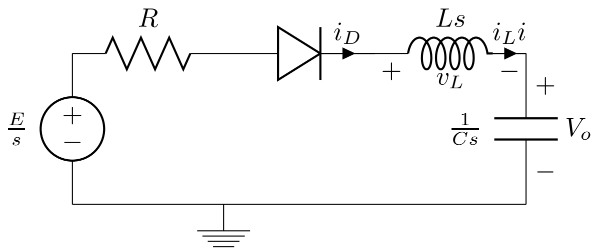

Figura 1:

Ejercicio 3

1. *a*) Determine $v_o(t)$, en el intervalo $t \in [0, T)$, exprese su resultado en función de E, R y τ Suponemos que el diodo está encendido. El circuito en Laplace queda como en la figura 1

   Nos queda un divisor de tensión por lo que en Laplace obtenemos:

$$V_o(s) = V_i(s)\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs}+R+Ls} = \frac{E}{s}\frac{1}{LC}\frac{1}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}$$
$$\boxed{LC = \frac{\tau R}{3}\frac{3\tau}{2R} = \frac{\tau^2}{2},\ \frac{R}{L} = \frac{3}{\tau}}$$
$$= \frac{E}{s}\frac{2}{\tau^2}\frac{1}{s^2+\frac{3}{\tau}s+\frac{2}{\tau^2}} = \frac{2\,E}{s\left(\frac{1}{\tau}+s\right)\left(\frac{2}{\tau}+s\right)\tau^2}$$
$$= \frac{E}{s+\frac{2}{\tau}} - \frac{2\,E}{s+\frac{1}{\tau}} + \frac{E}{s}$$

   Antitransformando:

$$\boxed{v_o(t) = E\left(1-2e^{\frac{-t}{\tau}}+e^{\frac{-2t}{\tau}}\right) \quad , \quad t \in [0, T)}$$

   Falta verificar la corriente por el diodo.

$$I(s) = \frac{3\,\tau\,E}{\left(s^2\,\tau^2+3\,s\,\tau+2\right)\,R} = \frac{3\,\tau\,E}{\left(s\,\tau+1\right)\,R} - \frac{3\,\tau\,E}{\left(s\,\tau+2\right)\,R}$$

   Pasando al tiempo:

$$i(t) = \frac{3\,e^{-\frac{t}{\tau}}\,E}{R} - \frac{3\,e^{-\frac{2\,t}{\tau}}\,E}{R} = \frac{3E}{R}e^{\frac{-t}{\tau}}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right) \geq 0 \qquad \forall t \in [0, T)$$

   b) $\boxed{v_o(0^+) = 0}$, cómo era de esperarse por la continuidad de la carga en el capacitor.

   c) La energía que entrega la fuente es la que entrega entre 0 y T.

$$E_{fuente} = \int_0^T E.i(t)dt = E\int_0^T i(t)dt = E \cdot C\left(v_C(T) - v_C(0)\right) = \frac{C \cdot E^2}{4} = \frac{3E^2\tau}{8R}$$

2. *a*) Escribimos el circuito en Laplace para este intervalo en la figura 2, asumimos que el diodo conduce inicialmente ya que la bobina intentará mantener la corriente anterior que era positiva. Primero calculamos los datos previos

$$i_1 = i(T) = \frac{3\,E}{4\,R}$$

$$v_1 = v_o(T) = \frac{E}{4}$$

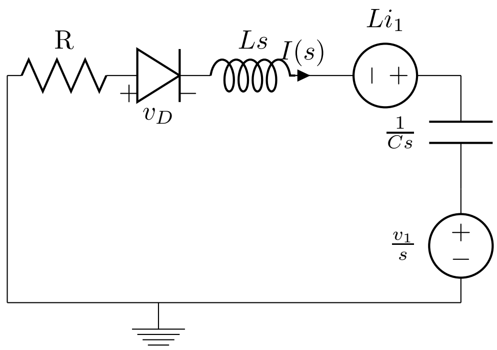

Figura 2: Circuito en Laplace del tramo 2

$$I(s) = \frac{3}{4}\frac{\left(s\,\tau^2 - \tau\right)\,E}{\left(s^2\,\tau^2 + 3\,s\,\tau + 2\right)\,R} = \frac{3E}{2R}\left(\frac{3}{2\,\left(s + \frac{2}{\tau}\right)} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}\right)$$

Antitransformando:

$$i(t') = \frac{3E}{2R}\left(\frac{3}{2}e^{-\frac{2\,t'}{\tau}} - e^{-\frac{t'}{\tau}}\right) = \frac{3E}{2R}e^{-\frac{t'}{\tau}}\left(\frac{3}{2}e^{\frac{-t'}{\tau}} - 1\right)$$

Donde $t' = t - T$ El diodo conduce mientras $i(t') > 0$. Es decir hasta el instante $t' = t_2'$ en el cual:

$$\frac{3}{2}e^{-\frac{t_2'}{\tau}} = 1 \iff t_2' = \tau \ln\left(\frac{3}{2}\right) = \tau\ln(3) - T$$

Calculamos el voltaje en el condensador mientras $t' < t_2'$

$$V(s) = \frac{v_1}{s} + \frac{1}{Cs}I(s) = \frac{E}{4\,s} + \frac{\left(s\,\tau - 1\right)E}{2s\,\left(s^2\,\tau^2 + 3\,s\,\tau + 2\right)}$$
$$= E\left(\frac{1}{s + \frac{1}{\tau}} - \frac{3}{4\left(s + \frac{2}{\tau}\right)}\right)$$

Antitransformando:

$$v(t') = Ee^{-\frac{t'}{\tau}}\left(1 - \frac{3}{4}e^{-\frac{t'}{\tau}}\right) \quad , \qquad t' \in [0, t_2')$$

Luego de $t_2 = t_2' + T = \tau \ln(3)$ el diodo conmuta, cómo la corriente se anula el voltaje en bornes del diodo será $v_D = -v_o$ el cual a su vez será constante e igual a $v_o(t_2) = \dfrac{E}{3}$

b) El valor final será precisamente $\dfrac{E}{3}$

c) La energía consumida por la resistencia será la energía entregada por la fuente menos la energía almacenada al final en la bobina y el condensador, al final por la bobina no circula corriente por lo que solo cuenta la energía del condensador $E_C = \dfrac{E^2}{9C} = \dfrac{2RE^2}{27\tau}$.

$$E_R = E_{fuente} - E_C = \frac{R.E}{\tau}\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{27}\right) = \frac{R.E}{\tau}\frac{5}{54}$$

3. A continuación graficamos v_o con los datos previamente obtenidos