

# SISTEMAS LINEALES 2

Segundo Parcial, 3 de diciembre de 2013

- Se indican en cada caso los puntos (C,E) que cada ejercicio aporta a los objetivos de la ganancia de curso y de la exoneración parcial.
- Escriba **nombre y apellido** en todas las hojas. Al entregar cuente las hojas y firme la planilla.
- Utilice las hojas de un solo lado. Resuelva problemas diferentes en hojas diferentes.
- Sea prolijo. Exprese sus resultados exactamente en el formato pedido. Explique y detalle todos sus pasos. Tenga presente que si algo no es claro para el evaluador, Ud. podría perder los puntos de la pregunta.

## Ejercicio 1: (7,10) puntos

- a.C Un generador de impedancia de salida  $(500 + j0)\Omega$  alimenta una carga de  $(36 + j0)\Omega$  a través de una línea de impedancia característica  $(500 + j0)\Omega$  de 95 metros. Entre el final de la línea de transmisión y la carga se introduce un trozo de otra línea sin pérdidas, a modo de transformador de cuarto de longitud de onda, para que no haya onda reflejada. La frecuencia de uso es de 40 MHz y la velocidad de fase en la línea es de  $0,97c$ , donde  $c = 3 \times 10^8 m/s$  es la velocidad de la luz. Diseñar dicho transformador de  $\lambda/4$ : definir impedancia característica y largo.
- b. Muestre porqué, para cualquier línea de transmisión con parámetros  $R \geq 0$ ,  $G \geq 0$ ,  $L > 0$ ,  $C > 0$ , siempre podemos elegir  $\gamma$  con parte real  $\alpha \geq 0$  e imaginaria  $\beta > 0$ .

## Ejercicio 2: (5,13) puntos

- a.C Considere un cuadripolo caracterizado por sus constantes de transmisión:  $\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$ .  
 Calcule la impedancia vista desde el puerto 1, cuando el puerto 2 se encuentra en vacío (ver figura 1). Expresar el resultado en función de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ .

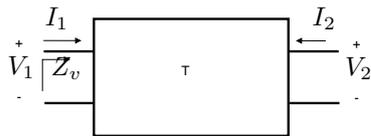


Figura 1:

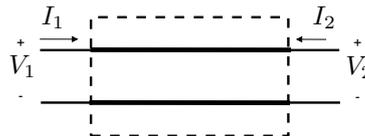


Figura 2:

- b. La línea de transmisión de la figura 2 posee impedancia característica  $Z_0$ , constante de propagación  $\gamma$  y largo  $l$ . Calcule las constantes de transmisión de la línea en régimen sinusoidal.
- c.C Considere ahora la conexión de la figura 3, donde la línea de transmisión de la parte **b** es conectada a un cuadripolo como el de la parte **a**. Hallar una condición para  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  (constantes de transmisión del cuadripolo) para que no exista onda reflejada.

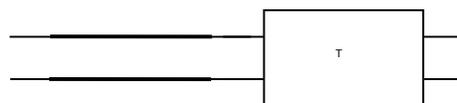


Figura 3:

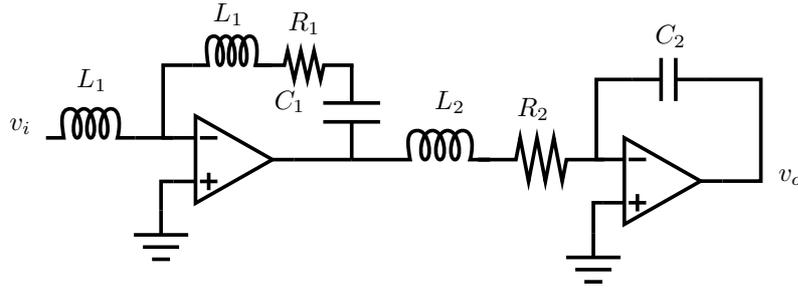


Figura 4:

### Ejercicio 3: (10,15) puntos

Se considera el circuito de la figura 4.

a.i.C Hallar la transferencia  $H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ .

a.ii.C Sabiendo que se cumple  $L_1 = \frac{R_1^2 C_1}{4}$ ,  $R_2 = 1000 \frac{L_2 C_2}{\sqrt{L_1 C_1}}$  y  $C_2 = \frac{L_1 C_1}{1000 L_2}$ , verificar que la transferencia se puede escribir como  $H(s) = 1000 \frac{\omega_0^2 (s + \omega_0)^2}{s^3 s + 1000 \omega_0}$ . **Definir  $\omega_0$  exclusivamente en función de  $L_1$  y  $R_1$**

b.C En el circuito de la figura 5, los valores de las componentes mantienen las relaciones de la parte anterior. Además se cumple  $R_3 = \frac{1}{1000 \omega_0 C_3}$ .

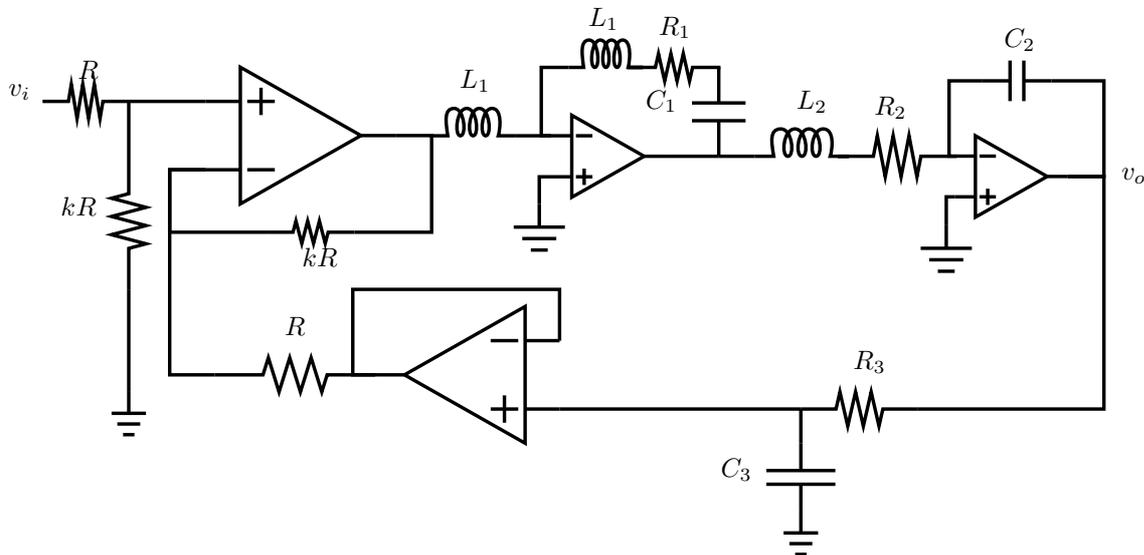


Figura 5:

Estudiar la estabilidad del sistema usando el criterio de Nyquist, discutir en función de  $k$ . **Justifique Todas las aproximaciones realizadas**

c Determinar el valor de  $v_o$  en régimen cuando la entrada es un escalón. Discutir según  $k$ . **Justifique.**

d Determinar los valores de  $k$  que dan lugar a oscilaciones sinusoidales persistentes del sistema y sus respectivas frecuencias de oscilación.

**Ejercicio 4: (6,12) puntos**

Considere un sistema dinámico con entrada  $u(t)$  y salida  $y(t)$  descrito por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}; C = [ 1 \quad 1 \quad 1 ]; D = 1.$$

- a.C Para qué valores  $b_2, b_3$  el sistema es internamente estable?. **Justifique.**
- b.C Para qué valores  $b_2, b_3$  el sistema es BIBO estable?. **Justifique.**
- c.C Elija un par  $b_2, b_3$  en las condiciones de la parte b. Calcule  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t)$  cuando la entrada es un escalón unitario. **Justifique.**
- d.C Idem parte c cuando la entrada es un pulso unitario de duración  $T$ . **Justifique.**
- e. Considere, para el par  $b_2, b_3$  de la parte c, la evolución del vector de estados  $x(t)$ , con entrada nula y estado inicial  $x(0) \in R^3$  arbitrario. Qué puede afirmar sobre  $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t)$ ?. **Justifique.**