

Códigos para Corrección de Errores

Segundo parcial

17 de mayo de 2024

Consideramos el cuerpo \mathbb{F}_{16} construido extendiendo \mathbb{F}_2 con una raíz α del polinomio irreducible $P(x) = x^4 + x + 1$, que es primitivo. El cuerpo \mathbb{F}_{16} consiste en el elemento 0 y los elementos dados en la tabla siguiente:

i	α^i	binary 0123
0	1	1000
1	α	0100
2	α^2	0010
3	α^3	0001
4	$\alpha + 1$	1100
5	$\alpha^2 + \alpha$	0110
6	$\alpha^3 + \alpha^2$	0011
7	$\alpha^3 + \alpha + 1$	1101
8	$\alpha^2 + 1$	1010
9	$\alpha^3 + \alpha$	0101
10	$\alpha^2 + \alpha + 1$	1110
11	$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$	0111
12	$\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$	1111
13	$\alpha^3 + \alpha^2 + 1$	1011
14	$\alpha^3 + 1$	1001

1. Calcule $(\alpha^3 + \alpha)/(\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha)$ y expréselo en la forma α^j , y en la forma $a_3\alpha^3 + a_2\alpha^2 + a_1\alpha + a_0$.

Se utiliza el código RS convencional $[15, 13]$ con raíces α, α^2 .

2. Cuál es el valor del parámetro b del código RS convencional? Justifique su respuesta.
3. Escriba los localizadores de columna $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{15}$ y los multiplicadores de columna v_1, v_2, \dots, v_{15} como potencias simples de α (o sea, en la forma α^ℓ).
4. Durante el proceso de decodificación, se calcula el polinomio localizador de errores

$$\Lambda(x) = (\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha)x + (\alpha^3 + \alpha),$$

y el polinomio evaluador de errores

$$\Gamma(x) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha.$$

Determine las raíces de $\Lambda(x)$.

5. Si en el proceso de decodificación anterior se había recibido la palabra $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{15}]$, donde y_i corresponde al localizador α_i , y suponiendo que la decodificación fue exitosa, cuál de las coordenadas y_i era errónea? Qué corrección se haría en esa coordenada? (Pista: utilice la fórmula de Forney para calcular los valores de error.)