Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL: Matemática Discreta 1

PRIMER PARCIAL - 6 DE MAYO DE 2025

N° de parcial	Cédula	Nombre y apellido	Salón

IMPORTANTE

- La duración del parcial es de 3 horas y 15 minutos.
- El parcial es individual, cualquier copia será denunciada en el Consejo de facultad.
- No se permite utilizar calculadora ni material de consulta.
- Este parcial consta de 6 ejercicios Verdadero o Falso, 4 ejercicios Múltiple Opción, y 1 ejercicio de Desarrollo.
- En cada ejercicio de múltiple opción hay una sola opción correcta.
- La comprensión de la letra de los ejercicios es parte de la prueba.
- Notaciones: $\mathrm{A}_n^m = \mathrm{P}(m,n)$; $\mathrm{C}_n^m = \mathrm{C}(m,n) = \binom{m}{n}$; $\mathrm{CR}_n^m = \mathrm{CR}(m,n)$; $S(m,n)$ es el número de Stirling.

Respuestas Verdadero o Falso: rellenar con **V** o **F**					
VF1	VF2	VF3	VF4	VF5	VF6

Correcta: 3 puntos. Incorrecta: -2 puntos.
Sin responder: 0 punto.

Respuestas Múltiple Opción: rellenar con **A**, **B**, **C** o **D**			
MO1	MO2	MO3	MO4

Correcta: 4 puntos. Incorrecta: -1 punto.
Sin responder: 0 punto.

Verdadero o Falso

1. Hay exactamente 2^8 subconjuntos de $\{1, 2, \ldots, 10\}$ que no tienen ni el 1 ni el 10.

2. Hay exactamente 126 números de la forma $d_1d_2d_3d_4$ tales que $d_1, d_2, d_3, d_4 \in \{1, 2, \ldots, 9\}$ y $d_1 < d_2 < d_3 < d_4$.

3. Hay exactamente CR_7^3 formas de formas de repartir 13 caramelos de frutilla entre 3 niños de modo que cada niño tenga por lo menos 2 caramelos.

4. Se pueden formar exactamente 60 palabras con o sin sentido permutando todas las letras de de la palabra PERAS de modo que la letra E aparece antes que la letra A.

5. Hay exactamente 432 permutaciones de los dígitos del número 123456 de modo que ninguno de los números pares están en su lugar original.

6. El coeficiente en x^3 de $(x^2 + x - 1)^{12}$ es igual a 352.

Múltiple Opción

1. De las 7 canciones favoritas de Victoria, 4 son en español y 3 son en portugués. Hallar la cantidad de listas de reproducción que puede formar Victoria conteniendo cada una de sus 7 canciones favoritas y sin repetir de modo que no contengan dos canciones seguidas en el mismo idioma.

A) 7^7
B) $4^3 \times 3^4$
C) $4^4 \times 3^3$
D) $4! \times 3!$

2. Para rellenar un bidón de jugo se decide extraer 100 frutas de un cajón con 40 limones, 40 naranjas y 40 pomelos (todas las frutas del mismo tipo son indistinguibles entre sí). Determinar la cantidad de maneras distintas de hacerlo.

A) $C_2^{102} - 3C_2^{61} + 3C_2^{20}$
B) $C_2^{102} - C_2^{61} + C_2^{20}$
C) C_2^{102}
D) C_2^{122}

3. En un transporte colectivo se emiten boletos identificados mediante un número de la forma $x_1x_2x_3x_4x_5$, donde cada uno de los números x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 es un dígito del 0 al 9 (o sea, consideramos todos los boletos entre el 00000 y el 99999). Un boleto es *palindrómico* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. La mínima cantidad de boletos diferentes que se precisan tener para asegurar que alguno de ellos sea palindrómico es igual a:

A) 99000
B) 99001
C) 99002
D) 99003

4. ¿De cuántas formas pueden repartirse 7 personas en 3 autos para salir de vacaciones? Se asume que los 3 autos son idénticos y que en cada auto debe haber al menos una persona. La ubicación de las personas en cada auto no es relevante.

A) $Sob(7, 3)$
B) $S(7, 3)$
C) A_3^7
D) CR_3^7

Ejercicio de Desarrollo

Probar que para cada entero n tal que $n \geq 0$ se cumple que $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} C_2^{i+2} = C_3^{n+3}$. Se sugiere usar el principio de Inducción Completa.