Sistemas Lineales 2

Primer Parcial, 4 de octubre de 2013

Ejercicio 1: Solución

1. Utilizando el principio de superposición es posible calcular la tensión v_o a partir de las tensiones v_s y $v_C(0)$.
   Anulando $v_C(0)$: $V_o(s) = -\frac{1}{RCs}V_s(s) \Rightarrow v_o(t) = Y(t)(-\frac{1}{RC})\int_0^t v_s(\tau)d\tau$.
   Anulando v_s: $V_o(s) = \frac{v_C(0)}{s} \Rightarrow v_o(t) = Y(t)v_C(0)$. Entonces: $v_o(t) = Y(t)(v_C(0) - \frac{1}{RC}\int_0^t v_s(\tau)d\tau)$.

2. Para calcular la transferencia anulo todos los datos previos (tensión sobre el condensador y corriente sobre la bobina) y asumo que los amplificadores operacionales operan en zona lineal. De este modo, la transferencia del circuito resulta: $\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = H(s) = (-\frac{1}{RCs})(-\frac{Ls}{R}) = 1$.

3. Como el circuito se encuentra inicialmente descargado, suponiendo que ambos amplificadores operacionales operan en zona lineal, entonces es posible utilizar el resultado de la parte anterior.
   Por lo tanto: $v_o = v_s = Y(t)\frac{V_{CC}}{10}$.
   Como el primer bloque es el de la primera parte (si opera en zona lineal) entonces: $v_C(t) = Y(t) - \frac{1}{RC}\frac{V_{CC}}{10}t$.
   Verificación: $v_o(t) = Y(t)\frac{V_{CC}}{10} \leq V_{CC}\ \forall t \geq 0$. $v_C(t) \geq -V_{CC} \forall t \leq 10RC$.
   Por lo tanto el análisis anterior es válido hasta el tiempo $t = 10RC$: $v_o(t) = Y(t)\frac{V_{CC}}{10}\ \forall t \leq 10RC$.
   De aquí en adelante el operacional de bloque integrador opera en zona saturada negativa y el derivador en zona lineal (suposiciones que deben verificarse). Entonces: $v_C(t') = -Y(t')V_{CC}\quad v_o(t') = 0V (t' = t - 10RC)$. Verificación: $v_o(t) = 0V \in [-V_{CC}, +V_{CC}]$. $e^-(t') - e^+(t') = -Y(t')\frac{V_{CC}}{10} \leq 0\ \forall t' \geq 0$.
   Notar que si bien el sistema desde el punto de vista entrada-salida presenta una ganancia acotada (visto esto en la transferencia del sistema $H(s) = 1$), existen estados "internos" al mismo (como la tensión del condensador) que en algunos casos tienen un comportamiento divergente. Esto en general provoca que los modelos lineales de los sistemas dejen de tener validez, siendo entonces este tipo de comportamientos no deseados. Este tipo de sistemas se dice que NO son internamente estables.