1 Para poder despreciar los efectos de los conductores en la conexión, se debe cumplir que la longitud de los mismos sea mucho menor que la longitud de onda de la señal que se propaga por los conductores. Matemáticamente:

$$l << \lambda = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{L_0 C_0}}.$$

2 Despreciando los efectos de los conductores, la transferencia resulta:

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}.$$

Como los polos de la transferencia se encuentran en $s_0 = -\frac{1}{RC} < 0$, el sistema es BIBO estable. Por lo tanto la salida en régimen resulta:

$$v_o(t) = |H(j\omega)|V\cos(\omega t + \langle H(j\omega)) = \frac{V}{\sqrt{(RC\omega)^2 + 1}}\cos(\omega t - \arctan(RC\omega)).$$

En fasores: $\frac{V_L}{V_i} = 1$, $\frac{V_o}{V_i} = H(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{(RC\omega)^2+1}}e^{-j\arctan(RC\omega)}$.

3 En régimen, el voltaje y la corriente a lo largo de la línea resulta:

$$v(t,x) = \mathbb{R}(V(x)e^{j\omega t}) \ , \ i(t,x) = \mathbb{R}(I(x)e^{j\omega t})$$

con:

$$V(x) = V_1 e^{-\gamma x} + V_2 e^{\gamma x} \ , \ I(x) = I_1 e^{-\gamma x} + I_2 e^{\gamma x} : \ V_1, V_2 \ , I_1 \ , I_2 \in \mathbb{C} \ ; \gamma = \sqrt{j\omega L_0 j\omega C_0} = j\omega\sqrt{L_0 C_0}.$$

Mediante las condiciones de borde del problema, es posible determinar los fasores V_1 y V_2:
$x = 0 : \ V(x = 0) = V_1 + V_2 = V$.
$x = l : \ I(x = l) = -jI_1 + jI_2 = -j(I_1 - I_2)$.
Como además $I_1 = \frac{V_1}{Z_0}$, $I_2 = -\frac{V_2}{Z_0}$ entonces: $I(l) = -\frac{j}{Z_0}(V_1 + V_2) = -\frac{j}{Z_0}V$
La tensión en bornes del filtro y a la salida del mismo resulta:

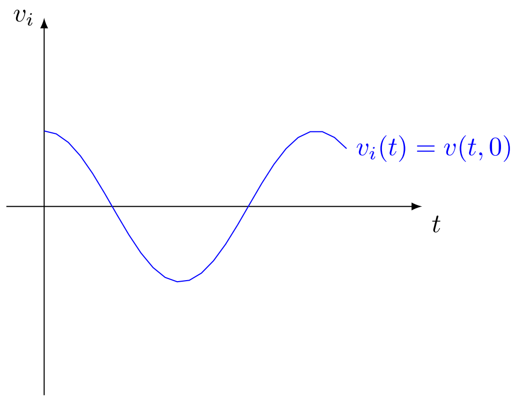
$$V_L = I(l)Z_L = -j\frac{Z_L}{Z_0}V \ , \ V_o = \frac{1}{j\omega C}I(l) = \frac{1}{j\omega C}(-\frac{j}{Z_0})V.$$

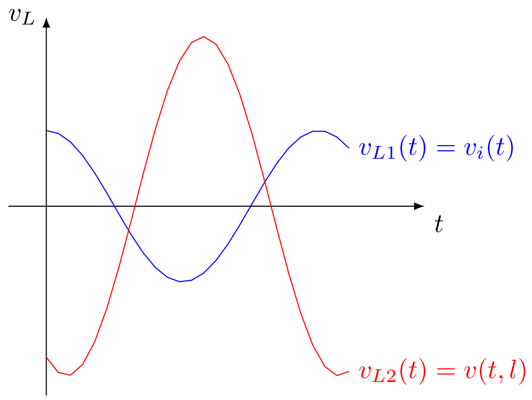
Como la impedancia característica de la línea vale $Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ entonces se cumple que: $Z_L = R + \frac{1}{j\omega C} = Z_0 - 2jZ_0$ y por lo tanto:

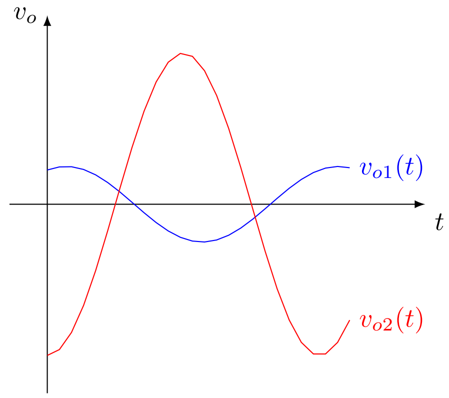
$$V_L = -j(1-2j)V \ , \ V_o = -2V.$$

Entonces:

$$\frac{V_L}{V_i} = -j(1-2j) = \sqrt{5}e^{j(\pi + \arctan 1/2)} \ , \ \frac{V_o}{V_i} = -2.$$




v_L
t
$v_{L1}(t) = v_i(t)$
$v_{L2}(t) = v(t, l)$


v_o
t
$v_{o1}(t)$
$v_{o2}(t)$