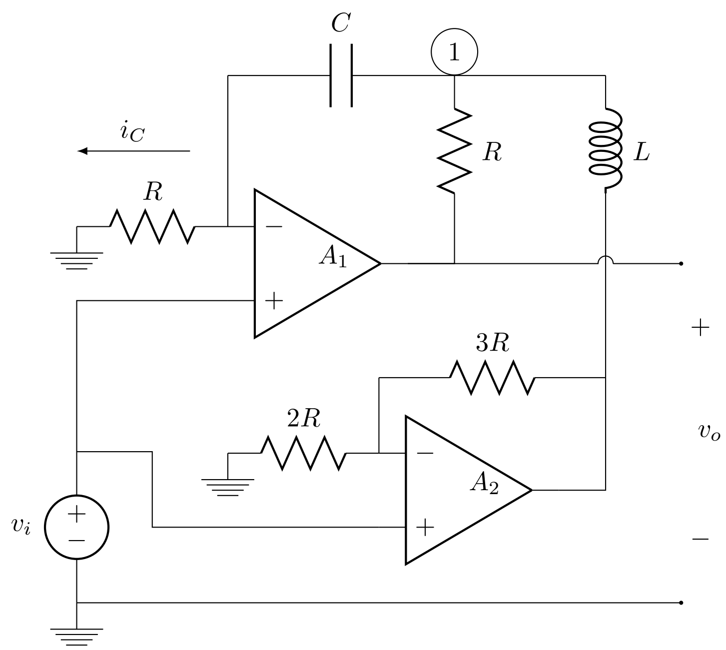

Figura 1: Circuito del ejercicio 2

Solución Ejercicio 2

1. Sea la figura 1

   Primero vemos que el voltaje en el punto 1 lo podemos sacar fácilmente en función de V_i.

   $$V_1 = V_i \left(1 + \frac{1}{RCs}\right)$$

   También observamos que el operacional A_2 funciona como un no inversor por lo que a la salida tenemos $V_2 = \frac{5}{2}V_i$

   Luego aplicamos nudo en ese punto:

   $$V_o = V_1 + R\left(\frac{V_i}{R} + \frac{V_1 - \frac{5}{2}V_i}{Ls}\right) = V_i\left[1 + \frac{1}{RCs} + 1 + R\frac{1 + \frac{1}{Cs} - \frac{5}{2}}{Ls}\right] \quad (1)$$

   $$= V_i \frac{2s + \frac{1}{RC} + \frac{1}{LCs} - \frac{3}{2}\frac{R}{L}}{s} \quad (2)$$

   Luego

   $$H(s) = 2\frac{s^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{R}{L} - \frac{1}{RC}\right)s + \frac{1}{2LC}}{s^2} \quad (3)$$

2. Primero identificamos el bloque de la parte anterior y abrimos a la salida ya que el bloque tiene impedancia de salida nula.

   Utilizamos las relaciones entre los parámetros para ver el valor de $H(s)$:

$$\frac{R}{L} = \frac{RC}{LC} = \frac{1}{\omega_0} \times 2\omega_0^2 = 2\omega_0 \tag{4}$$

$$H(s) = 2\frac{s^2 - \frac{1}{2}\left(3\omega_0 - \omega_0\right)s + \omega_0^2}{s^2} = 2\frac{s^2 - \omega_0 s + \omega_0^2}{s^2} \tag{5}$$

También identificamos el divisor dado por las resistencias R_1 y R_2 y la bobina L que es la entrada del seguidor conformado por el operacional A_3. La transferencia de este bloque queda:

$$H_1(s) = \frac{R_2 + Ls}{R_1 + R_2 + Ls} = \frac{\frac{R_2}{L} + s}{\frac{R_1+R_2}{L} + s} = \frac{\frac{\omega_0}{10} + s}{10\omega_0 + s} \tag{6}$$

Finalmente el operacional A_4 se comporta como un amplificador inversor de ganancia $-k$ al anular la entrada u.

La transferencia total queda:

$$G_{OL} = -kH_1(s)H(s) = -2k\frac{s^2 - \omega_0 s + \omega_0^2}{s^2}\frac{\frac{\omega_0}{10} + s}{10\omega_0 + s} \tag{7}$$

O sea $K' = 2k$.

3. Los diagramas de Bode los mostramos en la figura 2

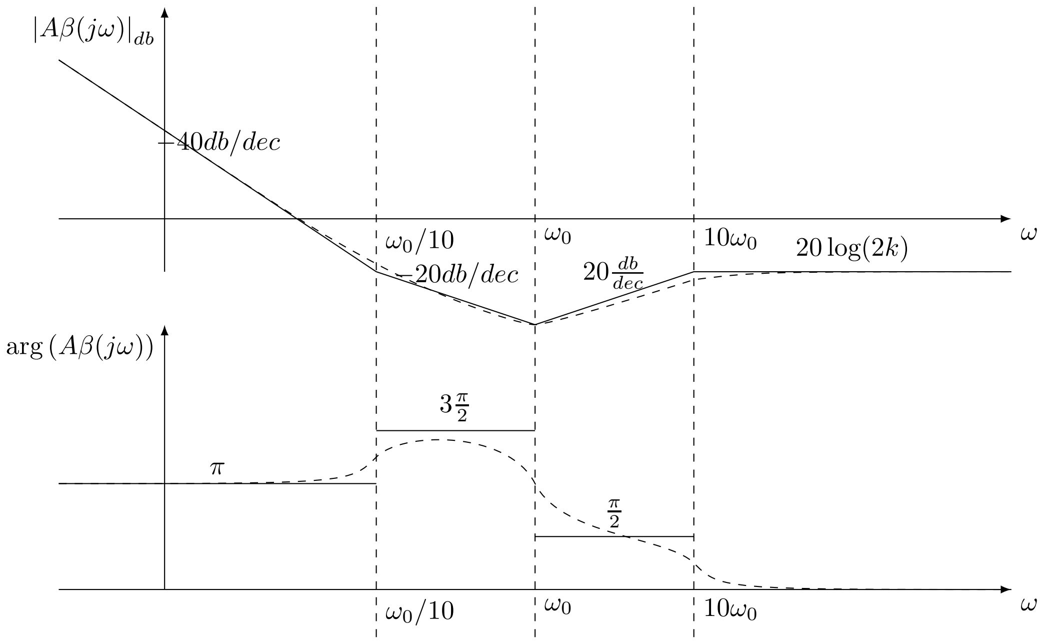

Figura 2: Diagramas asintóticos de Bode

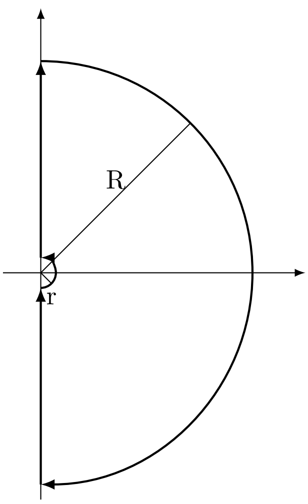

Figura 3: Curva
Γ

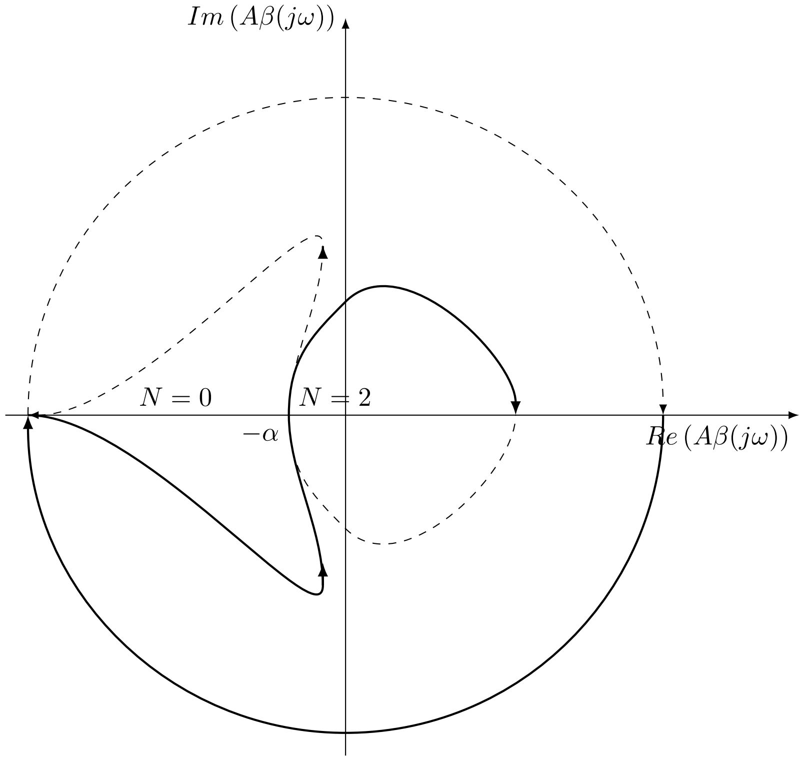

Figura 4: Diagrama de Nyquist

4. Para usar el criterio de Nyquist tenemos que usar una curva Γ como la de la figura 3 que esquive el polo en el origen.

   Mapeamos la curva que esquiva el origen.

   $$A\beta\left(re^{j\theta}\right) \xrightarrow{r\to 0} \frac{2k}{100}\frac{\omega_0^2}{r^2e^{2j\theta}} = \frac{2k}{100}\frac{\omega_0^2}{r^2}e^{-2j\theta}$$

   Como θ varía de 0 a $\frac{\pi}{2}$, el mapeo de la curva tiende a un arco de radio que tiende a ∞ cuyo argumento va de 0 a $-\pi$

   Luego del Bode sacamos el resto del mapeo y obtenemos la figura 4, el número de polos encerrados por Γ es nulo por lo que tenemos que hacer que el Nyquist no encierre al -1 para ello hallamos el punto de corte $-\alpha$ con el eje real negativo. Cómo los polos están a una década es fácil ver en el Diagrama de Bode de fase que la fase de $A\beta(j\omega_0)$ es aproximadamente π. Así que calculamos $-\alpha = A\beta(j\omega_0) \simeq \frac{-k}{5}$

   Para que el sistema sea estable entonces se debe cumplir que $\frac{k}{5} > 1$, es decir $\boxed{k > 5}$

   Haciendo cuentas se puede hallar α exactamente y da:

   $$\alpha = 2 \times k \times \frac{9{,}1}{89} = 0{,}20449k$$

   o sea que imponiendo $k > 5$ nos aseguramos la condición $\alpha > 1$