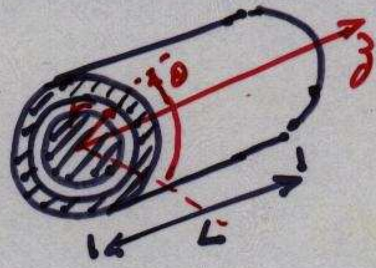
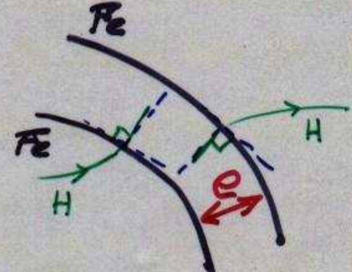
BREVE REVISIÓN DEL CAMPO GIRATORIO

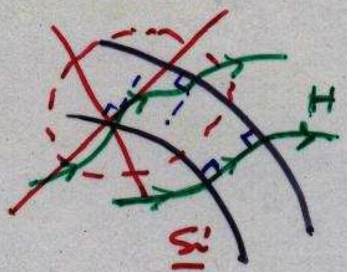
1) Consideraciones de simetría ⇒ Campo magnético radial

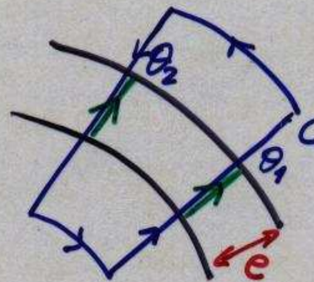
Simetría cilíndrica — Se desprecian los efectos debidos a la longitud finita de la máquina.





$\mu_{r_{Fe}} = \infty$





$$\vec{H}(r,\theta,z) = H_r(r,\theta,z)\,\vec{u}_r + H_\theta(r,\theta,z)\,\vec{u}_\theta + H_z(r,\theta,z)\,\vec{u}_z$$

Si $L \simeq$ "∞" $\Rightarrow H_z = 0 \Rightarrow$ Problema plano (2D)

Si e pequeño $\Rightarrow H_\theta = 0 \Rightarrow$ Sólo hay componente radial del campo magnético

$$\vec{H}(r,\theta,z) = H_r(r,\theta,z)\,\vec{u}_r$$

Pero además:

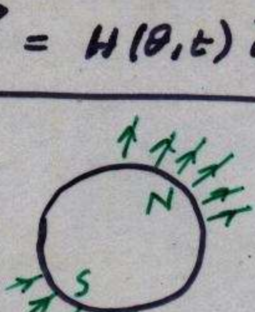
- No depende de z si $L \simeq$ "∞"
- Si se calcula el campo H medio a lo largo de e, no depende de r.

$\Rightarrow \vec{H} = H_r(\theta)\,\vec{u}_r$ ← Para un instante dado. Además puede depender de t.

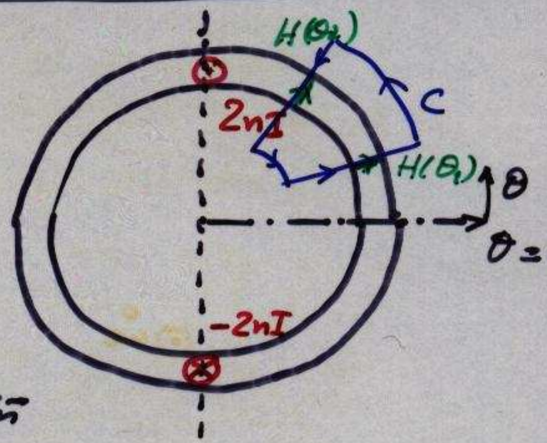
$$\boxed{\vec{H} = H(\theta,t)\,\vec{u}_r}$$

Convención de signos $H > 0$ para r crecientes

$\Rightarrow H > 0$: saliente del rotor
: "Polo Norte" del rotor



2) Campo magnético en el entrehierro de 1 bobina diametral



Ley de Ampère en un circuito C

$$\oint_C \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}\cdot\vec{n}\, ds$$

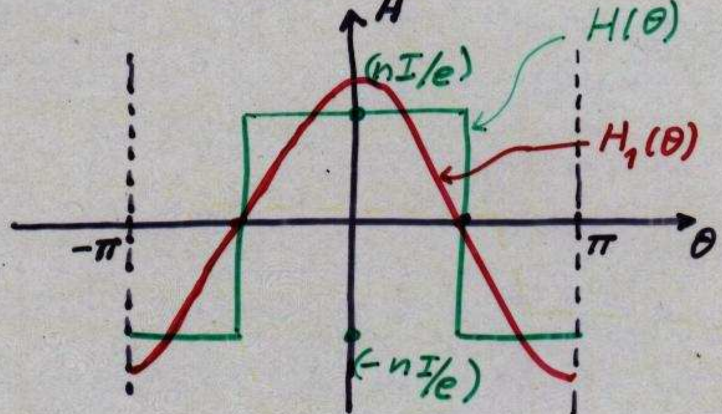
$$H(\theta_1)\cdot e - H(\theta_2)\, e = \begin{cases} 2nI \\ 0 \\ -2nI \end{cases}$$

$$\oiint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, dS = 0$$

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ (entrehierro)

$D = 2R$

$$\mu_0 L R \int_0^{2\pi} H(\theta)\, d\theta = 0$$



$$H_1(\theta) = \frac{4}{\pi}\left(\frac{nI}{e}\right)\cos\theta$$

Con 1 bobina diametral se tiene una onda cuadrada para $H(\theta)$ ("paso diametral")

Hay técnicas de diseño del bobinado que permiten reducir el contenido armónico

Def.: f.m.m. (fuerza magnetomotriz) de entrehierro $\mathcal{E}(\theta,t)$

$$\underline{\mathcal{E}(\theta,t) = H(\theta,t)\cdot e}$$

Hipótesis: f.m.m. de entrehierro sinusoidal

$$\boxed{\mathcal{E}(\theta,t) = \frac{4}{\pi}\cdot K_b\cdot n\cdot i(t)\cos\theta.}$$

K_b = coeficiente de bobinado $= K_d \cdot K_r \cdot K_s \leq 1$

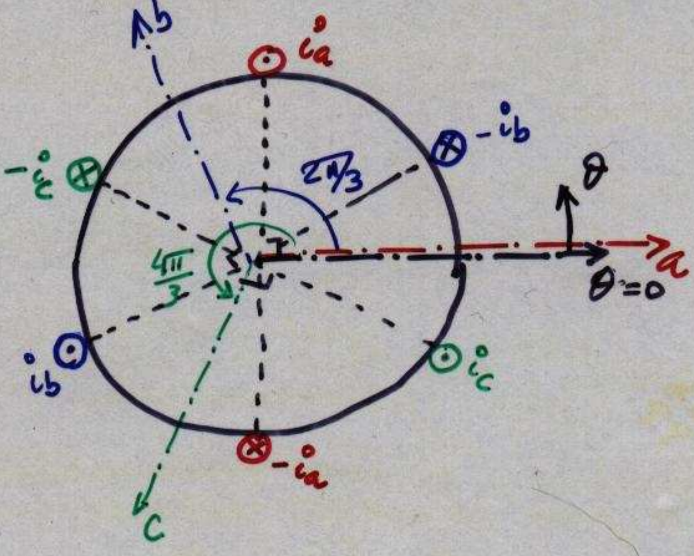
K_d: distribución en varias ranuras

K_r: "reducción de paso" el ángulo entre conductores de ida y de vuelta es menor que π

K_s: inclinación de ranuras

$\underline{n' = K_b \cdot n}$ "Nº efectivo de espiras"

3) Campo giratorio bipolar - Teorema de Ferraris



$$\mathcal{E}(\theta,t) = H(\theta,t)\cdot \underset{\text{cte.}}{e}$$

El campo resultante en el entrehierro es la suma (escalar) de las contribuciones de las 3 bobinas

$$\left.\begin{aligned}\mathcal{E}_a(\theta,t) &= \frac{4}{\pi}\, n'_a\, i_a(t)\cos\theta \\ \mathcal{E}_b(\theta,t) &= \frac{4}{\pi}\, n'_b\, i_b(t)\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) \\ \mathcal{E}_c(\theta,t) &= \frac{4}{\pi}\, n'_c\, i_c(t)\cos\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{3 bobinas iguales}\\ n'_a = n'_b = n'_c = n'_s\end{array}$$

$$\left.\begin{aligned}i_a(t) &= I_s\sqrt{2}\cos(\omega t-\varphi) \\ i_b(t) &= I_s\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\varphi-\frac{2\pi}{3}\right) \\ i_c(t) &= I_s\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\varphi-\frac{4\pi}{3}\right)\end{aligned}\right\} \begin{array}{l}\text{Sistema trifásico}\\ \text{equilibrado directo}\end{array}$$

$$\mathcal{E}(\theta,t) = \mathcal{E}_a(\theta,t) + \mathcal{E}_b(\theta,t) + \mathcal{E}_c(\theta,t)$$

$$= \frac{4}{\pi}\, n'_s I_s\sqrt{2}\left[\cos(\omega t-\varphi)\cos\theta + \cos\left(\omega t-\varphi-\frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \cos\left(\omega t-\varphi-\frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)\right]$$

$$\cos a\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\mathcal{E}(\theta,t) = \frac{1}{2}\,\frac{4}{\pi}\, n'_s I_s\sqrt{2}\left[\cos(\omega t-\varphi+\theta) + \cos(\omega t-\varphi-\theta) + \right.$$
$$+ \cos\left(\omega t-\varphi+\theta-\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega t-\varphi-\theta) +$$
$$0 \equiv \quad \left. + \cos\left(\omega t-\varphi+\theta-\frac{8\pi}{3}\right) + \cos(\omega t-\varphi-\theta)\right]$$

$$\boxed{\mathcal{E}(\theta,t) = \frac{3}{2}\,\frac{4}{\pi}\, n'_s I_s\sqrt{2}\cos(\omega t-\theta-\varphi)}$$

$$\boxed{\mathcal{E}(\theta,t) = \mathcal{E}_{máx}\cos(\omega t-\theta-\varphi)}$$

i) Si $\theta=\theta_0$ fijo $\Rightarrow \mathcal{E}(\theta_0,t) = \mathcal{E}_{máx}\cos(\omega t-\varphi')$

Sinusoidal en t $\qquad \varphi'=\varphi+\theta_0$

ii) Si $t=t_0$ fijo $\Rightarrow \mathcal{E}(\theta,t_0) = \mathcal{E}_{máx}\cos(\theta-\omega t_0+\varphi)$

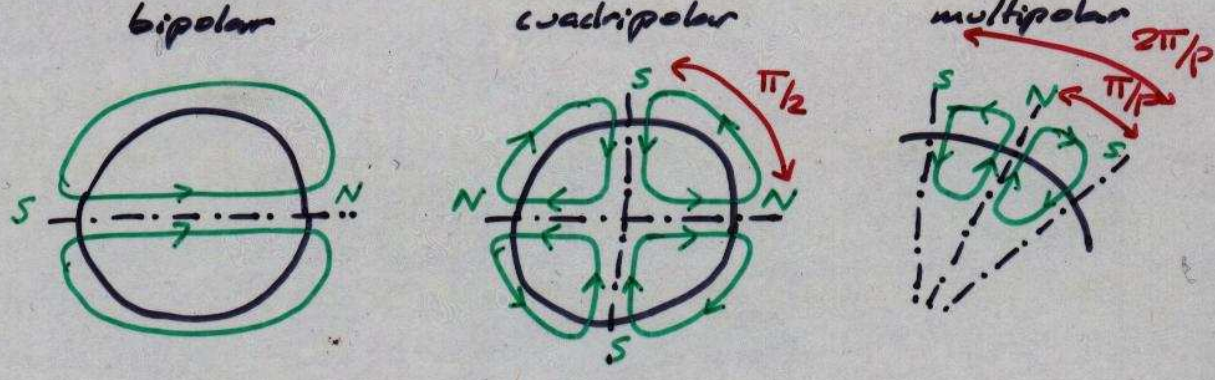
Sinusoidal en θ

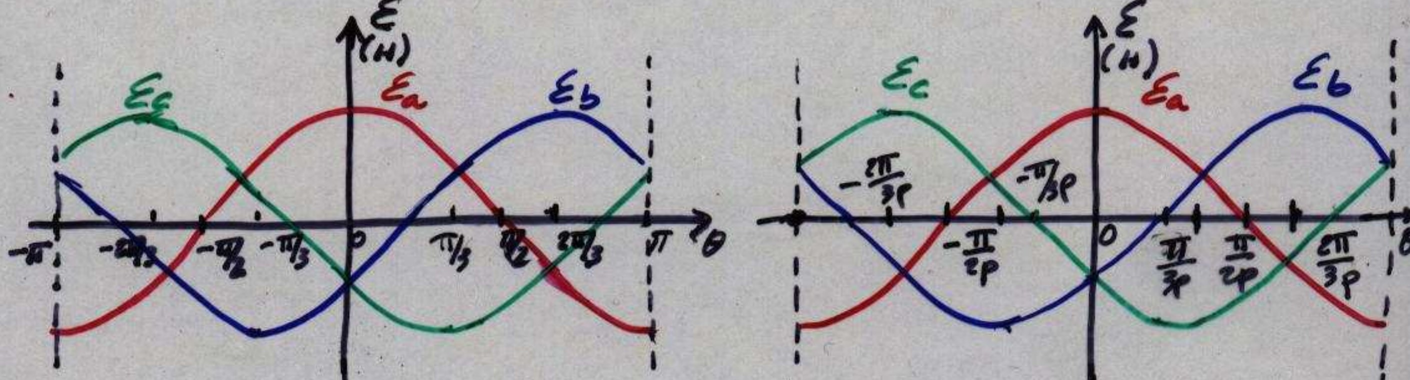
iii) Velocidad de sincronismo: para un observador que se desplazara por el entrehierro a una velocidad $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$, existe una velocidad Ω_S ("de sincronismo") tal que "vería" un campo $\underline{\mathcal{E} = cte}$.

$$d\mathcal{E}=0 \Rightarrow d\mathcal{E} = -\mathcal{E}_{máx}\sin(\omega t-\theta-\varphi)\big[\underbrace{\omega dt - d\theta}_{=0}\big]=0$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt} = \Omega_S} \quad \text{(campo bipolar)}$$

4) Campo multipolar





$$\mathcal{E}_a(\theta,t) = \frac{4}{\pi} n_s' \, i_a(t) \cos p\theta$$

$$\mathcal{E}_b(\theta,t) = \frac{4}{\pi} n_s' \, i_b(t) \cos p\left(\theta - \frac{2\pi}{3p}\right)$$

$$\mathcal{E}_c(\theta,t) = \frac{4}{\pi} n_s' \, i_c(t) \cos p\left(\theta - \frac{4\pi}{3p}\right)$$

$$i_a(t) = I_s\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

$$i_b(t) = I_s\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_c(t) = I_s\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\theta,t) &= \mathcal{E}_a(\theta,t) + \mathcal{E}_b(\theta,t) + \mathcal{E}_c(\theta,t) \\ &= \frac{4}{\pi} n_s' I_s\sqrt{2}\Big[\cos p\theta \cos(\omega t - \varphi) + \\ &\quad + \cos\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ &\quad + \cos\left(p\theta - \frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right)\Big]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\theta,t) = \frac{4}{\pi} n_s' I_s\sqrt{2}\,\frac{1}{2}\Big[&\cos(p\theta + \omega t - \varphi) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi) + \\ &+ \cos\left(p\theta + \omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi) + \\ &+ \cos\left(p\theta + \omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(p\theta - \omega t + \varphi)\Big]\end{aligned}$$

$= 0$

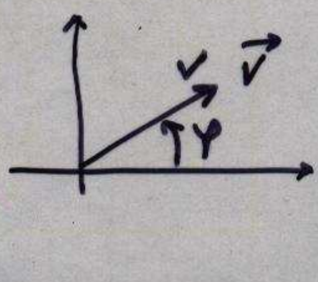
$$\boxed{\mathcal{E}(\theta,t) = \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{\pi} n_s' I_s\sqrt{2}\cos(\omega t - p\theta - \varphi)}$$

Velocidad de sincronismo: $\boxed{\Omega_s = \frac{\omega}{p}}$ // $\boxed{p\theta = \theta_e = \text{ángulo eléctrico}}$

5) <u>Representación fasorial o vectorial</u>

$$v(t) = V\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi) = Re\left(V\sqrt{2}\, e^{j(\omega t + \varphi)}\right)$$
$$= Re\left(V\sqrt{2}\, e^{j\varphi}\cdot e^{j\omega t}\right)$$

$$v(t) \Longleftrightarrow \underbrace{V\angle\varphi}_{\vec{V}} \quad (\text{ó } V\sqrt{2}\angle\varphi)$$



$\mathcal{E}(\theta,t) = \mathcal{E}_{máx} \cos(\omega t - \theta - \varphi)$

Para cada $\theta = \theta_0$ se tendrán una magnitud sinusoidal en t.

$\Rightarrow$ N° infinito de fasores. $\leftarrow$ Pero todos correlacionados

Se elige (por convención) $\theta = \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}(\theta,t) \leftrightarrow \vec{\mathcal{E}} = \mathcal{E}_{máx} \angle -\varphi}$$

- Se eligió (por convención) definir la fase de las corrientes respecto de una de ellas, la fase a.
- Se cuentan los ángulos de posición en el entrehierro a partir del eje de la fase a.
- Para $\theta_0 = 0$, la "fase" del campo giratorio es igual a la fase de la corriente en la fase a.