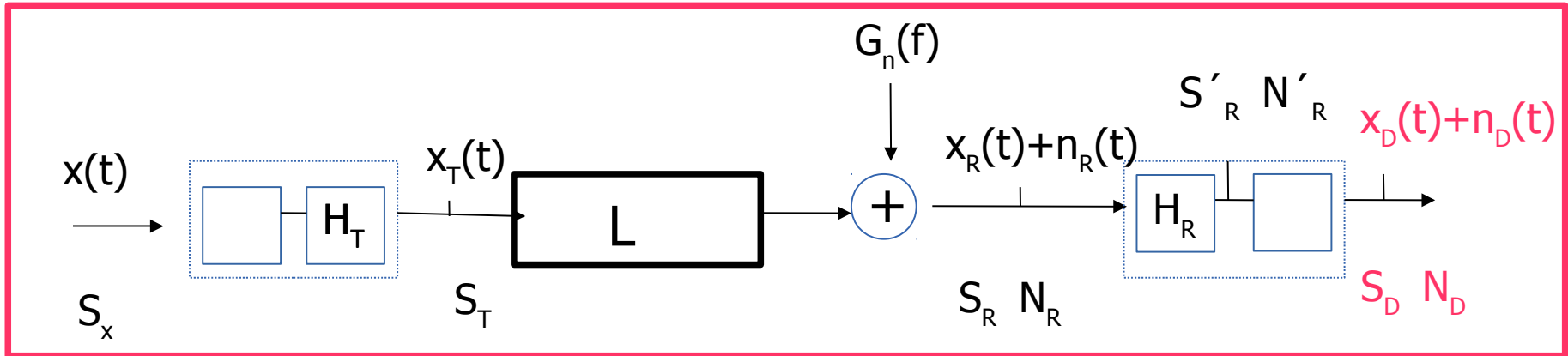
Caracteriza el ruido del receptor. Ancho de banda de un filtro ideal que deja pasar potencia equivalente de ruido.

$$(S/N)_R = S_R / N_R = \frac{S_R}{\eta B_N} = \frac{S_T}{L \eta B_N}$$

Si H_R ideal, $B_N = B_T$

$$(S/N)_R = S_T / L \eta B_T$$

Relación Señal a Ruido en destino $(S/N)_D$



$x_D(t)$: señal destino $n_D(t)$: ruido destino

Sup 1: $y_D(t) = x_D(t) + n_D(t)$ ruido aditivo a la salida del detector

$$y_D(t)^2 = E(x_D(t) + n_D(t))^2 = E(x_D)^2 + E(n_D)^2 + 2E(x_D)E(n_D)$$

Relación Señal a Ruido en destino $(S/N)_D$

Sup 2: **ruido y señal no correlacionados**

$$E(x_D n_D) = E(x_D)E(n_D)$$

Menos fuerte que exigir independencia $f_{x_D n_D} = f_{x_D} f_{n_D}$

Sup 3: **ruido con media nula** $E(n_D) = 0$

$$\overline{y_D(t)^2} = \overline{x_D(t)^2} + \overline{n_D(t)^2} \quad \begin{array}{l} S_D = \overline{x_D(t)^2} \\ N_D = \overline{n_D(t)^2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Potencia de señal y} \\ \text{ruido en el destino} \end{array}$$

Relación Señal a Ruido en destino $(S/N)_D$

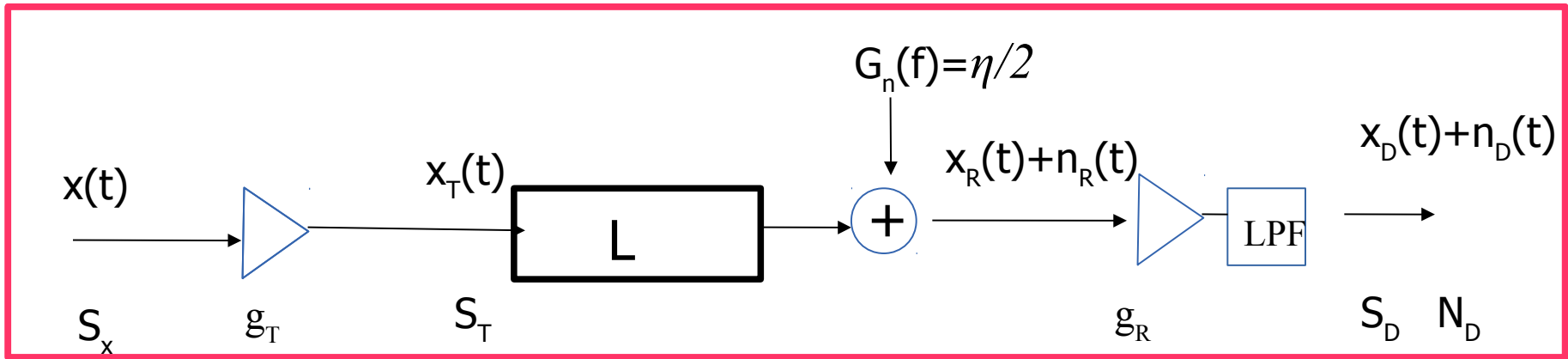
Defino: $(S/N)_D = S_D/N_D = \overline{x_D(t)^2} / \overline{n_D(t)^2}$

¿Como mido la $(S/N)_D$?

$$\overline{y_D(t)^2} / \overline{n_D(t)^2} = (S_D + N_D) / N_D = 1 + (S/N)_D$$

$$(S/N)_D = \overline{y_D(t)^2} / \overline{n_D(t)^2} - 1$$

Transmisión de señales analógicas en banda base



Objetivo: Trasmisión fiel del mensaje

Sup: W : ancho de banda de $x(t)$: $G_x(f) \approx 0$ para todo $f \geq W$

$$S_x = x^2 \quad S_T = g_T S_x \quad S_R = S_T / L \quad S_D = g_R S_R \quad N_R = \eta W \quad N_D = g_R \eta W$$

$$(S/N)_R = S_R / \eta W = \gamma = S_T / L \eta W \quad (S/N)_D = g_R S_R / g_R \eta W = S_R / \eta W = \gamma$$

Parámetro con el cual comparo desempeño de modulaciones

Requisitos típicos de $(S/N)_D$

	W	$(S/N)_D$
Voz calidad telefónica	300-3400 Hz	25-35
AM	100 Hz- 5 kHz	40-50
Audio de alta fidelidad	20 Hz- 20 kHz	55-65
Video	60 Hz- 4,2 MHz	45-55

AM: $(S/N)_D \leq \gamma/2$ para la misma potencia transmitida AM es menos eficiente en el uso de la energía que Banda Base