

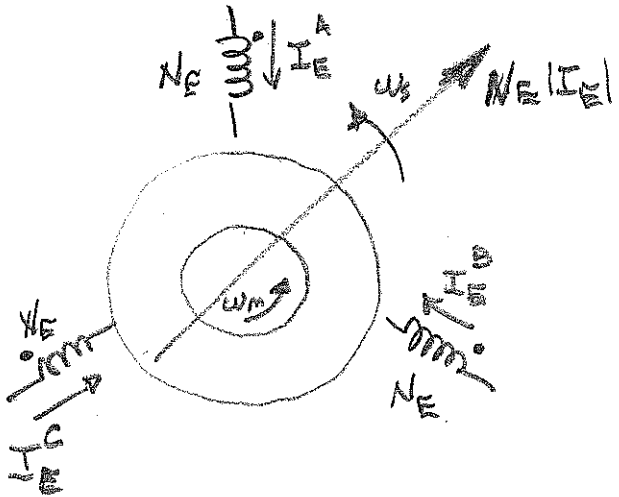
# ① MODELO ELÉCTRICO O CIRCUITO EQUIVALENTE DE LA MAQ. INDUCCIÓN

## → REPASO "FÍSICO" DEL PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

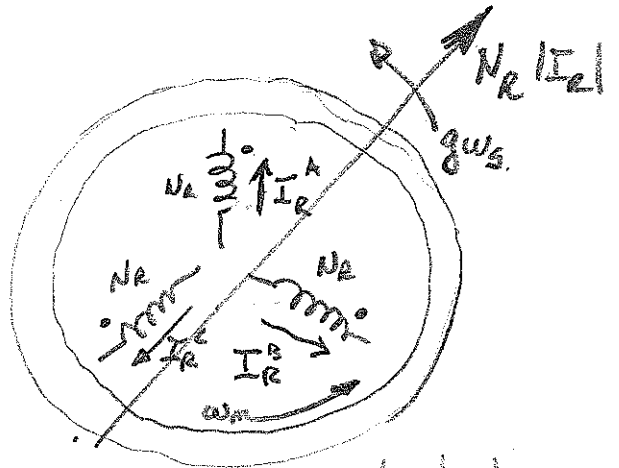
- \* Hemos construido la MI de  $p=1$  a partir de 3 bobinados estatóricos (de  $N_E$  vueltas) desfasados  $120^\circ$  en el perímetro estatórico, y 3 bobinados rotóricos también desfasados  $120^\circ$  en el perímetro del rotor. (de  $N_R$  vueltas).
  - \* Por las bobinas estatóricas al circular un sistema trifásico perfecto  $I_E$  de corrientes de frecuencia  $\omega_s = 2\pi f_s$  daba lugar a un campo magnético  $(B)$  giratorio a velocidad  $\omega_s$  de módulo proporcional a  $N_E |I_E|$ .
  - \* Este campo "arrastraba" el rotor el cual llega a una velocidad mecánica de equilibrio  $\omega_m$ , con lo cual el campo  $B$  girará respecto al rotor a  $(\omega_s - \omega_m)$  o  $g\omega_s$ .
  - \* Este campo inducirá tensiones por cada bobinado rotórico que constituyen un sistema trifásico perfecto de tensiones al estar las bobinas rotóricas desfasadas  $120^\circ$  y de frecuencia  $g\omega_s$ .
  - \* Como los bobinados rotóricos están en cortocircuito aparecerá en consecuencia un sistema trifásico perfecto  $(I_R)$  de corrientes de frecuencia  $g\omega_s$ .
- Pero, el sistema  $I_R$  está circulando por 3 bobinas desfasadas  $120^\circ$ .
- Entonces?
- Por la misma razón que en el estator generará un campo magnético giratorio respecto al rotor de velocidad  $g\omega_s$  y módulo proporcional a  $N_R |I_R|$  !!

Esquemáticamente como es la situación?

ESTATOR



ROTOR



Pero: Si gira a  $\omega_s$  respecto al rotor que gira  $\omega_m$   
 $\Rightarrow$  respecto al estator (fijo) gira a  $\omega_s + \omega_m$

Pero:  $\omega_s + \omega_m = \left(\frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s}\right) \omega_s + \omega_m = \omega_s!$

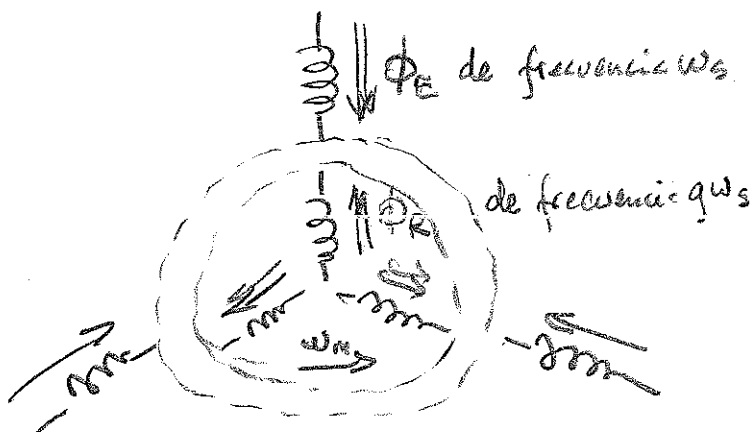
Luego: El campo rotórico gira a idéntica velocidad que el estatórico

Entonces: Los puedo componer en un único campo magnético que gira a  $\omega_s$  respecto al estator y a  $\omega_s$  respecto al rotor

Como puedo reinterpretar esta situación?

Haciendo el razonamiento inverso al de campo giratorio

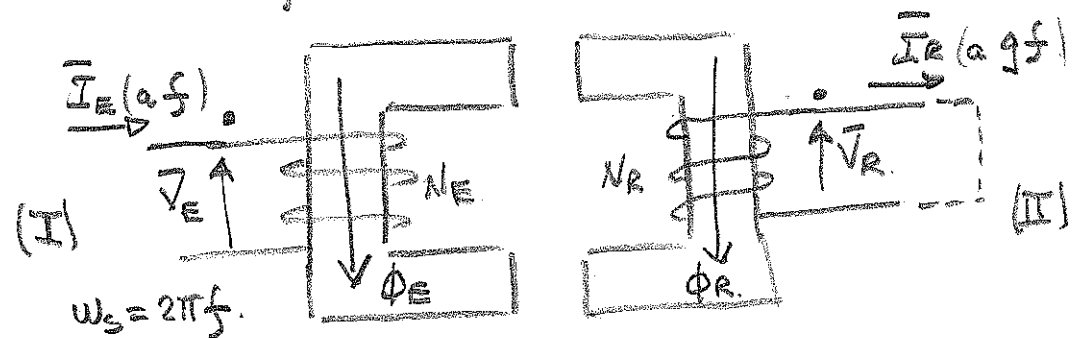
Un campo magnético giratorio lo puedo descomponer en tres campos alternos fijos, uno por cada fase (bobina) tanto del Estator como del Rotor



Pero entonces tengo 2 bobinados trifásicos acopladas sus fases magnéticamente

Luego

Lo modelo como UN TRANSFORMADOR TRIFÁSICO con fuente y carga equilibrado en el que el ESTATOR es su primario y su ROTOR su secundario. y con las siguientes relaciones entre las magnitudes de corriente y tensión por fase:



$$\phi_E = \phi_0 \text{Sen} \omega_s t \quad \phi_R = \phi_0 \text{Sen} g \omega_s t$$

1) CORRIENTES

Si el circuito magnético supongo  $\mu = \infty \Rightarrow$  no puede haber campo magnetizante

$$\Rightarrow \boxed{N_E \left| \vec{I}_E \right| = N_R \left| \vec{I}_R \right|} \quad (\text{diferencia con el trafo.})$$

2) TENSIONES

ESTATOR

$$\phi_E = \phi_0 \text{Sen} \omega_s t$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\phi_E}{dt} = \phi_0 \omega_s \text{Cos} \omega_s t$$

ROTOR

$$\phi_R = \phi_0 \text{Sen} g \omega_s t$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\phi_R}{dt} = \phi_0 g \omega_s \text{Cos} g \omega_s t$$

Pero:

$$\left| \frac{d\phi_E}{dt} \right| = \frac{|V_E|}{N_E} = \phi_0 \omega_s$$

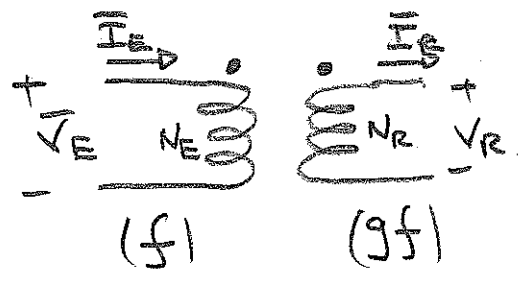
$$\left| \frac{d\phi_R}{dt} \right| = \frac{|V_R|}{N_R} = \phi_0 g \omega_s$$

Luego

$$\boxed{\frac{|V_E|}{N_E} = \frac{|V_R|}{N_R} \frac{1}{g}}$$

$\rightarrow$  diferencia con el trafo

En síntesis el modelo eléctrico de la Máquina Ideal será:



$$N_E I_E = N_R I_R$$

$$g \frac{V_E}{N_E} = \frac{V_R}{N_R}$$

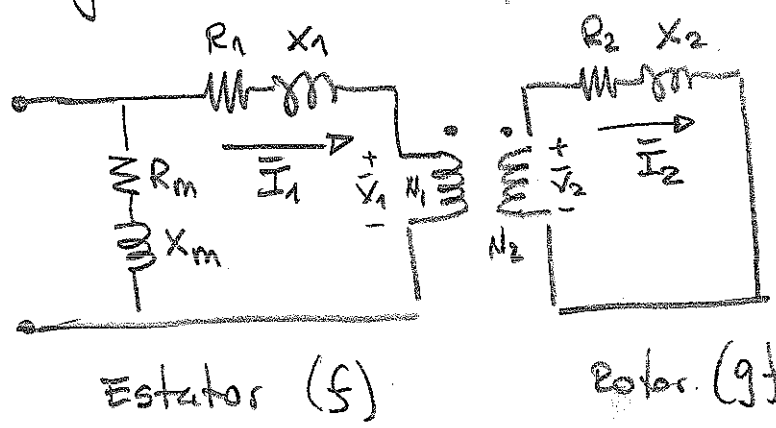
frecuencia  $(V_E, I_E) = f$   
 "  $(V_R, I_R) = g f$

Modelo de la Máquina REAL:

Al igual que en los transformadores:

- El hierro no es  $\mu = \infty$   
 El circuito magnético tiene  $\delta$  (aire).  $\Rightarrow \exists X_m = L_m \omega_s$   
 $\Rightarrow (X_m^{HI} \ll X_m^{Trato})!$
- El hierro tiene pérdidas magnéticas  $(H, F) \Rightarrow \exists R_m$
- Los bobinados tienen resistencia  $\Rightarrow \exists R_E, R_R$
- Los bobinados tienen fugas magnéticas  $\Rightarrow \exists X_E, X_R$   
 $(L_E \omega_s) \quad (L_R \omega_s)$

Luego: Circuito Equivalente de la Máq. Inducción Real



$$N_1 I_1 = N_2 I_2$$

$$\frac{V_1}{N_1} g = \frac{V_2}{N_2}$$

Caso Particular: Si bloqueo el rotor  $\Rightarrow \omega_m = 0 \Rightarrow g = 1 \Rightarrow$  el  
 (Rotor Bloqueado) circuito equivalente es el de un transformador trifásico clásico, con su secundario en c.c.

# MODELO "PASADO" AL ESTATOR O "VISTO" POR LA FUENTE (5)

Cuando la máquina opera alimentada por una fuente trifásica de  $f$  en su estator  $\Rightarrow$  "aparecen"  $\bar{V}_1, \bar{I}_1, \bar{V}_2, \bar{I}_2$  y  $g$ .

En el circuito rotórico  $\Rightarrow \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = R_2 + jL_2 g \omega_s$  (recuerdas  $x = L\omega$ )

Pero por las ec. generales  $\Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 g$  ;  $I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$

Entonces  $\frac{V_2}{I_2} = \frac{N_2/N_1 V_1 g}{N_1/N_2 I_1} \Rightarrow \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \left[ \frac{R_2 + jL_2 g \omega_s}{g} \right] \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$

Sea  $n = N_1/N_2$  relación de vueltas entre fases

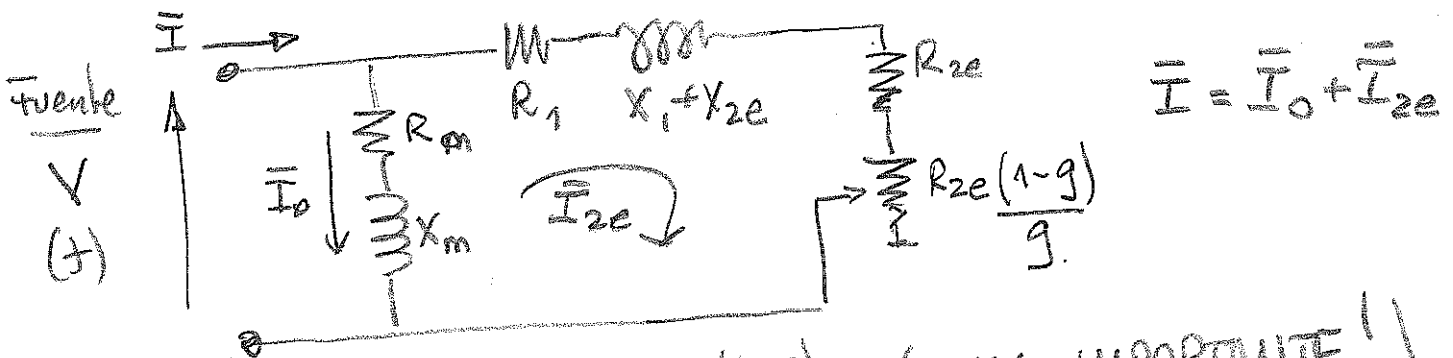
Resulta  $\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \frac{n^2 R_2}{g} + j \frac{n^2 L_2 \omega_s}{g} = \frac{R_{2e}}{g} + j X_{2e} = \frac{R_{2e}(1-g)}{g} + R_{2e} + j X_{2e}$

Notación  $R_{2e} = n^2 R_2 \rightarrow$  resistencia rotórica "pasada" al estator.

$X_{2e} = n^2 X_2 \rightarrow$  inductancia " " " " a la frecuencia del estator

$\bar{I}_1 = \bar{I}_{2e} \rightarrow$  corriente rotórica "pasada" al estator a la frecuencia del estator.

Entonces resulta.



INTERPRETACIÓN DE  $\frac{R_{2e}(1-g)}{g}$  (MUY IMPORTANTE!)

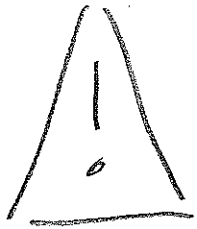
El balance de Potencia en la máquina (MOTOR)  $P_{ELEC\_TOT} - \text{perd}_{ELEC} \equiv P_{MEC\_TOT}$

Perd:

$$P_{ELEC\_TOT} = 3R_m I_0^2 + 3R_1 I_{2e}^2 + 3R_{2e} I_{2e}^2 + 3R_{2e} \frac{(1-g)}{g} I_{2e}^2$$

↓  
Perdidas electricas.

Entonces.



$$3 R_{2e} \frac{(1-g)}{g} I_{2e}^2 \equiv P_{MEC_{TOT}} = P_{MEC_{UTIL}} + \text{perd}_{MEC}$$

(fricción ventilación) 6

↓  
Potencia "en el eje"  
a velocidad  $(1-g)n_s$

## PAR MECÁNICO EN EL EJE (Total)

- Sabemos que  $P_{MEC_{TOT}} = C_M \omega_m$   $\omega_m$  velocidad mec. del rotor.

- Pero si  $\omega_s = 2\pi f$  teníamos que. (clase pasada).  
↑ frecuencia eléctrica del estator.  
 $\omega_m = \frac{\omega_s(1-g)}{p}$   
↑ p  
n/2 pares de polos  
o

Luego

$$C_M = 3 \frac{R_{2e} I_{2e}^2}{g} \frac{p}{2\pi f}$$

También como  $f = \frac{p n_s}{60}$  y  $\omega_{s_{MECÁNICA}} = \frac{2\pi n_s}{60}$

Resulta

$$C_M = 3 \frac{R_{2e} I_{2e}^2}{g} \frac{60}{2\pi n_s}$$

8.

$$C_M \omega_{s_{MECÁNICA}} = \frac{3 I_{2e}^2 R_{2e}}{g}$$

- op!

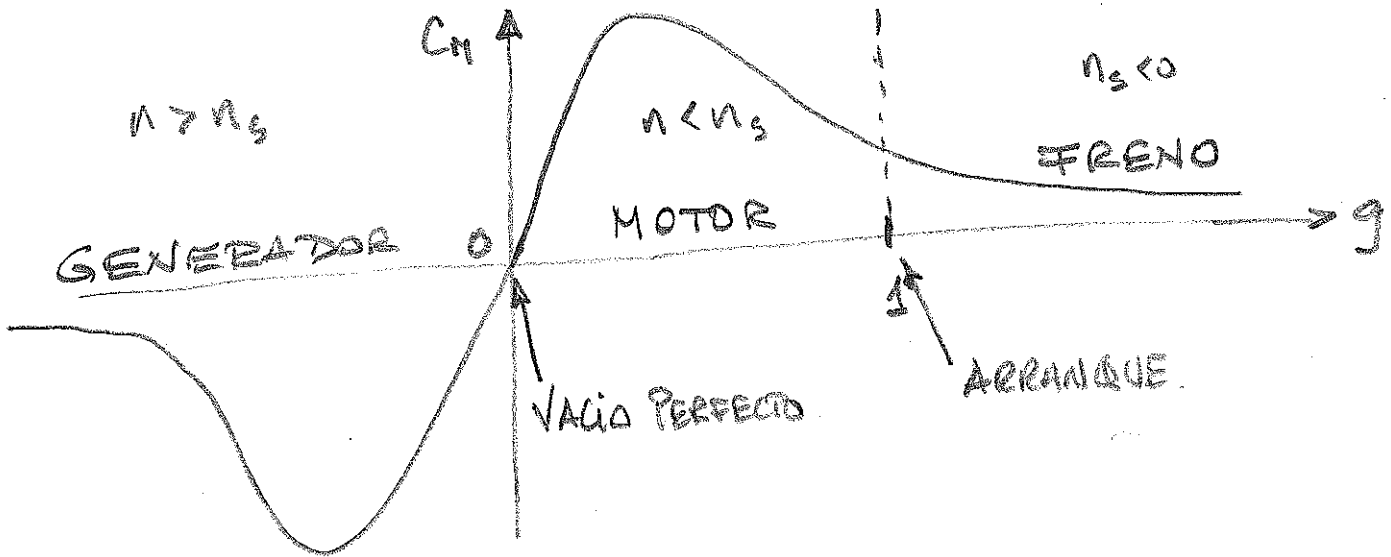
$$\omega_{s_{MECÁNICA}} = \frac{2\pi n_s}{60} = \frac{2\pi f}{p}$$

Como en general el dato es la tensión  $V$  de entrada. (7)  
se tiene.

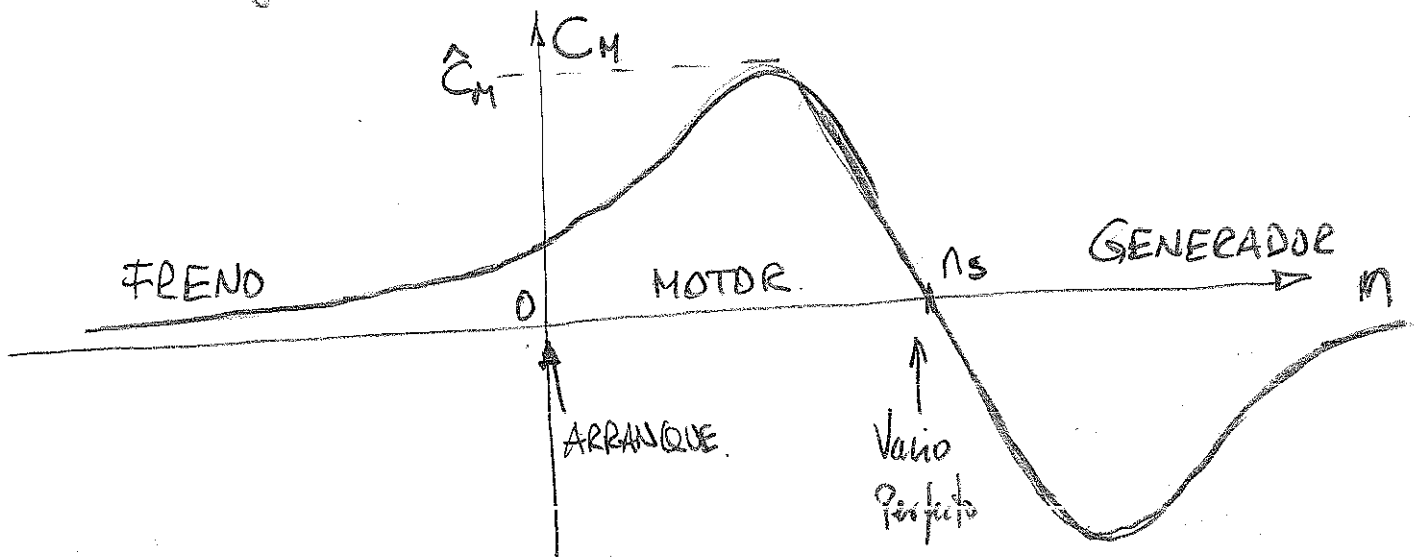
$$C_M \omega_{MECANICA} = 3 \frac{R_{2e}}{g} \frac{V^2}{(R_1 + \frac{R_{2e}}{g})^2 + (X_1 + X_{2e})^2}$$

$$\omega_{MEC} = \frac{2\pi N_s}{60} \quad \text{y} \quad N_s = \frac{60f}{p} \quad f \text{ frec. de la red en Hz}$$

Si estudio el andamiaje en  $[C_M, g]$ .



En el diagrama  $[C_M, n]$



Si calculo  $\hat{C}_M = \frac{3V^2}{2\omega_{MEC} (R_1 + \sqrt{R_{2e}^2 + (X_1 + X_{2e})^2})^2} \Rightarrow$  NO DEPENDE DE  $R_{2e}$ !  
(Ver ARRANQUES)

## EJERCICIOS: (MUY IMPORTANTE)

(8)

Me pregunto: Que magnitudes puedo variar "facilmente."  
desde "afuera" de la máquina.

⇒ El valor de  $V$ ,  $f$ ,  $p$ ,  $R_{ze}$ .

Analizar

Como se "mueve" la curva  $C_M$  en la zona motor  
cuando cambio una de las magnitudes anteriores.  
Una por vez. (en especial:  $V$  y luego  $f$ ).

## VALORES NOMINALES DE LA MÁQUINA

- \* Las Máquinas de Inducción se construyen bajo la IEC 60034.
- \* El fabricante construye la aislación de los bobinados para una tensión nominal  $V_N$  y la sección de los mismos para una corriente nominal  $I_N$ .  
Luego el motor tendrá una potencia mecánica nominal en su eje  $P_N$  que es la que se obtiene cuando a tensión nominal circula la corriente nominal por su estator. Este punto de funcionamiento define además la velocidad nominal de la máquina, y su factor de potencia nominal.

(Ver cttapa característica) -



# ANDAMIENTOS TÍPICOS DE $I, \eta, \text{abq}$ en $f(q)$

9

