

Topografía Planimétrica

Métodos de relevamiento topográfico (Planimetría)
Poligonación

Docentes del curso: Gracia Micaela; Mamrut Alberto;
Martinez Magali; Wainstein Martin.



FACULTAD DE
INGENIERÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

Fecha 1er Semestre 2025 – Martin Wainstein

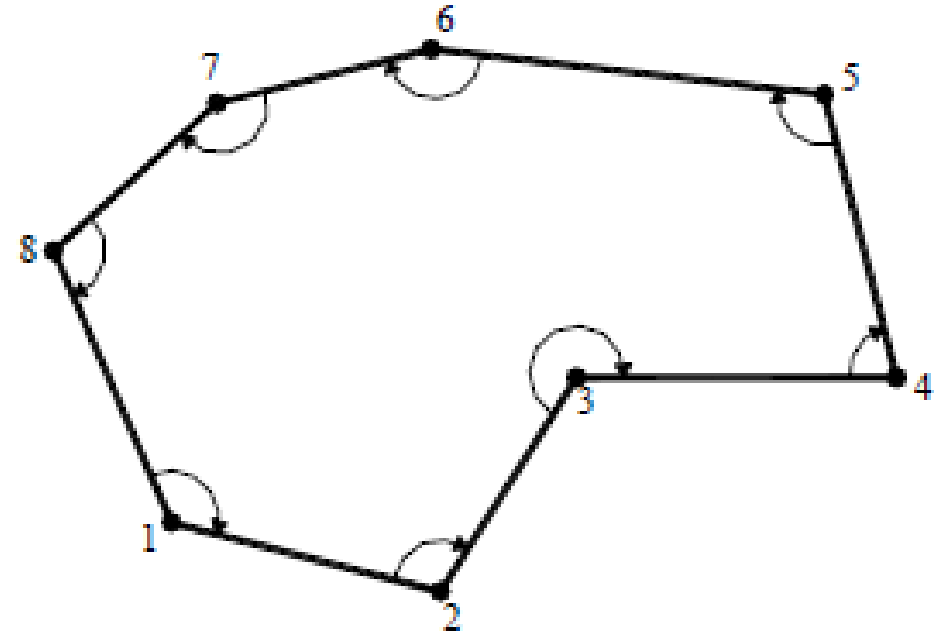
Poligonación

Consiste este método en unir puntos (vértices) intervisibles respecto a sus adyacentes, mediante tramos rectos conformando una figura geométrica abierta o cerrada, midiéndose los ángulos que forman los lados consecutivos y las longitudes de éstos.-

Se emplea generalmente en levantamientos o replanteos de gran extensión y suele servir además, en muchos casos como apoyo para el empleo de otros métodos planimétricos (radiación, abscisas y ordenadas, etc.).

CLASIFICACION:

- Poligonal Cerrada
- Poligonal Enmarcada
- Poligonal Abierta

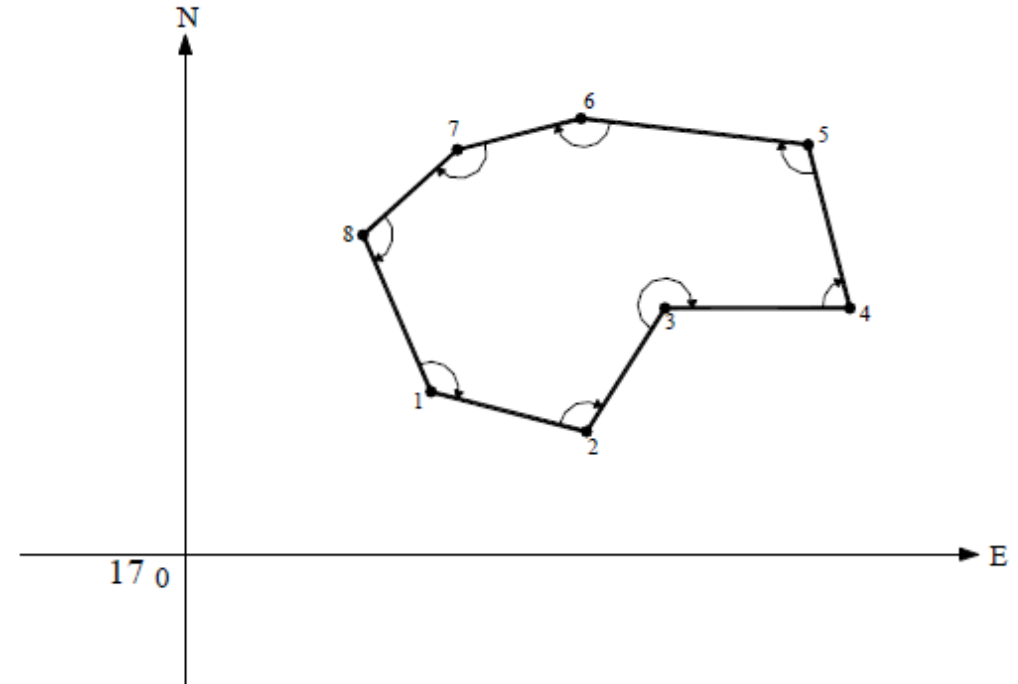


Poligonación

POLIGONAL CERRADA

Cuando se parte de un punto y se llega al mismo punto, de coordenadas previamente conocidas o no, es el caso de una **poligonal cerrada**.

La gran ventaja de la poligonal cerrada, es que se puede tener un control de cierre angular y lineal, el cual permite realizar un ajuste en caso de ser necesario.

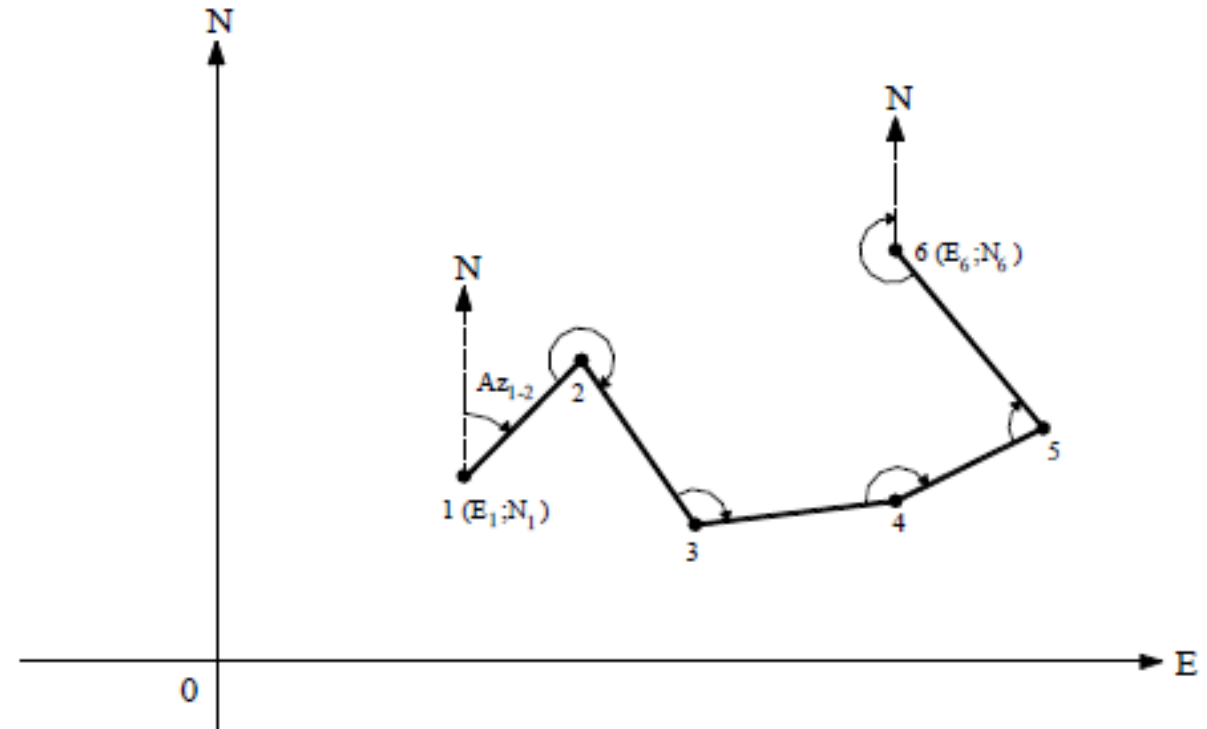


Poligonación

POLIGONAL ENMARCADA

Cuando se parte de un punto y se llega a otro punto, ambos con coordenadas conocidas estamos frente a una **poligonal enmarcada**.

Al conocer las coordenadas de los puntos de inicio y fin podemos tener un control de cierre angular y lineal como cuando realizamos una poligonal cerrada

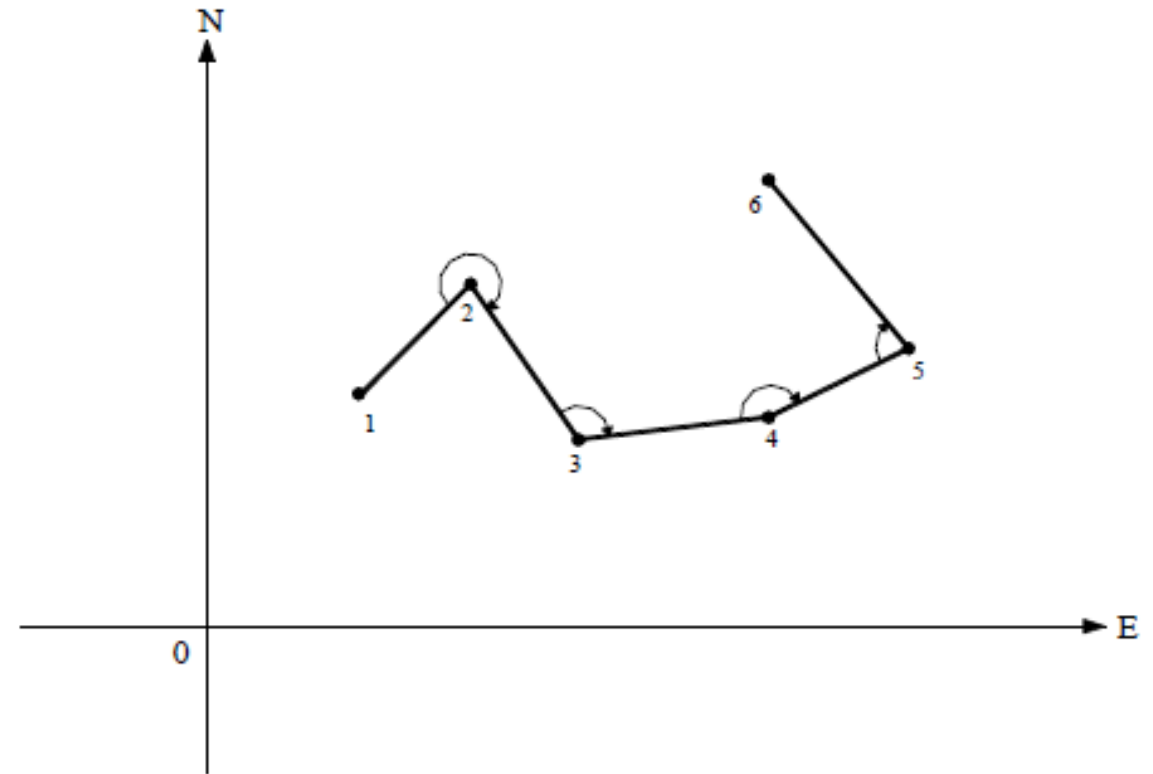


Poligonación

POLIGONAL ABIERTA

Cuando se parte de un punto y se llega a otro punto, distinto del inicial, ambos de coordenadas previamente desconocidas (puede ser un punto con coordenadas conocidas), se le denomina **poligonal abierta**.

Es muy utilizada a pesar de la falta de control. Por lo que el cuidado y manejo del instrumental para minimizar errores juega un papel importante.



Poligonación

La solución de una poligonal consiste en el cálculo de las coordenadas de cada uno de los vértices o estaciones.

En los casos de una poligonal cerrada o enmarcada se realizan las siguientes operaciones:

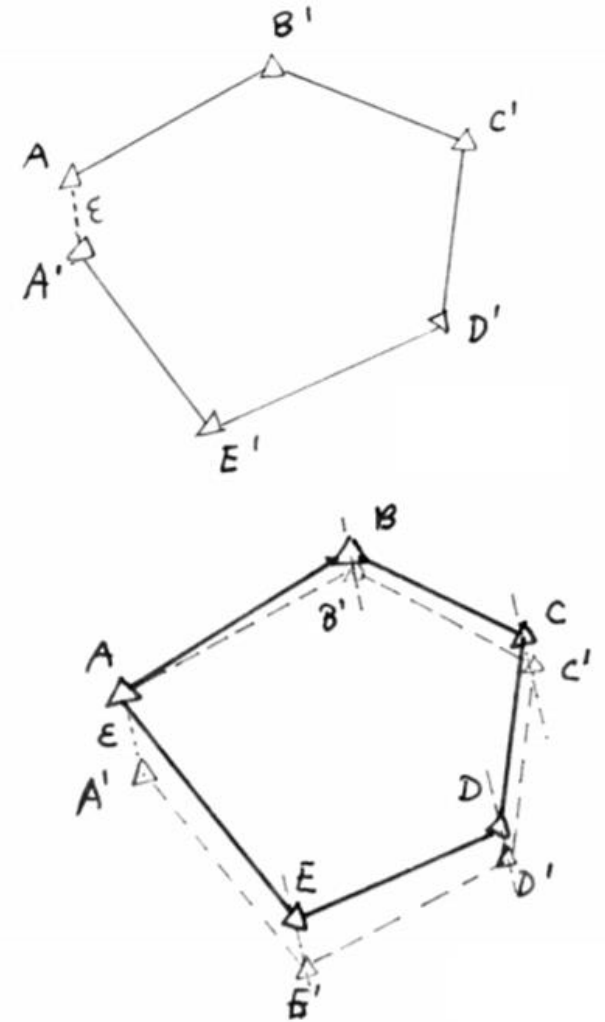
- 1 – Cálculo y compensación del error de cierre angular.-
- 2 – Cálculo de acimuts o rumbos entre alineaciones (Ley de propagación de los acimuts).-
- 3 – Cálculo de las proyecciones de los lados.-
- 4 – Cálculo del error de cierre lineal.-
- 5 – Compensación del error lineal.-
- 6 – Cálculo de las coordenadas de los vértices.-

En las poligonales abiertas, solamente se realizan las operaciones 2, 3 y 6 ya que no existe control angular ni lineal.

Poligonación – Vector de Cierre

A lo largo del recorrido, se van acumulando los errores propios cometidos en las medidas de los ángulos y las distancias, por lo que, al efectuar el cálculo, no se llegará exactamente al punto considerado, o al punto de partida en el caso de una poligonal cerrada. A esta discrepancia se la denomina **vector de cierre**.

Su magnitud es un indicador de la calidad del trabajo, y es el que nos permitirá establecer si se cumple con las exigencias (precisiones) requeridas. De ser así, el siguiente paso será **compensar** la poligonal, de manera que el punto de llegada coincida exactamente con el punto indicado.



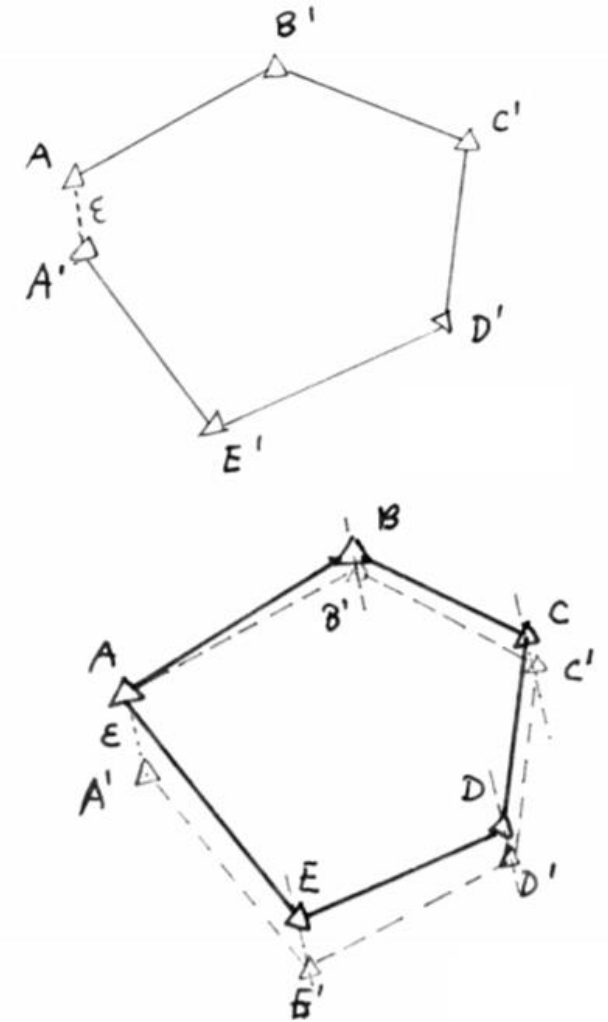
Poligonación – Vector de Cierre

Supongamos ahora que procedemos a efectuar el calculo de la poligonal partiendo del vértice A con una orientación y coordenadas rectangulares arbitrarias, con los datos obtenidos en campo, sin ninguna corrección previa. Luego de calculados todos los vértices deberíamos llegar exactamente al punto de partida, pero debido a los errores inherentes en las medidas, eso no será así, obteniéndose un **vector de cierre**.

Si repetimos el procedimiento pero partiendo desde los otros puntos, llegaremos a coordenadas también distintas

Esto se debe a que para el cálculo de los vértices de la poligonal intervienen todos los datos de campo **menos el ángulo en el vértice de partida**.

En la práctica, para obtener los vectores de cierre es necesario calcular (recorrer) la poligonal dos veces empleando los datos “crudos” obtenidos en el campo.



1 - Cálculo y compensación del error de cierre angular

Luego de medidos todos los elementos de una poligonal cerrada (ángulos y distancias), estamos en condiciones de efectuar un primer control que es el “**cierre**” angular: la suma de todos los ángulos internos de la poligonal debe cumplir con la regla geométrica:

$$\Sigma a = 180^\circ * (n - 2)$$

donde **n** es la cantidad de vértices.

La medición de los ángulos de una poligonal estará afectada por los inevitables errores instrumentales y operacionales, por lo que el error angular vendrá dado por la diferencia entre el valor medido y el valor teórico.

$$\text{Error angular} = \Sigma a - 180^\circ * (n - 2)$$

Se debe verificar que el error angular sea menor que la tolerancia angular, generalmente especificada por las normas y términos de referencia dependiendo del trabajo a realizar y la apreciación del instrumento a utilizar, recomendándose los siguientes valores.

Poligonales principales $T_a = a * \text{raíz}(n)$

Poligonales secundarias $T_a = a * \text{raíz}(n + a)$

en donde

T_a = tolerancia angular

a = apreciación del instrumento.

1 - Cálculo y compensación del error de cierre angular

Si el error angular es mayor que la tolerancia permitida, se debe proceder a medir de nuevo los ángulos de la poligonal.

Si el error angular es menor que la tolerancia angular, se procede a la corrección de los ángulos, repartiendo por igual el error entre todos los ángulos, asumiendo que el error es independiente de la magnitud del ángulo medido.

$$Ca = -\frac{Ea}{n}$$

Siendo:

Ca = Compensación angular

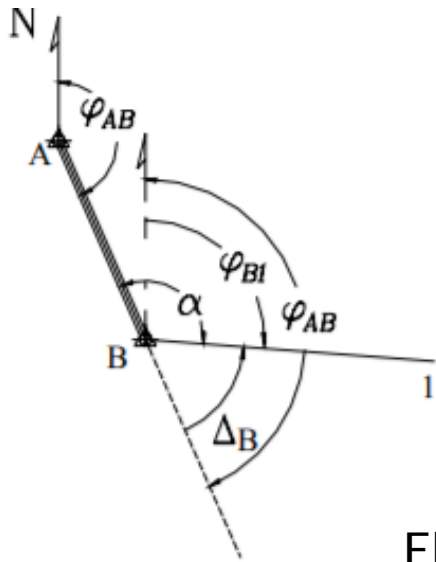
Ea = Error Angular

n = Cantidad de vértices

La compensación también se puede realizar en forma arbitraria o por mínimos cuadrados.

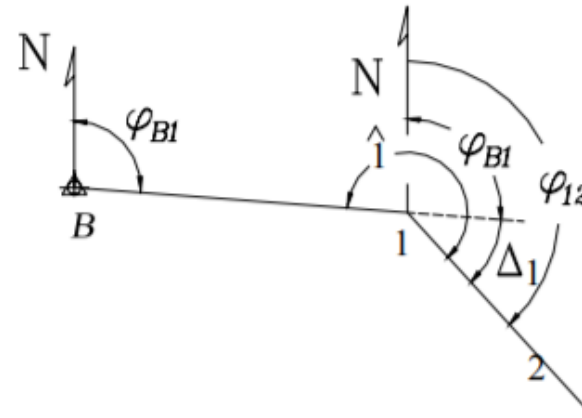
2 - Cálculo de acimuts o rumbos entre alineaciones (Ley de propagación de los acimuts)

Los acimuts de los de lados una poligonal se pueden calcular a partir de un acimut conocido y de los ángulos medidos, aplicando la ley de propagación de los acimuts.



El acimut φ_{B1} será:

- $\varphi_{B1} = \varphi_{AB} - \Delta B$
- siendo $\Delta B = 180^\circ - \alpha$
- $\varphi_{B1} = \varphi_{AB} + \alpha - 180^\circ$



El acimut φ_{12} será:

- $\varphi_{12} = \varphi_{B1} + \Delta 1$
- siendo $\Delta 1 = \angle 1 - 180^\circ$
- $\varphi_{12} = \varphi_{B1} + \angle 1 - 180^\circ$

2 - Cálculo de acimuts o rumbos entre alineaciones (Ley de propagación de los acimuts)

Si aplicamos el mismo procedimiento sobre cada uno de los vértices restantes, podremos generalizar el cálculo de los acimuts según la siguiente ecuación:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \widehat{Vert} \mp 180^\circ$$

En donde:

φ_i = Acimut del lado

φ_{i-1} = Acimut anterior

si $(\varphi_{i-1} + \widehat{Vert}) < 180^\circ \Rightarrow$ se suma 180°

si $(\varphi_{i-1} + \widehat{Vert}) \geq 180^\circ \Rightarrow$ se resta 180°

si $(\varphi_{i-1} + \widehat{Vert}) \geq 540^\circ \Rightarrow$ se resta 540° ya que ningún acimut puede ser mayor a 360°

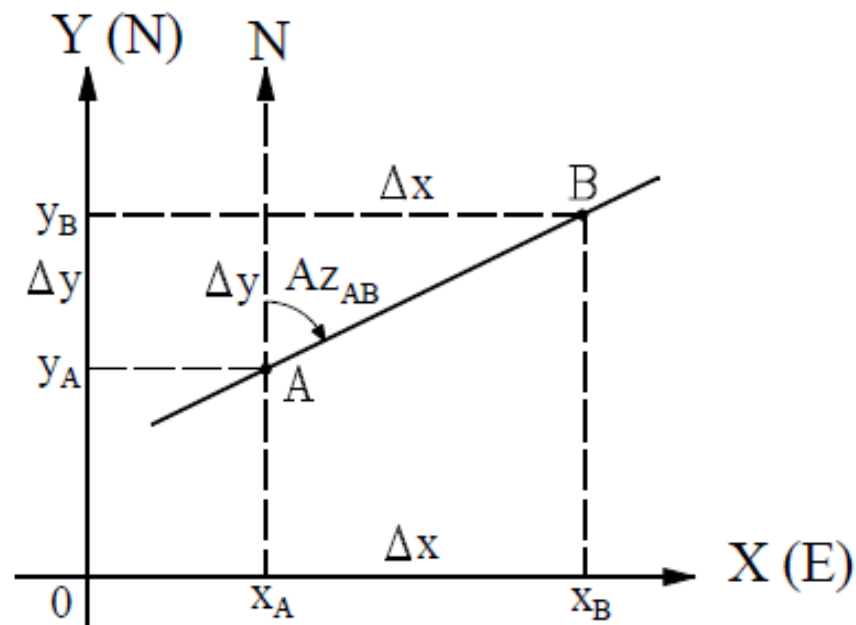
3 - Cálculo de las proyecciones de los lados

Partiendo del vértice A, con el acimut del lado A-B y la longitud del mismo calculamos las proyecciones de éste sobre los ejes **E** y **N** (X e Y), de acuerdo a las expresiones dadas a continuación:

$$Az_{AB} = \text{Arc tg} \left(\frac{\Delta x}{\Delta y} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{AB} &= D_{AB} * \text{sen } Az_{AB} \\ \Delta y_{AB} &= D_{AB} * \text{cos } Az_{AB} \end{aligned} \right\} \text{PROYECCIONES}$$

$$\begin{cases} x_B = x_A + \Delta x_{AB} = x_A + D_{AB} * \text{sen } Az_{AB} \\ y_B = y_A + \Delta y_{AB} = y_A + D_{AB} * \text{cos } Az_{AB} \end{cases}$$



$$Az_{23} = Az_{12} + \alpha_2 \pm 180^\circ$$

4 - Cálculo del error de cierre lineal

En una poligonal cerrada la suma de las proyecciones sobre el eje X y en el eje Y deben ser igual a cero. Pero debido a los inevitables errores instrumentales y operacionales presentes en la medición de distancias, la condición lineal mencionada nunca se cumple, obteniéndose de esta manera el **error de cierre lineal**.

Si hacemos la suma de las proyecciones a lo largo de ambos ejes obtendremos:

$$\varepsilon_{\Delta X} = \sum \Delta X_i ; \quad \varepsilon_{\Delta Y} = \sum \Delta Y_i \quad \text{Siendo el error lineal: } \varepsilon L = \sqrt{\varepsilon_{\Delta X}^2 + \varepsilon_{\Delta Y}^2}$$

Una vez calculado el error lineal, se debe verificar que éste sea menor a la tolerancia lineal, La cual en algunos casos, se relaciona con la precisión obtenida en el levantamiento definido por la siguiente ecuación.

$$P = \frac{\varepsilon L}{\sum l_i} \quad \text{siendo } P \text{ la precisión de la poligonal y } \sum l_i \text{ la suma de los lados de la poligonal}$$

El error relativo n, generalmente expresado en términos 1:n, viene dado por el inverso de P. ($n = 1/P$)
Tomando valores de (1.000, 2.000, 10.000, etc.).

Si el error lineal es mayor que la tolerancia lineal, es necesario comprobar en campo las distancias; en caso de verificarse que el error lineal sea menor que la tolerancia, se procede a la corrección lineal siguiendo un método de compensación adecuado

5 - Compensación del error lineal

Si todos los vectores de cierre cumplen lo anterior, podremos continuar con el cálculo de la poligonal. Lo contrario nos está indicando que se ha cometido alguna falta o equivocación, por lo cual deberán revisarse las medidas efectuadas. El siguiente paso será ajustar la poligonal de modo que sea una figura geométrica cerrada, o sea, lograr que las sumatorias de las proyecciones de los lados sobre ambos ejes coordenados sea 0.

Para ello tomamos por ej. el menor vector de cierre (que llamaremos C- C') pues introduciremos con éste menores deformaciones al efectuar el cierre de la figura.

Trabajaremos entonces con la porción de la planilla comprendida entre los puntos C y B' y consideraremos la sumatoria de las proyecciones en ese tramo.

Corrección en función de los lados:

$$correc.\Delta x_i = -\frac{\sum \Delta x_i}{\sum l_i} * l_i$$

$$correc.\Delta y_i = -\frac{\sum \Delta y_i}{\sum l_i} * l_i$$

El signo negativo es debido a que la corrección es de signo contrario al error

Corrección en función de las proyecciones

$$correc.\Delta x_i = -\frac{\sum \Delta x_i}{\sum |\Delta x_i|} * |\Delta x_i|$$

$$correc.\Delta y_i = -\frac{\sum \Delta y_i}{\sum |\Delta y_i|} * |\Delta y_i|$$

6 - Cálculo de las coordenadas de los vértices

Una vez corregidas las proyecciones, procedemos a calcular las coordenadas de los vértices, partiendo de aquel cuyas coordenadas sean previamente conocidas, o en su defecto deberá definirse un sistema de referencia arbitrario, asignándole coordenadas a uno de ellos y fijando una orientación.-

Luego de obtenidas las coordenadas de los vértices debemos recalcular las longitudes de los lados y sus acimuts respectivos, valores que serán los definitivos

Equivocaciones

En caso de que alguno de los vectores de cierre no cumpla con las tolerancias establecidas (basta con que uno sólo de ellos no cumpla) deberán revisarse las medidas obtenidas en el campo.

Para evitar medir nuevamente todos los elementos de la poligonal **H. Lafosse**, ingeniero topógrafo francés, elaboró procedimientos gráficos que permiten determinar en ciertos casos, dónde se han cometido faltas groseras:

1. Falta en 1 lado
2. Falta en 1 ángulo
3. Faltas en 2 ángulos

Lafosse sugiere dibujar la poligonal a una determinada escala (1:1.000; 1:5.000; 1:10.000 etc.) y los vectores de cierre a una escala mayor (1:10; 1:50; 1:100 etc.) a fin de obtener una representación observable de éstos.

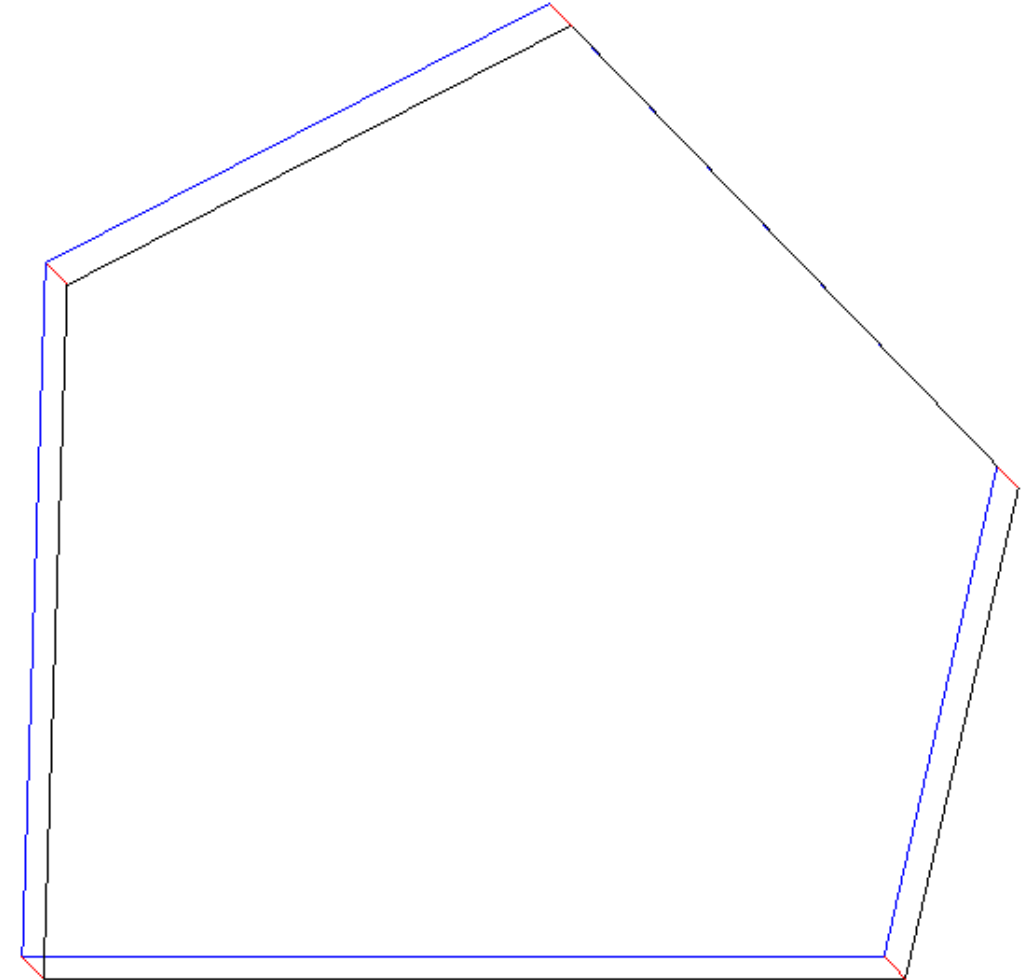
Equivocaciones – Falta en 1 lado

La equivocación o falta en un lado produce una traslación en la figura, por lo que los vectores de cierre presentarán la siguiente particularidad:

Tendrán todos aproximadamente la misma magnitud y el mismo acimut.

Para identificar el lado en cuestión solo bastará buscar aquel (o aquellos) cuyo acimut (o contra acimut) sea similar al de los vectores de cierre.

La magnitud de éstos nos indica además el monto de la falta cometida.



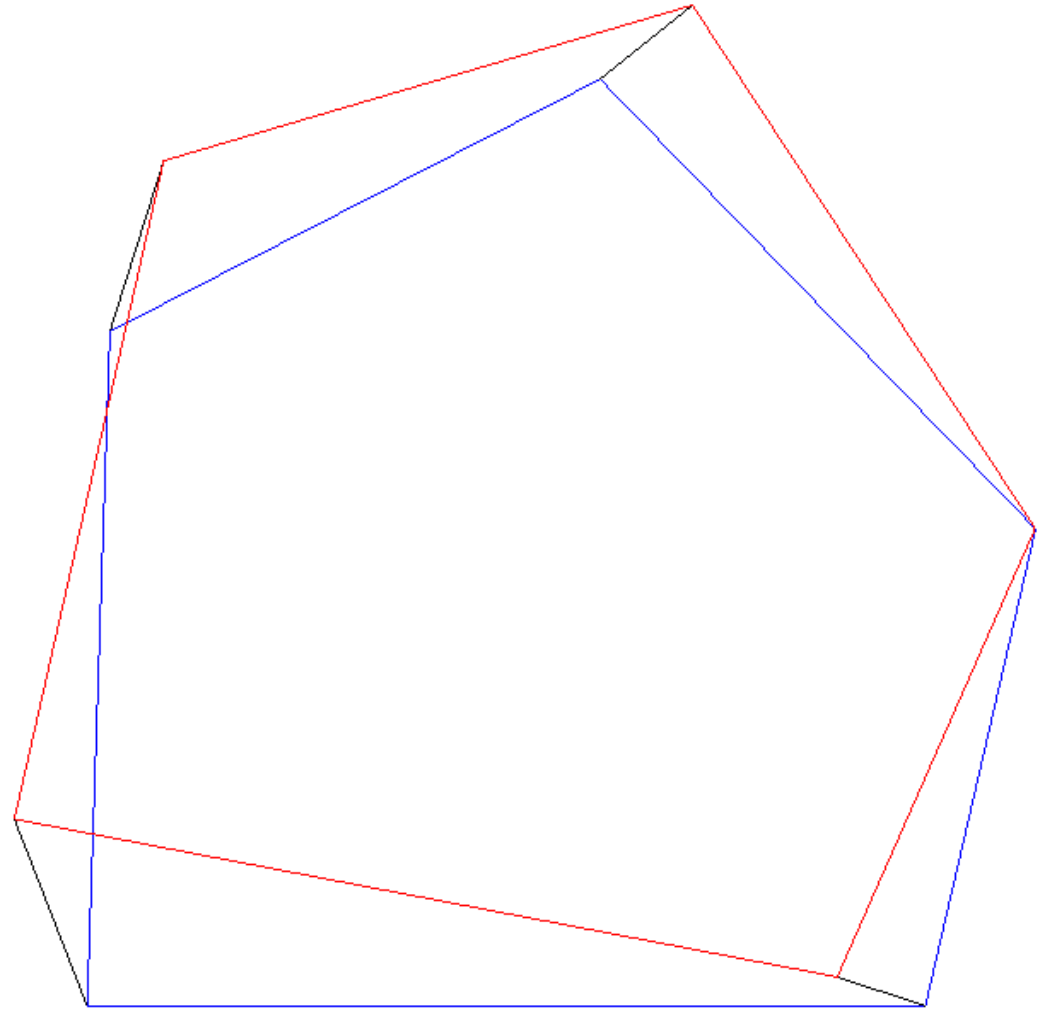
Equivocaciones – Falta en 1 ángulo

En este caso se produce una rotación de la figura, con centro en el vértice donde se comete la falta.

Si trazáramos en cada vértice una normal al vector de cierre, dichas normales concurrirían a aquel donde se cometió la equivocación.

La magnitud de los vectores de cierre aumentará a medida que nos alejemos de dicho vértice, siendo en este muy pequeño (producto sólo de la acumulación de los demás errores).

Esto nos permite identificar inmediatamente donde está el error, sin la necesidad de tener que medir nuevamente todos los ángulos.

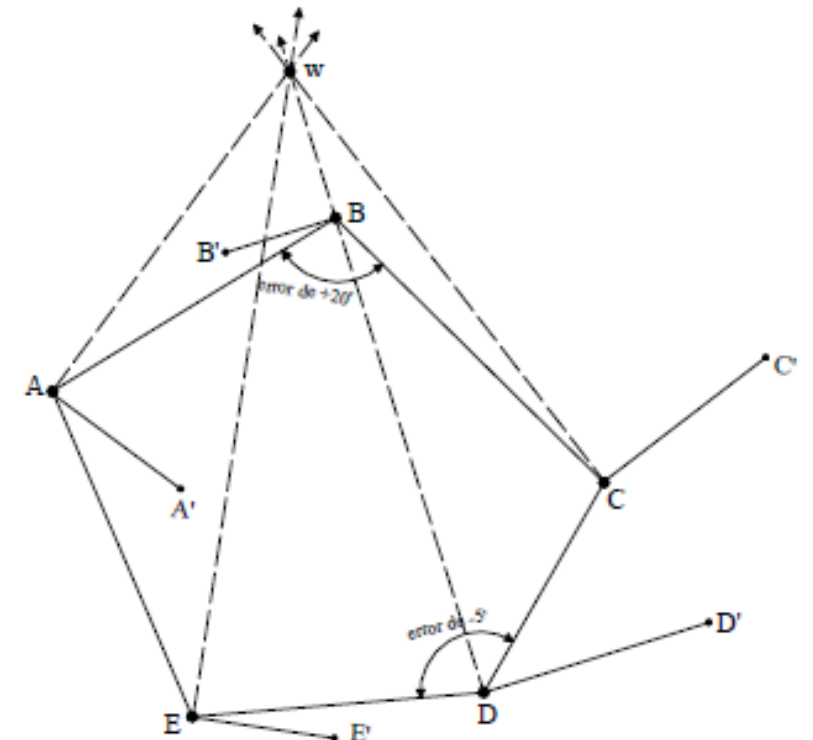
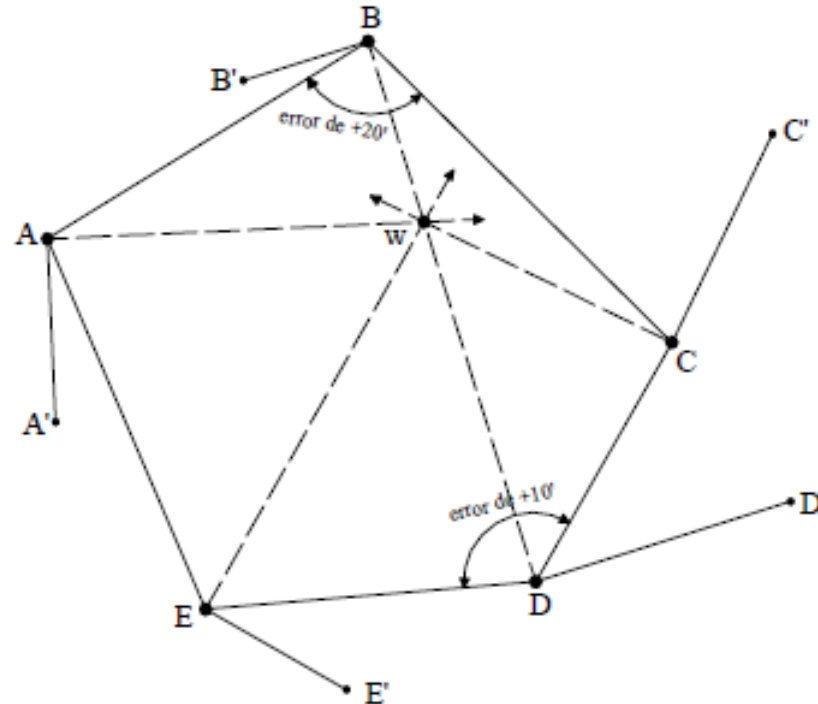


Equivocaciones – Falta en 2 ángulos

Los vectores de cierre en los vértices cuyos ángulos son erróneos, son paralelos entre sí, y normales a su vez a la recta que une dichos vértices, y su magnitud es proporcional a la falta cometida en el vértice opuesto.

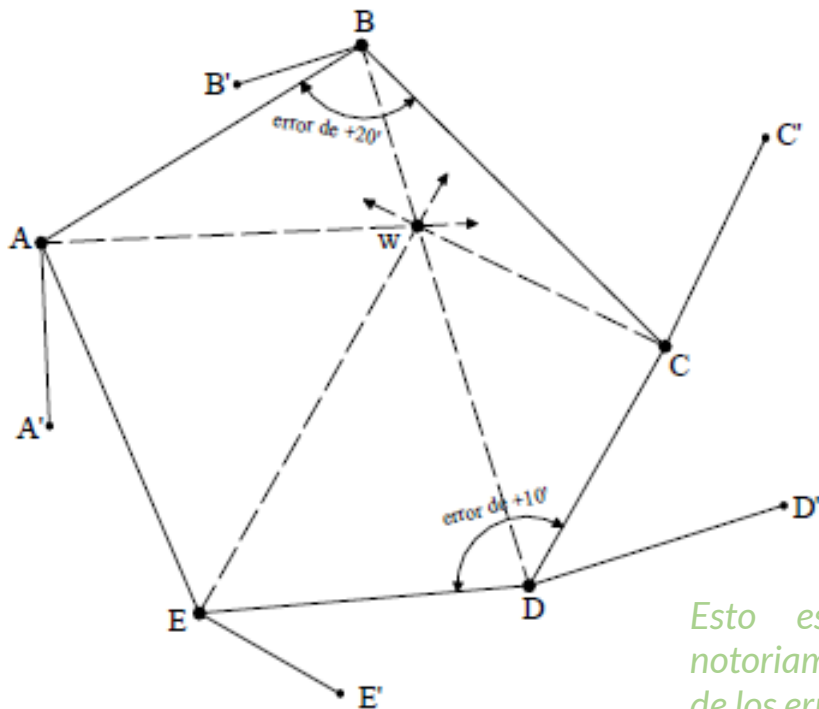
Pueden presentarse dos situaciones:

- Que las equivocaciones sean del mismo signo
- Que las equivocaciones sean de signo contrario.



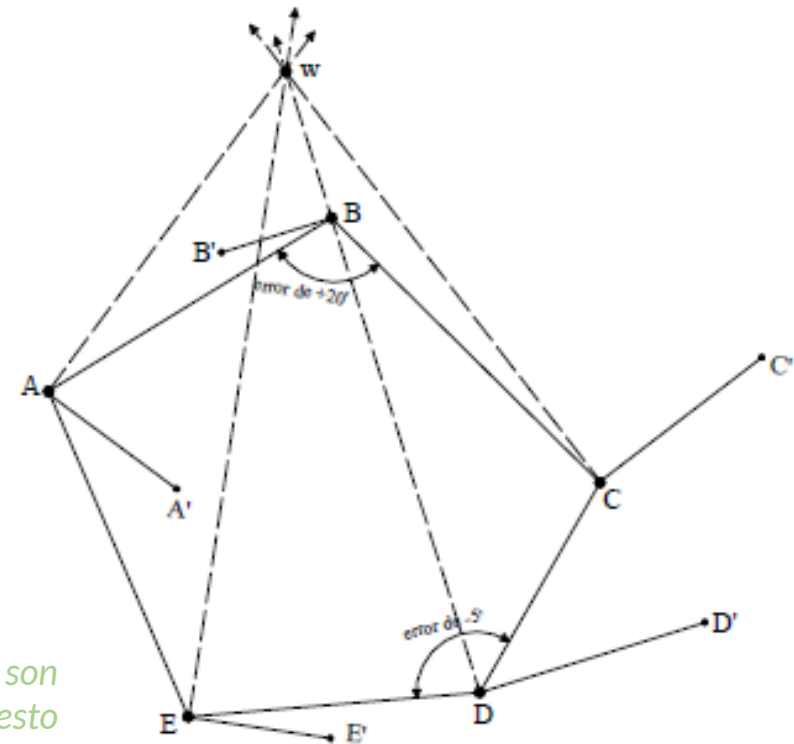
Equivocaciones – Falta en 2 ángulos

a) Tracemos nuevamente las normales a cada vector de cierre, éstas concurrirán en un punto w situado en el interior de la recta que une los vértices en falta.-
Dicho punto estará más cercano del vértice cuya falta es mayor.

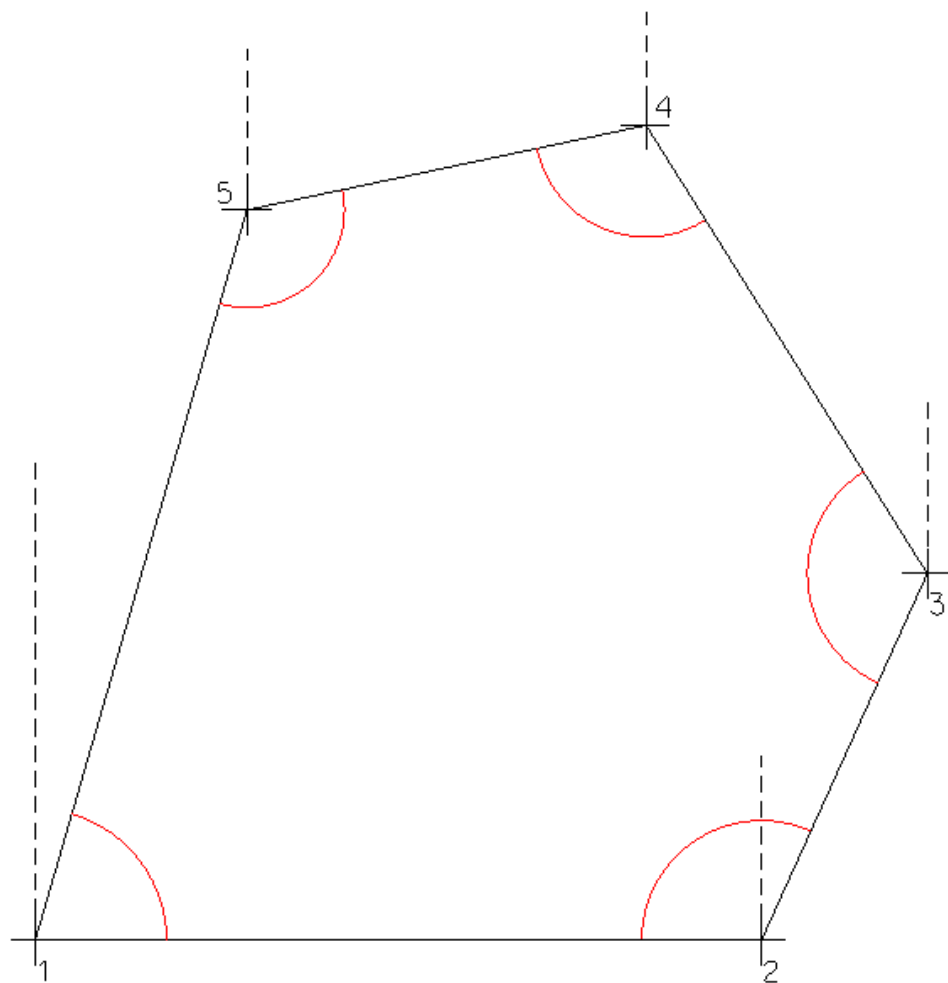


Esto es válido si las faltas son notoriamente superiores en valor, al resto de los errores accidentales.-

b) En este caso, el punto w estará situado en la prolongación de la línea que une los dos vértices, y como en el caso anterior, estará más cerca del vértice en que la falta es mayor.



Ejercicio práctico



Punto	Angulo	minuto	segundo	distancias
1	73	49	3	106.05
2	114	19	22	58.79
3	123	33	24	77.21
4	110	9	47	59.58
5	118	8	20	111.02

Ejercicio práctico

Datos de Campo y control angular

Datos de campo y control primario										
Punto	Angulo	minuto	segundo	Ang. Rad	distancias	Azimuts	Proyecciones		X	Y
							Seno	Coseno		
1	73	49	3	1.28835842	106.05	1.57079633	106.05	6.49635E-15	1000.00	1000.00
2	114	19	22	1.99530888	58.79	0.42451256	24.2142284	53.57177657	1106.05	1000.00
3	123	33	24	2.15647065	77.21	5.72257586	-41.052747	65.39155959	1130.26	1053.57
4	110	9	47	1.92270803	59.58	4.50369124	-58.2872065	-12.3441465	1089.21	1118.96
5	118	8	20	2.06191259	111.02	3.42401117	-30.9389608	-106.62186	1030.92	1106.62
sumatoria de angulos	539	59	56	sumatoria de distancias	412.65					

Ejercicio práctico

Cálculo de vectores de cierre

Calculo de vectores de cierre										
Punto	Angulo	minuto	segundo	Ang. Rad	distancias	Azimuts	Proyecciones		X	Y
							Seno	Coseno		
1	73	49	3	1.28835842	106.05	1.57079633	106.05	6.49635E-15	1000.00	1000.00
2	114	19	22	1.99530888	58.79	0.42451256	24.2142284	53.57177657	1106.05	1000.00
3	123	33	24	2.15647065	77.21	5.72257586	-41.052747	65.39155959	1130.26	1053.57
4	110	9	47	1.92270803	59.58	4.50369124	-58.2872065	-12.3441465	1089.21	1118.96
5	118	8	20	2.06191259	111.02	3.42401117	-30.9389608	-106.62186	1030.92	1106.62
1'	73	49	3	1.28835842	106.05	1.57077693	106.05	0.00205658	999.99	1000.00
2'	114	19	22	1.99530888	58.79	0.42449316	24.2131895	53.57224613	1106.04	1000.00
3'	123	33	24	2.15647065	77.21	5.72255646	-41.0540151	65.39076346	1130.25	1053.57
4'	110	9	47	1.92270803	59.58	4.50367184	-58.2869671	-12.3452769	1089.19	1118.96
5'	118	8	20	2.06191259	111.02	3.42399177	-30.9368931	-106.62246	1030.91	1106.62

Ejercicio práctico

Cálculo de vectores de cierre

	Vectores			Error Relativo		Tolerancia	0.0001		Ax/Dtotal	Ay/Dtotal
	Ax	Ay	Modulo			Err-Tol			3.55893E-05	6.47217E-06
1-1'	-0.01468592	-0.00267074	0.01492679	3.6173E-05		-6.3827E-05	cumple			
2-2'	-0.01468594	-0.00061416	0.01469877	3.562E-05		-6.438E-05	cumple			
3-3'	-0.01572484	-0.00014459	0.0157255	3.8109E-05		-6.1891E-05	cumple			
4-4'	-0.01699294	-0.00094072	0.01701896	4.1243E-05		-5.8757E-05	cumple			
5-5'	-0.01675354	-0.00207106	0.01688107	4.0909E-05		-5.9091E-05	cumple			

Ejercicio práctico

Corrección de las proyecciones

correccion de proyecciones						
PTO	PROYECCIONES		PROYEC. CORREG.		X	Y
	SENO	COSENO	SENO	COSENO		
1	106.05	6.49635E-15	106.053774	0.00068637	1000	1000
2	24.2142284	53.57177657	24.2163207	53.5721571	1106.05377	1000.00069
3	-41.052747	65.39155959	-41.0499991	65.3920593	1130.27009	1053.57284
4	-58.2872065	-12.3441465	-58.2850861	-12.3437609	1089.2201	1118.9649
5	-30.9389608	-106.62186	-30.9350096	-106.621142	1030.93501	1106.62114
		suma	0	0		

Ejercicio práctico

Corrección de las Distancias, Azimuts y Ángulos internos

calculo de las distancias, azimuts y angulos internos							
Az12	1.57078985	89.99962919	89	59	58.7		
Az23	0.42454232	24.32448313	24	19	28.1		
Az34	-0.56057587	327.8813686	327	52	52.9		
Az45	1.36209754	258.0424403	258	2	32.8		
Az51	0.28238614	196.1795339	196	10	46.3		
D12	106.05						
D23	58.79						
D34	77.21						
D45	59.58						
D51	111.02						
a1	73.8200953	73	49	12.3			
a2	114.324854	114	19	29.5			
a3	123.556886	123	33	24.8			
a4	110.161072	110	9	39.9			
a5	118.137094	118	8	13.5			

¡Gracias!

Prof. Micaela Gracia
Prof. Alberto Mamrut
Prof. Magali Martinez Núñez
Prof. Martín Wainstein

micaelag@fing.edu.uy
amamrut@fing.edu.uy
magalim@fing.edu.uy
martinw@fing.edu.uy



FACULTAD DE
INGENIERÍA



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

 [ia_fing_udelar](https://www.instagram.com/ia_fing_udelar) [ia_fing_udelar](https://twitter.com/ia_fing_udelar) www.fing.edu.uy/es/ia