

Capítulo 5: Estabilidad Transitoria

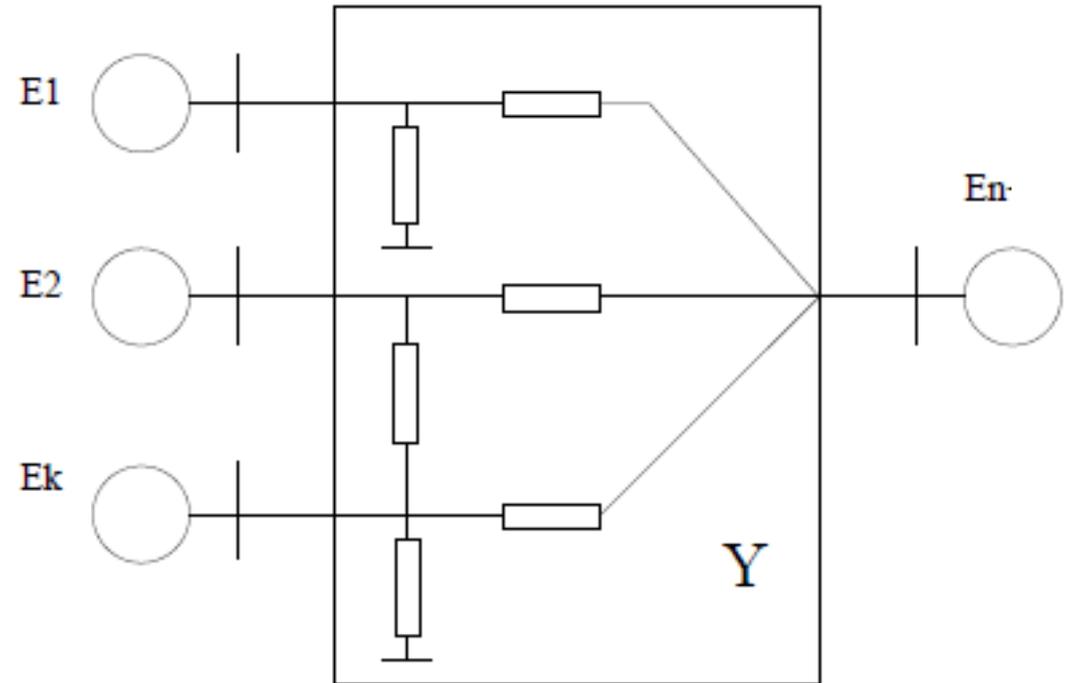
parte b

Estabilidad transitoria

- Introducción
- Sistema máquina-bus infinito
- Sistema con varias máquinas
- Discusión

Estabilidad transitoria

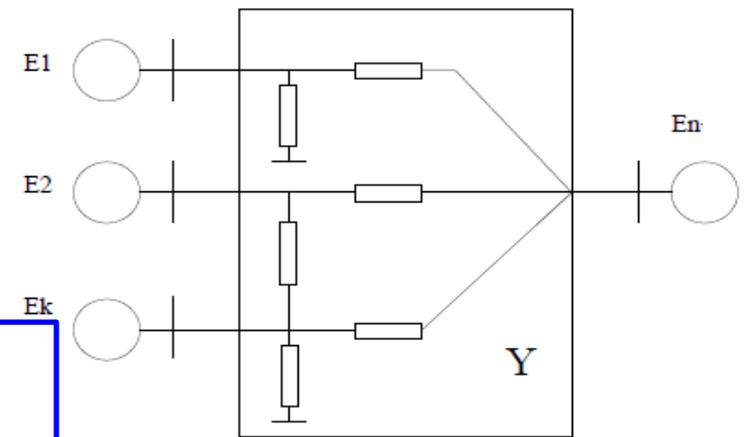
Modelo clásico multi-máquina



Hipótesis:

- modelo clásico: fems detrás de las reactancias transitorias
- sistema reducido a los nodos generadores,
- cargas de impedancia constante,

Modelo clásico multi-máquina



Y: matriz de admitancia nodal

$$I = Y E$$

$$\bar{Y}_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

$$S_{ei} = E_i I_i^* = P_{ei} + jQ_{ei}$$

$$\begin{aligned} P_{ei} &= E_i^2 G_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) = \\ &= E_i^2 G_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \end{aligned}$$

El modelo básico resulta:

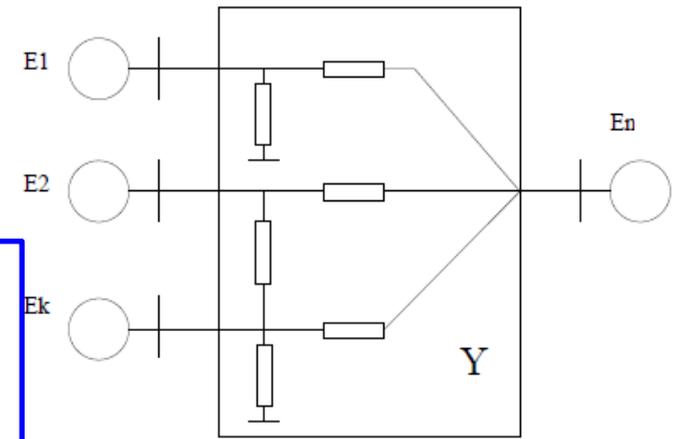
$$\begin{aligned} \frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{K_{D_i}}{\omega_0} \omega_i &= P_{mi} - P_{ei} \\ &= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)] \\ \frac{d\delta_i}{dt} &= \omega_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Modelo clásico multi-máquina

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{K_{D_i}}{\omega_0} \omega_i = P_{mi} - P_{ei}$$

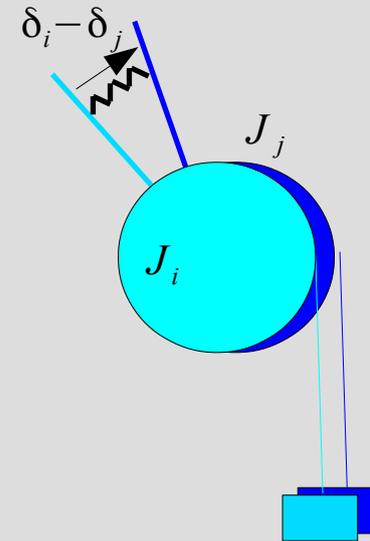
$$= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j [B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)]$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$



Que sigue admitiendo un símil mecánico sencillo:

Donde hay una masa por cada máquina y un resorte de constante B_{ij} en cada línea.



Modelo clásico multi-máquina

Los puntos de equilibrio resultan $P_{mi} = P_{ei}, \forall i = 1..n$:

$$0 = P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j [B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \text{cos}(\delta_i - \delta_j)]$$
$$w_i = 0, \forall i = 1..n$$

Balance de activa del flujo de carga

Despreciemos las pérdidas en las líneas en el modelo básico:

$$\frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{K_{Di}}{\omega_0} \omega_i = P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j)$$
$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Podemos aún razonar en términos de energía?

Multiplico por ω_i y sumo en $i = 1..n$.

$$\sum_i^n \frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} \omega_i + \sum_i^n \frac{K_{Di}}{\omega_0} \omega_i^2 = \sum_i^n [P_{mi} - E_i^2 G_{ii}] \omega_i - \dots$$
$$- \sum_i^n \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) \omega_i$$
$$= \sum_i^n [P_{mi} - E_i^2 G_{ii}] \omega_i - \sum_{i,j=1, i < j}^n E_i E_j B_{ij} \text{sen}(\delta_i - \delta_j) (\omega_i - \omega_j)$$

Modelo clásico multi-máquina

Se cumple entonces

$$\frac{dV(\delta, \omega)}{dt} = - \sum_i^n \frac{K_{Di}}{\omega_0} \omega_i^2 \leq 0 \quad \forall (\delta, \omega)$$

siendo V la función de energía:

$$V(\delta, \omega) := \sum_i^n \frac{H_i}{\omega_0} \omega_i^2 + \sum_i^n [P_{mi} - E_i^2 G_{ii}] \delta_i - \sum_{i,j=1, i < j}^n E_i E_j B_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

Y la función de energía sigue siendo válida independientemente de:

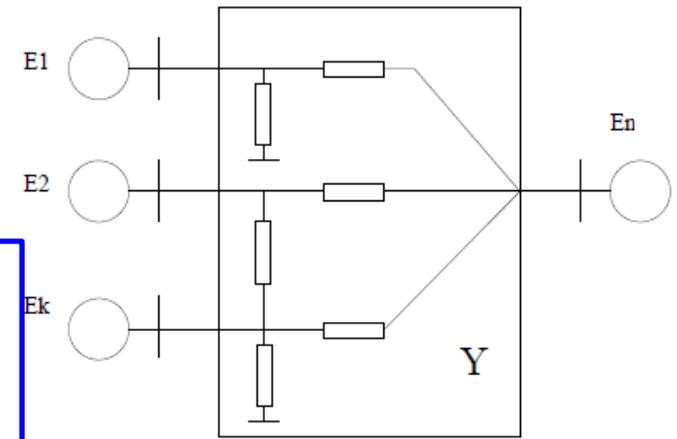
- el número de máquinas;
- quitar la hipótesis E cte.;
- considerar modelos de máquina de tercer, quinto o sexto orden.

No soporta

- líneas o cargas resistivas (*);
- sistemas de excitación.

Podemos razonar en términos de energía;
Debemos analizar con simulaciones.

Modelo clásico multi-máquina



$$\frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} + \frac{K_{D_i}}{\omega_0} \omega_i = P_{mi} - P_{ei}$$

$$= P_{mi} - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j [B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)]$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

Cómo se mueve el Centro de Inercia?

$$\delta_G := \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \delta_i \quad \omega_G := \frac{d\delta_G}{dt} = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \frac{d\delta_i}{dt}$$

$$M_T := \sum_{i=1}^n M_i; \quad M_i := \frac{2H_i}{\omega_0}$$

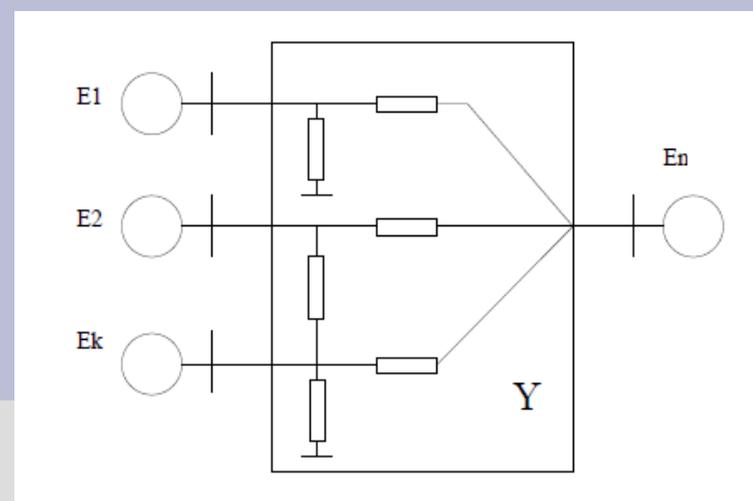
Entonces

$$M_T \frac{d\omega_G}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{2H_i}{\omega_0} \frac{d\omega_i}{dt} =$$

$$= \sum_{i=1}^n [P_{mi} - P_{ei}] - \sum_{i=1}^n \frac{K_D}{\omega_0} \omega_i^2 =$$

$$= \sum_{i=1}^n P_{mi} - \sum_{i=1}^n E_i^2 G_{ii} - \sum_{i=1}^n \frac{K_D}{\omega_0} \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

Modelo clásico multi-máquina



Entonces

$$M_T \frac{d\omega_G}{dt} = \sum_{i=1}^n P_{mi} - \sum_{i=1}^n E_i^2 G_i - \sum_{i=1}^n \frac{K_D}{\omega_0} \omega_i^2 - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n E_i E_j G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

Potencia
generada

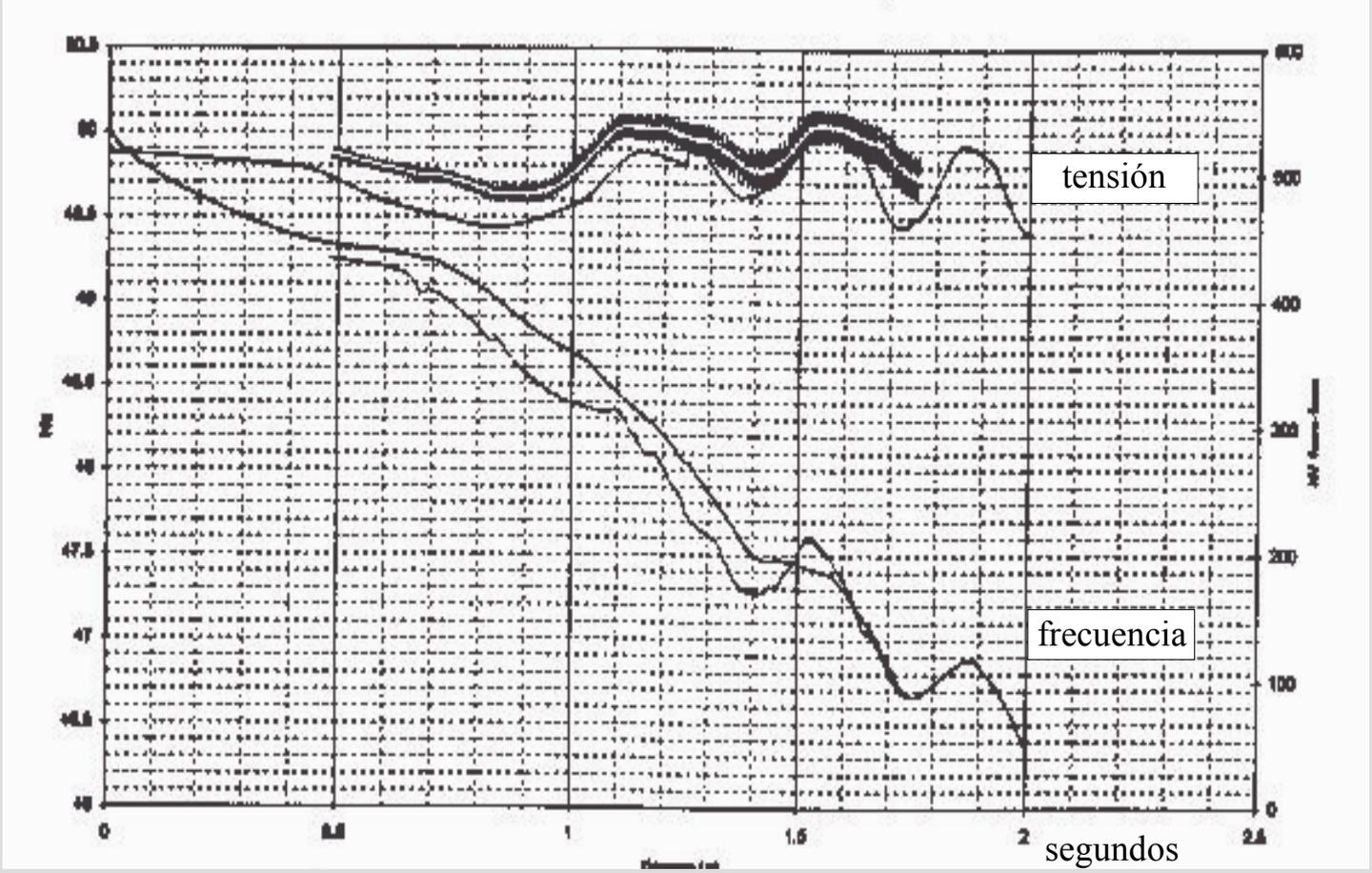
Potencia
consumida

Pérdidas

El centro de masa se mueve de acuerdo al balance de potencia activa del sistema.
Particularmente relevante para el estudio de variaciones de frecuencia de una isla...

$$\frac{\Delta \omega_G}{\Delta t} \approx \frac{\Delta P}{M_T}$$

Una isla que no cuenta con un adecuado sistema de rechazo de carga o generación (o una inercia apreciable) tendrá una deriva rápida de frecuencia.



Un par de precisiones

Si la inercia total del sistema es muy grande, o si el sistema tiene control de frecuencia, no se advierten variaciones persistentes de frecuencia frente a una falta.

En otro caso, todos los ángulos δ_i se moverán apreciablemente y la estabilidad transitoria dependerá de los ángulos relativos $\delta_i - \delta_j$.